4107
28/9

COURS
D'ASTRONOMIE
ET DE
NAVIGATION

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie,
Quai des Grands-Augustins, 55.
71651-24

stron.
C.

COURS
D'ASTRONOMIE
ET DE
NAVIGATION
A L'USAGE DES MARINS

PAR

P. CONSTAN, O ✻, I ⚙,

ANCIEN OFFICIER DE VAISSEAU,
PROFESSEUR D'HYDROGRAPHIE DE PREMIÈRE CLASSE

NOUVELLE ÉDITION REFONDUE,
AUGMENTÉE ET EN HARMONIE AVEC LES PROGRAMMES D'ENSEIGNEMENT
DANS LES ÉCOLES DE NAVIGATION

DEUXIÈME PARTIE :
NAVIGATION

202472
30. 4. 26

PARIS
GAUTHIER-VILLARS ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
55, Quai des Grands-Augustins, 55

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés
pour tous pays.

ERRATA

page :	ligne :	*au lieu de :*	*lire :*
11'	9	alidade *m*	alidade
51	34	de Paris	effacer ces deux mots
52	26	id.	id.
56	9	conduites	conduite
59	24	de Paris	effacer ces deux mots
78	12	L et P	L et D
79	11 et 12	diminuer d'une minute les heures indiquées	
80	30	Paris	Greenwich
92	11	31 °	315°
95	1	constitué	constituée
98	30	cet	et
115	7	2′ 36″	2° 36′
127	*fig.* 62	*ajouter* la lettre P à côté de la division S 30 E	
138	10	ni	il
163	1	IV	VI
193	9	12	12.
202	4	$H' + H''$	$H' - H''$
236	25	XXXV	XL
278	19	$H'^{\circ}_{e} \times 4$	$P'^{\circ}_{e} \times 4$
315	20	(1)	(2)
316	13	Cot α Cos β	Cot *a* Cos *b*
316	15	obtus si $P < 6^h$	obtus si $P > 6^h$
338	2	$\Delta > 90°$	$\Delta < 90°$
340	1, 3, 15, 25	Q	Q′
344	6	montres	marches
352	dernière	calculées	calculée
356	19	(2)	(4)
378	*fig.* 192	*ajouter* l'arc de méridien P E.	
379	*fig.* 193	id.	
380	1 et 11	β comme positif ou négatif selon que cet élément...	β et D comme positifs ou négatifs selon que ces éléments .....
403	1	λ ♑,	λ, ♑,
408	7	♎	D
408	20	2 γ	2 φ
428	12	d'appareils récepteurs de T.S.F.	d'appareils de T.S.F
453	19	droit à	droit :
454	7, 8, 9	1924	1914
Planches I, II, III		1924	1914

COURS

D'ASTRONOMIE

ET DE

NAVIGATION

INTRODUCTION.

1. La *Navigation* a pour but l'étude des moyens dont dispose le Navigateur pour suivre la route qui doit le conduire à destination.

Pour naviguer dans de bonnes conditions de sécurité, il est clair qu'un Capitaine doit savoir :

1° S'orienter en mer, même hors de la vue de toute terre;

2° Déterminer la route à suivre et la distance à parcourir pour se rendre d'un lieu à un autre;

3° Faire le point, c'est-à-dire déterminer à un instant quelconque les coordonnées géographiques du lieu où se trouve le navire.

Cette dernière détermination est des plus importantes puisque, seule, elle permet de reconnaître si des causes imprévues n'ont pas modifié la route suivie par le navire, afin de la rectifier le cas échéant.

La résolution des trois problèmes précédents exigeant la détermination préalable des hauteurs d'astres, ainsi que la connaissance du temps vrai local et du temps moyen de Greenwich, nous étudierons, tout d'abord, les moyens dont on peut disposer pour obtenir ces deux éléments essentiels.

CHAPITRE I.

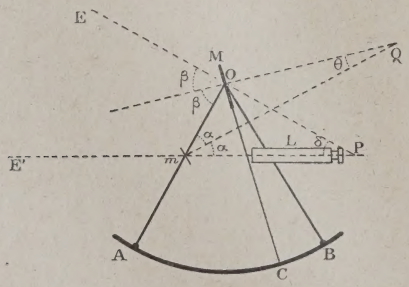
MESURE DES HAUTEURS ET DU TEMPS A LA MER.

2. Nous avons vu, dans le *Cours d'Astronomie*, que l'on mesurait les hauteurs d'astres à l'aide du théodolite et le temps à l'aide d'horloges à poids munies de balanciers compensateurs. Mais, à la mer, ces instruments seraient inutilisables à cause des mouvements du navire : les hauteurs sont alors mesurées à l'aide d'un instrument portatif appelé *sextant* et le temps à l'aide d'horloges particulières appelées *chronomètres*.

I. — SEXTANT.

3. *Principe du sextant.* — Réduit à ses éléments théoriques essentiels, le sextant se compose d'un châssis métallique OAB (*fig.* 1) ayant

Fig. 1.



la forme d'un secteur circulaire d'environ 60°, soit de $\frac{1}{6}$ de cercle, d'où le nom de l'instrument.

L'arc AB, ou *limbe*, est gradué comme nous le verrons plus loin.

Une alidade OC, mobile sur le châssis autour de son centre O, porte, en ce point, un miroir M appelé *grand miroir*, perpendiculaire au plan

du limbe et l'instrument est construit de telle sorte que le mouvement de l'alidade n'altère pas la perpendicularité du grand miroir.

Un second miroir m, appelé *petit miroir*, est placé sur le rayon OA ou dans son voisinage : étamé sur sa moitié inférieure seulement, il est perpendiculaire au plan du châssis et orienté parallèlement au rayon OB dont l'extrémité B est le zéro de la graduation gravée sur le limbe.

Enfin une lunette L est solidement fixée sur le châssis, en face du petit miroir; elle est disposée de telle sorte que son axe optique soit parallèle au plan du limbe, passe par la ligne de séparation de la partie claire et de la partie étamée du miroir m et fasse, avec la normale m Q à ce miroir, un angle L m Q = Q m O.

Dans ces conditions, il est évident que si E et E′ sont deux points éloignés, on pourra viser directement le point E′ à travers la partie claire du petit miroir puis, en déplaçant convenablement l'alidade OC, apercevoir aussi le point E par double réflexion sur M et m.

Il est facile de voir que lorsque on a ainsi mis en coïncidence le point E′ avec l'image doublement réfléchie de E, l'angle δ des deux directions OE et LE′ est le double de l'angle formé par les deux miroirs, c'est-à-dire le double de l'angle θ des deux normales QO et Q m à M et à m.

En effet, si nous désignons par 2α l'angle O m L et par 2β l'angle EO m, on voit, sur la figure, que l'on a :

$$\delta = 2\beta - 2\alpha.$$

Or, le triangle OQ m donne :

$$\beta = \theta + \alpha,$$

d'où :

$$2\beta = 2\theta + 2\alpha.$$

Portant cette valeur dans l'expression de δ, il vient :

$$\delta = 2\theta.$$

4. *Remarque I.* — Puisque le miroir m est parallèle à OB, il en résulte que l'angle θ est égal à l'angle BOC. Par conséquent, pour connaître l'angle δ, il suffit d'évaluer l'arc BC et d'en multiplier la valeur par 2.

Afin d'éviter cette multiplication, le limbe est gradué en demi-degrés numérotés comme des degrés : on obtient alors la valeur de δ par une simple lecture.

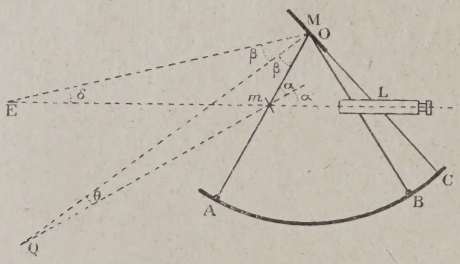
5. *Remarque II.* — Afin de permettre d'évaluer l'angle δ avec une grande précision, l'alidade est munie, à son extrémité C, d'un vernier dont le zéro sert d'index.

Nous avons déjà vu, en Astronomie, la théorie du vernier; nous n'y reviendrons donc pas ici. Nous nous contenterons de dire que les sextants ont généralement leurs limbes gradués de 10′ en 10′, et que leurs verniers portent 60 divisions. Ces instruments permettent, par conséquent, d'évaluer les angles à 10″ près.

6. *Collimation et parallélisme.* — Malgré tout le soin apporté à leur construction, il est très rare de trouver des sextants dont le zéro du limbe coïncide avec le zéro du vernier lorsque les deux miroirs sont parallèles.

Or, la connaissance de la position du zéro du vernier sur le limbe AB (*fig.* 2), lorsque les deux miroirs *m* et M sont parallèles, est indispensable si l'on veut avoir des mesures d'angles précises.

Fig. 2.



Pour trouver ce point de parallélisme mettons les deux miroirs en *collimation*, c'est-à-dire visons directement un point éloigné E, puis, en manœuvrant l'alidade, amenons l'image doublement réfléchie du point E en coïncidence avec lui. Il est clair que, pour obtenir ce résultat, il aura fallu déplacer l'alidade à droite du point B. Or, si l'on désigne encore par δ l'angle du rayon direct et du rayon doublement réfléchi; par θ l'angle des deux normales; par 2α l'angle O *m* L, et par 2β l'angle EO *m*, on voit sur la figure que l'on a :

$$\delta = 2\alpha - 2\beta,$$

et, comme :

$$\alpha = \theta + \beta,$$

il en résulte que l'on a encore :

$$\delta = 2\theta.$$

Ceci posé, si nous imaginons que le point E s'éloigne de plus en plus comme la longueur O m reste invariable, l'angle δ et par suite l'angle θ diminuent de plus en plus, de sorte que, lorsque le point E sera à l'infini, EO et E m étant parallèles, on aura :

$$\delta = 0 \qquad \text{et, par suite,} \qquad \theta = 0.$$

On voit donc que, pour avoir la position du zéro du vernier qui correspond à la position de parallélisme des deux miroirs, il faut, théoriquement, établir la collimation sur un point situé à l'infini : pratiquement comme on ne dispose pas de points visibles et situés à l'infini, on regarde les deux miroirs comme parallèles, lorsque l'on a établi la collimation sur un point assez éloigné pour que l'erreur de parallélisme ne puisse être appréciée à l'aide du vernier de l'instrument.

7. *Point de collimation. Point de parallélisme.* — La position occupée par le zéro du vernier sur le limbe s'appelle *point de collimation*, ou *point de parallélisme*, selon que les deux miroirs sont en collimation ou parallèles.

8. *Distance minimum à laquelle doit se trouver un objet pour qu'il permette d'obtenir un bon point de parallélisme.* — Le triangle EO m (*fig.* 2) donne :

$$\frac{\text{EO}}{\sin \text{O}m\text{E}} = \frac{\text{O}m}{\sin \delta}.$$

On en déduit :

$$\text{EO} = \frac{\text{O}m \sin \text{O}m\text{E}}{\sin \delta} = \frac{\text{O}m \sin 2\alpha}{\sin \delta},$$

ou encore, puisque dans la plupart des sextants $2\alpha = 30^\circ$ et $\text{O}m = 0^m,10$,

$$\text{EO} = \frac{0,10 \sin 30^\circ}{\sin \delta}.$$

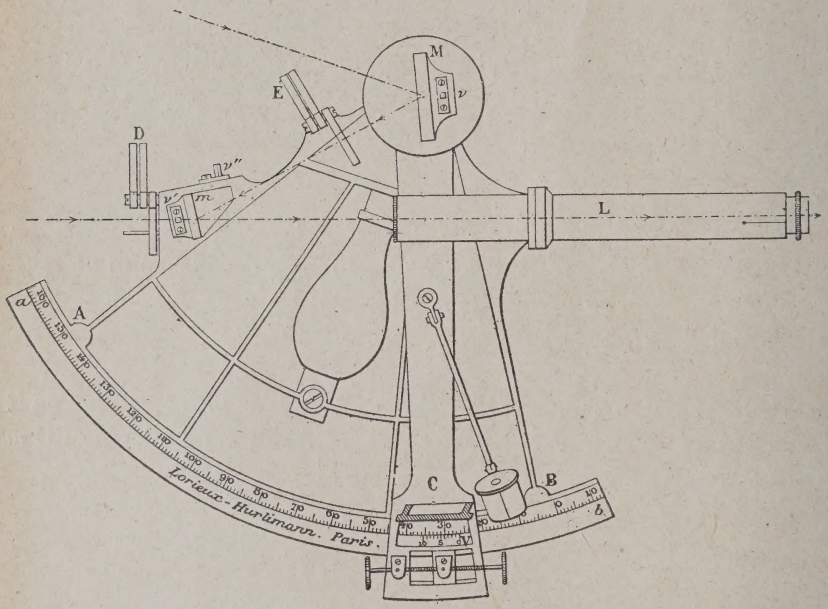
Or, nous avons vu précédemment que les sextants permettent, habituellement, d'évaluer les angles à $10''$ près. Il en résulte que la valeur maximum de δ, compatible avec un bon parallélisme, est celle de $10''$, valeur à laquelle correspond le minimum de EO. Remplaçant donc $\sin \delta$ par $\sin 10''$, on obtient pour distance minimum :

$$\text{EO} = \frac{0,10 \sin 30^\circ}{\sin 10''} = 1031^m.$$

Il résulte de là que si la collimation a été établie à l'aide d'un astre ou de l'horizon de la mer, on peut la considérer comme un parallélisme à peu près rigoureux, puisque ces points sont à une distance très supérieure à $10\,31^{m}$.

9. *Description d'un sextant Lorieux-Hurlimann* (*fig.* 3). — Le corps de l'instrument, ajouré pour en diminuer le poids, est, comme nous

Fig. 3.



l'avons déjà dit, un secteur de 60° à 80° taillé, tout d'une pièce dans une plaque de cuivre d'une épaisseur d'environ 10^{mm}. La graduation est tracée sur une lame circulaire d'argent *ab*, incrustée dans l'arc AB.

Cette graduation étant en demi-degrés, numérotés comme des degrés (*fig.* 4), il en résulte qu'avec un sextant on peut mesurer des angles allant jusqu'à 120° ou 160°.

L'alidade C est une règle plate en cuivre, mobile autour d'un axe passant par le centre du secteur. Elle porte au-dessus de cet axe et entraîne dans sa rotation le grand miroir M, qui peut être rendu perpendiculaire au plan du limbe à l'aide d'une vis de rectification v.

La partie de l'alidade qui s'appuie sur le limbe est munie d'un

vernier V dont le zéro sert d'index; elle porte, en outre, une vis de pression et une vis de rappel dont nous avons déjà vu l'utilité dans le *Cours d'Astronomie.*

Sur le rayon de gauche du secteur se trouve le petit miroir *m*, étamé seulement, comme on le sait, à sa moitié inférieure. Une première vis de rectification φ' permet de faire varier son inclinaison sur le plan du limbe, tandis qu'une seconde vis φ'' peut lui communiquer un mouvement de rotation autour de la perpendiculaire à ce plan.

Le rayon de droite porte la monture de la lunette L qu'une vis permet d'écarter ou de rapprocher du plan du limbe; en éloignant la lunette, il est clair qu'elle recevra plus de rayons lumineux de l'objet direct que de l'objet doublement réfléchi et, par conséquent, l'image directe augmentera en netteté au détriment de l'image doublement réfléchie. L'inverse aurait lieu si l'on rapprochait la lunette du plan du limbe.

La lunette L est ordinairement une petite lunette astronomique dont l'oculaire peut être muni de *bonnettes*, c'est-à-dire de verres colorés destinés à affaiblir à la fois les rayons directs et les rayon réfléchis.

Le *réticule* se compose de quatre fils parallèles deux à deux et formant un carré au centre duquel on établit les contacts.

Une petite lunette terrestre peut aussi être adaptée à la même monture pour les observations de nuit qui exigent surtout de la clarté et du champ.

Derrière le petit miroir sont les verres colorés D que l'on peut interposer sur le trajet des rayons directs. Enfin, d'autres verres colorés E peuvent se placer entre les deux miroirs pour affaiblir l'image réfléchie.

10. *Remarque.* — En expliquant le principe du sextant nous avons supposé les miroirs sans épaisseur, comme le seraient deux miroirs métalliques : mais comme ceux-ci s'oxyderaient très vite à la mer, on les remplace par des glaces étamées à leur partie postérieure.

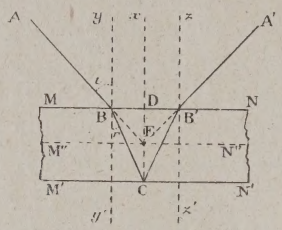
Il en résulte que la réflexion des rayons lumineux sur de tels miroirs se complique d'une réfraction.

Soient M′ N′ (*fig. 4*) la face étamée et MN sa face antérieure que nous supposerons rigoureusement parallèle à M′ N′.

Le rayon lumineux AB, qui vient rencontrer MN, se réfracte suivant BC, puis se réfléchit suivant CB′ et sort du miroir suivant la direction B′ A′ qui est évidemment symétrique de BA par rapport à la normale C *x*.

Les rayons AB et A′ B′ étant symétriques par rapport à C x se rencontrent donc en un point E situé sur C x, l'angle AE x étant égal à l'angle x EA′ et, par suite, tout se passe comme si le miroir en verre était remplacé par un miroir métallique M″ N″ qui se trouverait

Fig. 4.



placé à l'intérieur du verre, à la distance DE de la face non étamée.

Or, si nous désignons par e l'épaisseur du verre, par i l'angle AB y, par r l'angle CB y' et par n l'indice de réfraction du verre, les triangles BDE et BDC donnent :

$$\mathrm{BD} = \mathrm{DE}\,\mathrm{tang}\,i, \qquad \text{d'où} \qquad \mathrm{DE} = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{tang}\,i}$$

et

$$\mathrm{BD} = \mathrm{DC}\,\mathrm{tang}\,r, \qquad \text{d'où} \qquad \mathrm{BD} = e\,\mathrm{tang}\,r.$$

On en déduit :

$$\mathrm{DE} = \frac{e\,\mathrm{tang}\,r}{\mathrm{tang}\,i}.$$

Or, on sait que l'on a :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Il en résulte que :

$$\sin r = \frac{\sin i}{n}$$

et, par suite,

$$\mathrm{tang}\,r = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{\sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 r}} = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}},$$

de sorte que l'on a :

$$\mathrm{DE} = \frac{e\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

Dans le sextant, i variant habituellement entre 10° et 70°, si l'on pose $n = 1{,}50$, on trouve que la distance DE est comprise entre $\frac{2}{3}e$ et $\frac{1}{3}e$ environ : sa valeur moyenne est donc $\frac{e}{2}$. C'est pour cela que les constructeurs disposent le grand miroir de manière que l'axe de rotation passe par le milieu de son épaisseur.

Rectifications du sextant.

11. La théorie de la mesure des angles par le sextant suppose que les miroirs M et *m* sont perpendiculaires au plan du limbe et que l'axe optique de la lunette lui est parallèle.

Rectifier un sextant, c'est s'assurer que ces conditions se trouvent réalisées.

12. *Rectification de l'axe optique.* — Pour que l'angle lu sur la graduation soit égal à celui que l'on mesure, il faut que ce dernier ait ses côtés parallèles au plan du limbe. Il faut donc que le rayon direct et le rayon réfléchi qui passent dans la lunette soient parallèles au plan de l'instrument, ce qui exige que l'axe optique lui soit lui-même parallèle.

Pour vérifier s'il en est ainsi, le sextant étant posé à plat sur une table, par exemple, on place sur le limbe, parallèlement à la lunette, les deux viseurs en cuivre qui se trouvent dans la boîte de l'instrument.

On dispose ensuite le collier de la lunette de telle sorte que son centre se trouve dans le plan déterminé par les arêtes supérieures des viseurs, puis on vise un point très éloigné, en ayant soin de placer son image exactement au centre du réticule.

Il est clair que si l'axe optique est rectifié, on doit apercevoir le point visé dans le plan des arêtes supérieures des viseurs : dans le cas contraire, on agit sur les vis du collier jusqu'à ce que ce résultat soit atteint.

Lorsque cette rectification est faite avec soin, on n'a plus, en général, à y revenir par la suite.

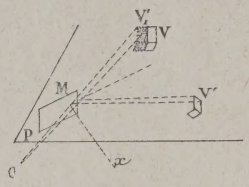
13. *Rectification du grand miroir.* — Soient M (*fig.* 5) le grand miroir et P le plan du limbe. Disposons sur ce plan, de part et d'autre de l'alidade, les deux viseurs V et V′, et plaçons ensuite notre œil en O, obliquement à M, tout près de lui, et à la même hauteur au-dessus du plan P que l'arête supérieure des viseurs.

Déplaçons ensuite le viseur V′ jusqu'à ce que nous apercevions son image V'_1 à côté du viseur V vu directement.

Si M est perpendiculaire sur P, il est clair que V et V'_1 doivent avoir leurs arêtes supérieures dans le prolongement l'une de l'autre,

puisque les deux viseurs ont rigoureusement la même hauteur. Si au contraire l'image V'_1 n'a pas son arête supérieure dans le prolongement de celle de V, on agit sur la vis φ (*fig.* 3), placée derrière le grand miroir jusqu'à ce que ce résultat soit obtenu.

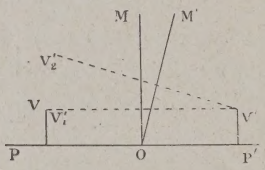
Fig. 5.



Quand on est pressé on se contente, en plaçant l'œil en O, le plus près possible du plan P, de voir si la portion du limbe, vue directement, coïncide avec celle qui est vue par réflexion dans M. Mais ce procédé est moins précis, l'œil étant nécessairement au-dessus du plan du limbe à cause de la monture du grand miroir.

14. *Remarque.* — Il est facile de voir que, si l'image de V′ paraît au-dessus de V, le grand miroir penche en avant et que l'inverse a lieu si l'image de V′ est au-dessous de V. Soient en effet PP′ (*fig.* 6)

Fig. 6.



le plan du limbe, OM le grand miroir, V et V′ les arêtes supérieures des deux viseurs : quand le miroir M est perpendiculaire à PP′, l'image V'_1 de V′ coïncide avec V, mais si le miroir M prend la position OM′, c'est-à-dire penche vers le viseur V′, du côté de l'observateur par conséquent, l'image de V′ se fera en V'_2, de sorte que l'on apercevra V'_2 au-dessus de V.

L'inverse aurait naturellement lieu si M penchait vers V.

15. *Rectification du petit miroir.* — Nous avons vu en Géométrie que, lorsque deux plans sont parallèles, tout plan perpendiculaire à l'un est aussi perpendiculaire à l'autre.

Par conséquent le grand miroir étant perpendiculaire au plan du

limbe et sa perpendicularité n'étant pas altérée quand on déplace son alidade, il est clair que le petit miroir sera perpendiculaire au plan du limbe, c'est-à-dire rectifié, si, en manœuvrant uniquement l'alidade, on peut arriver à rendre le grand miroir parallèle au petit.

Or nous avons vu que, lorsque les deux miroirs sont parallèles, l'image directe et l'image doublement réfléchie d'un point très éloigné doivent coïncider : on visera donc directement un point très éloigné et l'on cherchera à établir la coïncidence entre ce point et son image doublement réfléchie en manœuvrant l'alidade *m* : si cette coïncidence peut être obtenue par la seule manœuvre de l'alidade, c'est que le petit miroir est rectifié ; dans le cas contraire, on disposera l'image doublement réfléchie sur la perpendiculaire au plan du limbe, passant par l'image directe, puis l'on établira la coïncidence en manœuvrant la vis placée derrière le petit miroir.

Cette rectification s'effectue dans d'excellentes conditions : 1° avec une étoile ; 2° avec le Soleil en faisant coïncider le disque vu directement avec le disque doublement réfléchi ; 3° avec l'horizon de la mer, ou tout autre objet éloigné à contours bien nets tel que phare, cheminée, mât, etc.

16. *Erreur instrumentale.* — Nous avons vu que les angles devaient se mesurer à partir du point de parallélisme : les sextants devraient donc, s'ils étaient parfaits, être tels que le zéro du limbe et le zéro du vernier soient en coïncidence lorsque les deux miroirs sont parallèles, mais il n'en est jamais ainsi dans la pratique.

L'écart angulaire entre le zéro du limbe et le zéro du vernier, lorsque les deux miroirs sont parallèles, est ce que l'on appelle l'*erreur instrumentale.*

Cette erreur instrumentale, que l'on désigne habituellement par la lettre ε, est positive ou négative, selon que, pour obtenir la valeur exacte de l'angle mesuré, il faut l'ajouter ou la retrancher à l'angle lu sur le limbe.

Voyons donc à quoi l'on peut reconnaître si l'erreur instrumentale est positive ou négative et, pour cela, soient LL′ (*fig.* 7) le limbe et O son zéro.

Supposons qu'au moment de la collimation, le zéro du vernier VV′ soit en *o*, à droite du zéro du limbe.

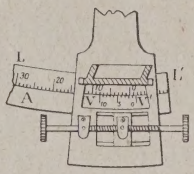
A étant la division du limbe qui correspond à la mesure d'un certain angle, on a lu sur l'instrument la valeur de l'arc OA, alors qu'il aurait fallu évaluer l'arc *o* A. Si donc nous désignons par H_t l'angle

lu directement sur le limbe et par H_o celui qu'il aurait fallu lire, on voit que l'on a :

$$H_o = H_i + \varepsilon,$$

ce qui montre que, dans ce cas, ε est positive.

Fig. 7.



On verrait absolument de même que, si le zéro du vernier tombait à gauche du zéro du limbe, on aurait :

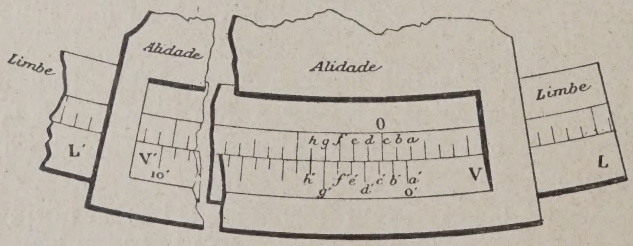
$$H_o = H_i - \varepsilon.$$

Ainsi donc l'*erreur instrumentale est positive ou négative selon que, les miroirs étant parallèles, le zéro du vernier tombe à droite ou à gauche du zéro du limbe.*

17. *Remarque.* — Lorsque l'erreur instrumentale est négative, son évaluation se fait sans difficulté; mais, lorsqu'elle est positive, il faut un peu plus d'attention.

Soient en effet LL′ (*fig.* 8) le limbe, VV′ le vernier, O le zéro du limbe et O′ celui du vernier.

Fig. 8.



D'après ce qui précède on voit que, pour avoir ε, il faut évaluer l'arc ca'.

On a donc :

$$\varepsilon = cb + ba'.$$

L'évaluation de cb n'offre aucune difficulté; une simple lecture

sur le limbe donne, en effet,

$$cb = 10'.$$

Pour évaluer l'arc ba', comptons les divisions qui séparent le zéro O′ du vernier de la division h' qui coïncide avec la division h du limbe : on sait, d'après la théorie du vernier, que ce nombre de divisions représente, en dizaines de secondes, la valeur angulaire de l'arc aa'. On a alors

$$ba' = ba - aa' = 10' - aa',$$

de sorte que, pour avoir ba', il faut retrancher de $10'$ la valeur de l'arc aa' qui est ici $1'10''$. Par conséquent :

$$\varepsilon = 10' + (10' - 1'10'') = 10' + 8'50'' = 18'50''.$$

Or, comme le vernier contient 60 divisions de $10''$ chacune, c'est-à-dire représente au total $10'$, il est clair que pour avoir la valeur de ba' il suffirait de compter les divisions qui séparent la dernière division de gauche du vernier, des divisions h et h' qui sont en coïncidence : c'est ainsi que l'on procède d'habitude.

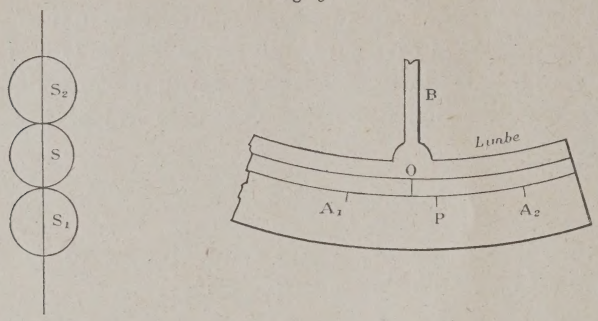
Donc, lorsque le zéro du vernier tombe à droite du zéro du limbe, pour évaluer l'arc compris entre ces deux divisions, on commence par lire sur le limbe l'arc immédiatement inférieur à celui que l'on veut évaluer, puis on compte les divisions qui séparent le dernier trait, à gauche du vernier, de celui qui coïncide exactement avec une division du limbe. En multipliant ce nombre par $10''$ et en ajoutant ce résultat à la première lecture, on obtient la mesure de l'arc à évaluer.

18. *Détermination de l'erreur instrumentale.* — Il résulte de tout ce que nous venons de voir que, pour obtenir l'erreur instrumentale, il suffit de mettre en contact l'image directe et l'image doublement réfléchie d'une étoile, de l'horizon de la mer ou d'un objet éloigné de plus de 1031^m, puis de lire sur l'instrument l'écart angulaire des zéros du limbe et du vernier : nous avons vu d'ailleurs que cette erreur est positive ou négative, selon que le zéro du vernier tombe à droite ou à gauche du zéro du limbe.

La détermination de l'erreur instrumentale s'effectue souvent aussi de la manière suivante : le sextant étant muni de sa lunette astronomique, on vise directement le disque du Soleil S (*fig.* 9), puis on établit le contact entre le bord inférieur du Soleil réfléchi S_1 et le Soleil direct S; on effectue ensuite la même opération avec le bord

supérieur du Soleil réfléchi S_2. A_1 et A_2 étant les positions du zéro du vernier correspondant à chacun des contacts; P la position du

Fig. 9.



zéro du vernier qui correspond au point de collimation, c'est-à-dire le milieu de l'arc $A_1 A_2$ et O le zéro du limbe, il est visible que l'on a :

$$\varepsilon = OP = OA_2 - PA_2,$$

et comme :

$$PA_2 = \frac{A_1 A_2}{2} = \frac{OA_1 + OA_2}{2},$$

il en résulte que :

$$OP = OA_2 - \frac{OA_1 + OA_2}{2} = \frac{OA_2 - OA_1}{2}.$$

On a donc, puisque OP n'est autre chose que ε,

$$\varepsilon = \frac{OA_2 - OA_1}{2}.$$

Si le point O était à droite du point P, on trouverait de même que $\varepsilon = \frac{OA_1 - OA_2}{2}$. Par conséquent, lorsque l'erreur instrumentale ε est obtenue par ce procédé, on la regarde comme positive ou négative selon que l'arc de droite est plus grand ou plus petit que l'arc de gauche.

Comme vérification, le diamètre du Soleil calculé pour l'instant de l'observation, à l'aide de la *Connaissance des Temps*, doit être égal à $\frac{OA_1 + OA_2}{2}$, car il est clair que l'arc $A_1 A_2$ représente précisément la mesure de ce diamètre.

19. *Réduire l'erreur instrumentale.* — Lorsque l'erreur instrumentale est forte, on la réduit de la manière suivante : l'alidade étant

fixée de telle sorte que le zéro du limbe coïncide avec le zéro du vernier, on vise un objet éloigné ou un astre et l'on établit la coïncidence des images au moyen de la vis v'' (*fig.* 3) qui fait tourner le petit miroir autour d'une perpendiculaire au limbe.

Cette opération doit se faire toujours après les rectifications décrites précédemment; mais, comme en déplaçant le petit miroir on altère en général sa perpendicularité, il est nécessaire de la rectifier de nouveau.

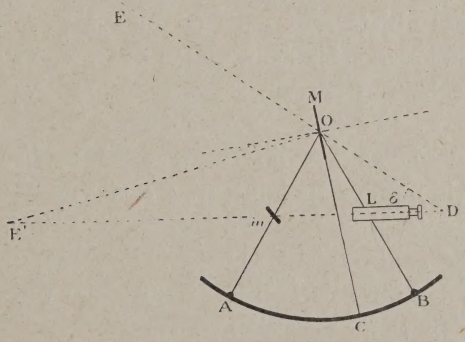
Ce n'est donc que par une suite de tâtonnements que l'on peut arriver à détruire complètement l'erreur instrumentale.

Pratiquement on se contente de rendre cette erreur très petite, puis on détermine sa valeur par l'un des procédés indiqués plus haut.

Usage du sextant.

20. *Distance angulaire de deux points éloignés.* — Supposons qu'il s'agisse de déterminer la distance angulaire des deux points E et E′ (*fig.* 10), éloignés de plus de 1031^m.

Fig. 10.



Après avoir mis la lunette au point et disposé deux des fils du réticule parallèlement au plan du limbe, on vise directement le point E′ par exemple, et l'on établit ensuite la coïncidence entre l'image réfléchie du point E et le point E′. Traçons E′O, et soit δ l'angle des rayons EO et E′ *m*. Le triangle OE′D donne :

$$EOE' = \delta + OE'D,$$

et comme l'angle OE′D est toujours très petit, donc négligeable, à

cause de l'éloignement du point E′, on a :

$$EOE' = \delta,$$

ce qui montre que l'angle δ, lu sur le sextant, n'est autre chose que la distance angulaire des points E et E′, l'œil de l'observateur étant supposé placé en O.

Les rayons lumineux perdant de leur intensité chaque fois qu'ils subissent une réflexion, on vise directement l'objet le moins bien éclairé et l'on amène ensuite le plan de l'instrument dans celui des deux objets. Il ne reste plus alors qu'à faire mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'image réfléchie vienne se confondre avec l'image directe.

Cette coïncidence est en général difficile à obtenir d'emblée; pour parvenir à avoir un bon contact, on amène l'image de l'objet, vu par réflexion, à très petite distance de celle de l'objet vu directement en manœuvrant l'alidade à la main. On serre ensuite la vis de pression, puis on établit le contact parfait à l'aide de la vis de rappel.

Il est clair que la distance angulaire, lue sur le limbe, doit être corrigée de l'erreur instrumentale ε.

21. *Remarque.* — Lorsque l'éclat de l'objet le moins éclairé est suffisant, il est plus commode de viser directement l'objet de gauche lorsque les deux objets sont dans un plan à peu près horizontal; l'objet inférieur lorsque les deux objets se trouvent dans un plan à peu près vertical.

22. *Mesure de la hauteur d'un astre.* — L'application principale du sextant est la mesure des hauteurs d'astres au-dessus de l'horizon de la mer.

Soient hh' (*fig.* 11) la région de l'horizon de la mer qui est rencontrée par le vertical de l'astre A. L'observateur ayant son œil au point ω, l'angle qu'il s'agit de mesurer est l'angle $A\omega a$.

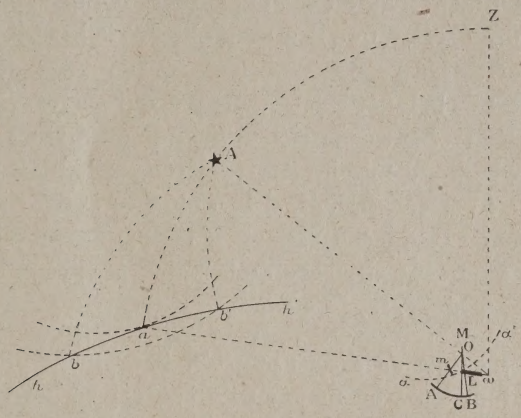
Or, rien ne distinguant sur l'horizon le pied a du vertical de l'astre des points voisins, on ne peut diriger la lunette L sur le point a lui-même.

On dispose alors le sextant à peu près dans le vertical $Z\omega a$ et l'on vise directement un point b de l'horizon, choisi aussi voisin que possible de a; on manœuvre ensuite l'alidade OC jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie de l'astre A vienne coïncider avec le point b. Si l'on balance alors l'instrument autour de ωA, l'image doublement réfléchie paraîtra décrire un petit arc de cercle ayant A pour

pôle et A b pour rayon, tandis que l'objectif de la lunette décrira un petit arc $\alpha\alpha'$ sensiblement horizontal.

En manœuvrant l'alidade OC jusqu'à ce que le petit cercle décrit

Fig. 11.



par l'image doublement réfléchie vienne tangenter l'horizon, il est clair que l'on obtiendra la hauteur Aω a de l'astre, hauteur qui correspond à l'arc de vertical Aa.

Lorsque la hauteur est très grande, l'astre étant voisin du zénith, le cercle décrit par son image se confond presque avec la ligne d'horizon hh'; le contact est alors plus difficile à obtenir, car il faut donner un grand balancement à l'instrument. Il est bon, dans ce cas, de déterminer au préalable la direction approchée du point a.

Si au contraire la hauteur est faible, le cercle décrit par l'image se sépare très nettement de l'horizon, dans le voisinage immédiat du point a, et la détermination de la hauteur s'effectue beaucoup plus facilement.

23. *Remarque.* — Lorsque l'astre observé a un disque sensible, on prend la hauteur de l'un de ses bords et, en lui ajoutant ou retranchant le demi-diamètre, on en déduit la hauteur du centre.

Pour la Lune, il est indispensable d'observer le bord horizontal éclairé, le bord opposé n'étant pas bien circulaire et ne représentant pas exactement le contour de l'astre.

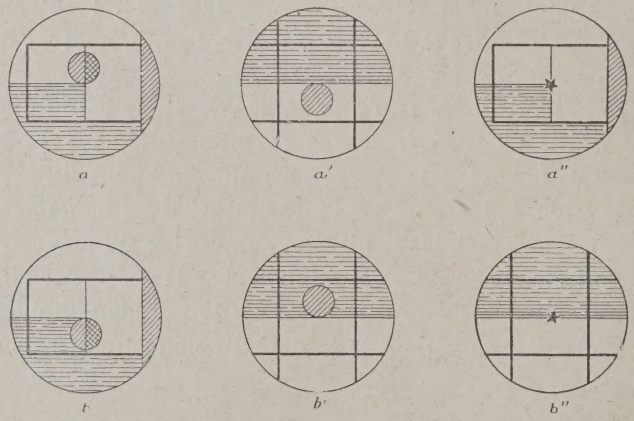
24. *Positions relatives de l'horizon et de l'astre au moment du contact.* — 1° *L'astre a un disque sensible.* Si l'on se sert de la lunette

terrestre, qui donne des images directes, l'horizon sera vu dans la partie inférieure du champ, et le ciel à la partie supérieure. Quant à l'astre, son image renversée par le grand miroir sera redressée par le petit et, par suite, la lunette en donnera une image directe. Au moment du contact on aura donc l'apparence indiquée par la figure *a* ou par la figure *b*, selon que l'on aura observé le bord inférieur ou le bord supérieur.

Si l'on se sert de la lunette astronomique, qui renverse les images, la mer sera placée en haut et le ciel en bas; quant à l'astre, son image renversée par le grand miroir sera redressée par le petit et renversée par la lunette : par conséquent, si l'on observe le bord supérieur du disque, au moment du contact, on a l'apparence indiquée par la figure a'; on a au contraire celle de la figure b' si c'est le bord inférieur que l'on a observé.

2° *L'astre n'a pas de disque sensible.* Son image étant alors un simple point lumineux, au moment du contact on aura l'apparence

Fig. 12.



indiquée par les figures a'' ou b'' selon que l'on aura observé avec la lunette terrestre ou avec la lunette astronomique.

25. *Égalisation des images.* — L'expérience montre qu'il est avantageux, pour bien apprécier les distances angulaires, d'égaliser autant que possible l'éclat des deux objets visés. Pour arriver à ce résultat, on emploie les verres colorés et, si cela ne suffit pas, on éloigne ou l'on rapproche la lunette du plan du limbe, selon que l'objet vu directement est trop peu ou trop éclairé.

26. *Observations de nuit.* — Lorsque l'on veut observer une étoile ou une planète, comme il est souvent difficile de reconnaître dans la lunette l'astre que l'on veut observer, parmi ceux qui l'environnent, on évite toute confusion en procédant de la manière suivante : le zéro du limbe et celui du vernier étant en contact, on vise directement l'astre, puis on déplace progressivement l'alidade en abaissant le rayon visuel et en conservant toujours l'image réfléchie de l'étoile ou de la planète dans le champ de la lunette. Lorsque l'axe optique sera dirigé sur la ligne d'horizon on obtiendra le contact parfait en opérant comme nous l'avons dit plus haut (22).

Pour les observations de nuit, il est avantageux d'employer la lunette terrestre qui donne, comme on le sait, plus de clarté et de champ que la lunette astronomique; d'ailleurs, en opérant ainsi, on évite le renversement des images qui est une cause de confusion de plus.

27. *Instruments de nuit.* — La mesure des hauteurs d'astres, la nuit, avec le sextant ordinaire, même lorsque l'on se sert de la lunette terrestre, est souvent très difficile et donne lieu à de fortes erreurs si la ligne d'horizon n'est pas bien nette.

L'éclat de l'astre observé, agissant par contraste, diminue en effet la visibilité de la partie d'horizon où doit avoit lieu le contact, au point de la faire parfois disparaître complètement.

Pour remédier à ces inconvénients, on a imaginé divers instruments dont les plus fréquemment employés sont : l'instrument Laurent, l'instrument Fleuriais et le sextant Fleuriais avec gyroscope collimateur.

28. *Instrument Laurent.* — Dans cet instrument on a placé entre les deux miroirs une lentille cylindrique plan-convexe dont la génératrice est parallèle au plan du limbe, sa face plane étant tournée vers le petit miroir, perpendiculairement au trajet des rayons lumineux venant du grand.

Par suite de cette disposition, l'image de l'étoile se présente sous la forme d'un petit trait lumineux, perpendiculaire au plan du limbe, qu'il est assez facile de faire coïncider avec l'horizon.

De plus, pour faciliter l'observation, la lunette est une lunette terrestre de grand diamètre qui donne une clarté et un champ considérables.

29. *Instrument Fleuriais.* — Dans cet instrument, l'image réfléchie est dédoublée, perpendiculairement au plan du limbe, au moyen d'un prisme biréfringent de Wollaston et l'on amène l'horizon entre ces deux images dont la distance angulaire est de 10′.

On commet donc au plus une erreur de 5′ lorsque l'on se sert de cet instrument.

La lunette astronomique adoptée par l'Amiral Fleuriais a un objectif de 40^{mm} de diamètre et 175^{mm} de foyer : sa longueur totale est de 216^{mm}. Grâce à la grande dimension de son objectif, cette lunette donne une clarté remarquable; elle possède en outre un fort grossissement et un champ très étendu.

30. *Sextant Fleuriais à gyroscope collimateur.* — Les deux instruments qui précèdent améliorent simplement les conditions dans lesquelles peuvent s'effectuer les observations de nuit par horizon défectueux.

Pour supprimer complètement toute cause d'erreur, l'Amiral Fleuriais a imaginé d'utiliser les propriétés du *gyroscope* pour faire apparaître, dans le champ de la lunette, l'image d'une ligne d'horizon artificielle. Entre les mains d'un observateur bien entraîné, le sextant Fleuriais à gyroscope collimateur permet donc d'obtenir de bonnes hauteurs d'étoiles, même lorsque l'horizon est complètement invisible; il permet aussi d'obtenir de bonnes hauteurs de Soleil quand la brume cache l'horizon, mais n'est pas assez épaisse pour empêcher d'apercevoir le contour du disque solaire.

Horizon artificiel.

31. Nous verrons un peu plus loin que, dans certains cas, un Capitaine a besoin d'observer directement, à terre, les hauteurs des astres par rapport à l'horizon apparent. Ces hauteurs se déterminent alors à l'aide du sextant et d'instruments appelés *horizons artificiels*, qui ont pour but de déterminer une surface plane, horizontale et réfléchissante.

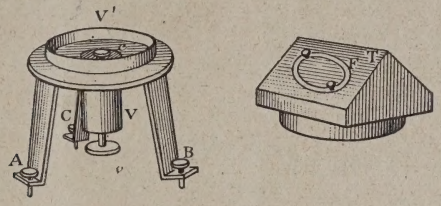
Les horizons artificiels employés habituellement par les Marins sont les *horizons à fluide* et les *horizons à glace.*

32. *Horizons artificiels à mercure.* — Les horizons à mercure sont

basés sur ce principe que la surface d'un liquide en repos est sensiblement plane et parallèle à l'horizon apparent.

L'un des modèles d'horizons artificiels à mercure les plus répandus consiste en un vase en fonte V (*fig.* 13) contenant du mercure et

Fig. 13



surmonté d'une cuvette cylindrique V′ dont le fond est légèrement tronconique, la grande base tournée vers le ciel. Le tout est supporté par trois pieds A, B, C, munis de vis calantes.

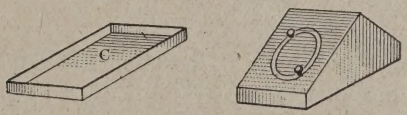
Le fond du vase V est formé par une peau de chamois que la vis φ permet à volonté de faire monter ou descendre. Si donc on enlève la vis-bouchon *c*, en agissant sur la vis φ on fera monter le mercure dans la cuvette supérieure où il formera une surface plane et réfléchissante.

Une toiture T abrite la cuvette V′ contre les agitations de l'air et deux fenêtres opposées F, munies de verres à faces bien parallèles, laissent passer les rayons lumineux.

Lorsque l'observation est terminée, on n'a qu'à dévisser la vis φ et le mercure rentre dans le vase V que l'on ferme hermétiquement à l'aide de la vis-bouchon.

33. *Horizons artificiels à huile.* — Le mercure, dans les horizons à fluide, a l'avantage de donner une surface dont le pouvoir réfléchis-

Fig. 14.



sant est considérable, mais il a l'inconvénient de trembloter aux moindres vibrations du sol environnant. C'est pourquoi on se sert très fréquemment d huile, surtout dans les pays chauds où elle ne risque pas de se congeler.

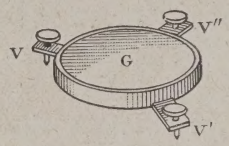
L'horizon se compose alors (*fig.* 14) d'une cuvette en fonte C, de

forme parallélépipédique, que l'on peut recouvrir d'une toiture analogue à celle des horizons à mercure.

Comme l'huile est transparente, le fond de la cuvette est noirci, afin que la réflexion de la lumière se produise à la surface du liquide.

34. *Horizons artificiels à glace.* — Les horizons à glace, aujourd'hui peu employés, se composent d'une glace circulaire G (*fig.* 15)

Fig. 15.



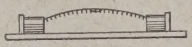
parfaitement plane et polie. La face inférieure est dépolie et peinte en noir afin que la réflexion des rayons lumineux se fasse sur la face supérieure.

La glace est fixée, sans aucun jeu, dans une monture en laiton munie de trois vis calantes V, V′ et V″ dont les pointes forment les sommets d'un triangle équilatéral.

Pour que cet instrument puisse permettre de mesurer les hauteurs par rapport à l'horizon apparent, il est indispensable de le *caler*, c'est-à-dire de rendre sa face supérieure rigoureusement horizontale : on se sert pour cela d'un *niveau à bulle d'air.*

35. *Niveau à bulle d'air. Vérification de l'horizontalité d'une ligne.* — Le *niveau à bulle d'air* (*fig.* 16) est un tube cylindrique en verre

Fig. 16.



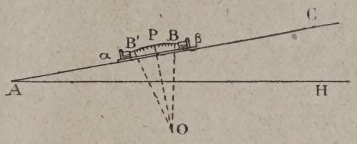
fermé à ses deux extrémités, et légèrement courbé en arc de cercle. Ce tube est presque entièrement rempli d'un liquide sans viscosité, tel que : eau distillée, alcool ou éther. L'espace laissé libre forme la bulle d'air qui tend toujours à occuper la position la plus élevée.

Le niveau est habituellement mastiqué dans une monture métallique à base plane, et sa face supérieure est graduée en divisions égales.

Nous allons voir que cet instrument permet de vérifier aisément

l'horizontalité d'une ligne. Supposons, en effet, le niveau placé sur une droite AC (*fig.* 17) légèrement inclinée sur l'horizon et soient O

Fig. 17.

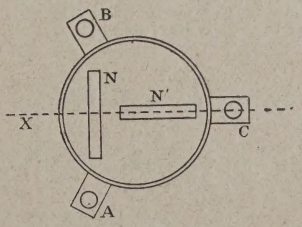


le centre du niveau, $\alpha\beta$ sa base, OP la perpendiculaire abaissée du centre O sur $\alpha\beta$, OB le rayon vertical : le milieu de la bulle d'air viendra évidemment au point B. Or, si l'on retourne le niveau de 180° sur la ligne AC, le rayon OP restera parallèle à lui-même, mais le rayon qui deviendra vertical sera OB′, symétrique de OB par rapport à OP, de sorte que l'arc BB′ parcouru par la bulle d'air dans le retournement est égal au double de la pente CAH. Pour rendre la ligne AC horizontale, il suffit donc, après le retournement du niveau, d'abaisser l'extrémité C ou d'élever l'extrémité A jusqu'à ce que la bulle vienne en P, milieu de BB′ : le rayon OP est alors vertical.

Le niveau est dit *rectifié* quand le point P correspond au zéro de la graduation; c'est ce qui a lieu habituellement.

36. *Caler un horizon à glace.* — Il est clair que l'horizon à glace sera parfaitement horizontal lorsque deux droites, contenues dans sa face supérieure, seront horizontales. Pour obtenir ce résultat, posons le niveau sur la glace, en N, dans une direction parallèle à la

Fig. 18.



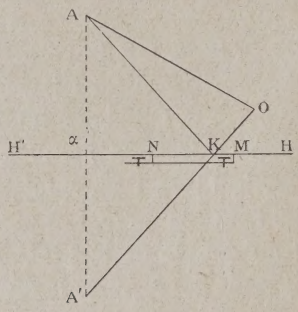
droite AB qui joint les pointes de deux vis calantes : nous déterminerons l'horizontalité de cette ligne par retournement du niveau et en agissant sur les deux vis A et B.

Plaçant ensuite le niveau en N′, c'est-à-dire dans une direction à peu près perpendiculaire à AB, nous pourrons, en agissant simplement sur la vis C, rendre la ligne XC horizontale.

Il est clair que, si les opérations que l'on vient de décrire ont été effectuées avec soin, la bulle ne devra plus se déplacer, quelle que soit la position que l'on donne au niveau sur la glace.

37. *Principe de la mesure des hauteurs à l'horizon artificiel.* — Soient A (*fig.* 19) un astre, O l'œil de l'observateur, NM un

Fig. 19



horizon artificiel, HH′ l'intersection du vertical de l'astre A avec la face supérieure de cet horizon artificiel. On sait que l'image de A sera A′, le point A′ étant le symétrique de A.

La lunette du sextant étant munie des verres colorés convenables, visons directement l'image A′, puis amenons, au moyen de l'alidade, l'image doublement réfléchie de A en coïncidence avec A′.

En corrigeant la lecture faite sur le limbe de l'erreur instrumentale ε, on obtiendra la valeur de l'angle AOA′, c'est-à-dire le double de la hauteur apparente AKH′, car l'angle OAK, différence entre AOA′ et AKA′, est tout à fait négligeable.

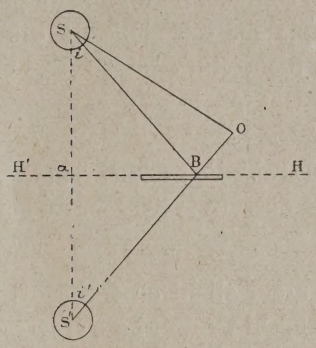
38. *Observation du Soleil à l'horizon artificiel.* — Soient S′ (*fig.* 20) le *Soleil direct*, c'est-à-dire celui que l'on aperçoit dans l'horizon artificiel et S le Soleil que l'on doit mettre en coïncidence avec S′ en manœuvrant l'alidade.

Pour obtenir la distance angulaire SBS′ des centres, il faudrait superposer, dans la lunette, les images des deux disques. Mais, comme ce résultat est toujours assez difficile à obtenir, il vaut mieux établir les contacts des bords les plus voisins ou des bords les plus éloignés de ces disques, ce qui équivaut à observer le double de la hauteur apparente du bord inférieur ou du bord supérieur de l'astre.

Proposons-nous par exemple de mesurer la hauteur du bord infé-

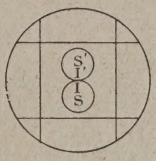
rieur i du Soleil, et, pour cela, visons directement le Soleil S′ à l'aide du sextant; comme la lunette astronomique renverse les images, le

Fig. 20.



bord i' apparaîtra dans la lunette en I′ (*fig.* 21), en bas du disque S′. Si nous manœuvrons alors l'alidade jusqu'à ce que le Soleil double-

Fig. 21.



ment réfléchi apparaisse en S dans le champ de la lunette, l'image de bord i sera en I, en haut du disque S, car l'image doublement réfléchie, renversée par le grand miroir, aura été redressée par le petit, puis renversée de nouveau par la lunette. Il en résulte que, pour avoir l'angle i B i', il faudra établir, dans la lunette, le contact des bords I et I′, c'est-à-dire placer le Soleil direct au-dessus du Soleil vu par double réflexion : au moment du contact, l'apparence sera donc celle représentée par la figure 21 et il est clair que l'inverse aurait lieu pour les bords supérieurs.

Pratiquement, l'observation s'effectue de la manière suivante : on commence par poser l'horizon à terre et on le recouvre de sa toiture, de telle sorte que les fenêtres se trouvent dans la direction du vertical du Soleil. L'observateur s'assied ensuite sur la boîte du sextant, aussi près que possible de l'horizon, les coudes appuyés sur les genoux : l'alidade étant à zéro, il dispose un verre coloré devant le petit miroir, place l'œil au collier de la lunette et vise le Soleil direct;

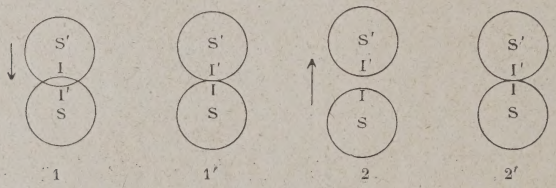
il manœuvre ensuite l'alidade, en maintenant l'instrument bien vertical, jusqu'à ce qu'il aperçoive le Soleil réfléchi.

Il dispose alors un verre coloré devant le grand miroir et établit approximativement le contact; il ne lui reste plus ensuite qu'à visser la lunette astronomique sur son collier, à égaliser l'éclat des deux images au moyen des bonnettes ou des verres colorés, et à établir les contacts aussi exactement que possible.

39. *Moyen pratique d'obtenir de bons contacts.* — Supposons, pour fixer les idées, que l'on observe la hauteur du bord inférieur du disque du Soleil :

1° Le matin, la hauteur allant en croissant, le disque direct et le disque doublement réfléchi tendront à s'écarter; il suffira, par conséquent, de faire mordre légèrement les deux images l'une sur l'autre

Fig. 22.



(*fig.* 22, position 1) et d'attendre que le mouvement de l'astre vienne parfaire le contact (position 1');

2° Le soir, au contraire, la hauteur allant en diminuant, les deux disques tendront à se rapprocher. On placera donc le Soleil réfléchi S un peu au-dessous du Soleil direct S' (position 2) et l'on attendra ensuite que le mouvement de l'astre vienne établir le contact (position 2').

II. — CORRECTION DES HAUTEURS.

---

40. Les hauteurs lues sur le limbe du sextant doivent, pour pouvoir être utilisées dans les calculs de navigation, être ramenées à l'horizon vrai et corrigées de toutes les erreurs qui peuvent les affecter.

Nous allons donc examiner comment s'effectuent ces corrections,

soit que l'on observe à l'horizon de la mer, soit que l'on observe à l'horizon artificiel.

41. *Correction des hauteurs prises à l'horizon de la mer.* — Il existe deux méthodes différentes pour corriger les hauteurs prises à l'horizon de la mer :

I. *Méthode du demi-diamètre central.* — Prenons pour plan de la figure 23 celui du vertical de l'astre et soient O l'œil de l'observateur, OZ sa verticale, TH l'horizon vrai, H′OH′ l'horizon apparent, Oh' la direction dans laquelle s'aperçoit l'horizon de la mer relevé par suite de la réfraction terrestre.

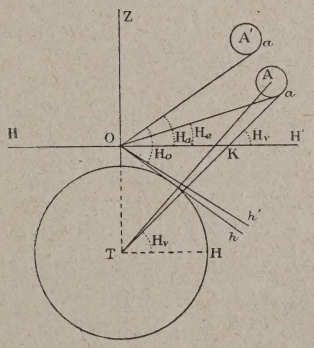
Supposons que l'on observe la hauteur du bord inférieur a' de l'astre A′, du Soleil par exemple :

1° Avant tout, il nous faut corriger la hauteur lue sur le sextant de l'erreur instrumentale $\pm\varepsilon$. Si donc $H_o\odot$ représente la hauteur h' O a', observée à l'horizon de la mer, et $H_i\odot$ la hauteur instrumentale, on peut poser :

$$H_o\odot = H_i\odot \pm \varepsilon.$$

2° Pour passer de la hauteur observée à l'horizon de la mer à la

Fig. 23.



hauteur de l'astre par rapport à l'horizon apparent, nous remarquons que :

$$H'O\,a' = h'O\,a' - h'OH',$$

c'est-à-dire, en représentant par $H_a\odot$ la hauteur du bord inférieur par rapport à l'horizon apparent (hauteur apparente) et par dép.

l'angle h' OH' que l'on appelle la *dépression apparente :*

$$H_a\odot = H_o\odot - \text{dép.} = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.}$$

3° Mais l'on sait que l'astre vu en A' est plus voisin du zénith qu'il ne l'est en réalité. Si donc A est sa position réelle et a celle du bord inférieur, la figure montre que :

$$H'O\,a = H'O\,a' - a\,O\,a',$$

c'est-à-dire, puisque l'angle a O a' est la *réfraction astronomique* R,

$$H_c\odot = H_a\odot - R = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.} - R,$$

$H_c\odot$ désignant la *hauteur apparente corrigée de la réfraction.*

4° Pour passer de la hauteur corrigée $H_c\odot$ à la hauteur vraie du bord inférieur $H_v\odot$, nous voyons, sur la figure, que :

$$HT\,a = H'K\,a = H'O\,a + O\,a\,K,$$

c'est-à-dire, puisque l'angle O a K est sensiblement égal à la *parallaxe en hauteur* ϖ,

$$H_v\odot = H_c\odot + \varpi = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.} - R + \varpi.$$

5° Enfin on voit aussi que :

$$HTA = HT\,a + a\,TA,$$

c'est-à-dire, en désignant par $H_v\oplus$ la *hauteur vraie du centre* HTA et par d le *demi-diamètre central a* TA,

$$H_v\oplus = H_v\odot + d = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.} - R + \varpi + d.$$

Telle est la formule de correction cherchée.

II. *Méthode du demi-diamètre en hauteur réfracté.* — Prenons, pour plan de la figure 24, celui du vertical de l'astre, du Soleil par exemple, et conservons les mêmes notations que ci-dessus : soient A' la position apparente de l'astre, A sa position réelle, et a' le bord inférieur du disque apparent.

1° En corrigeant la hauteur $H_i\odot$, lue sur le limbe, de l'erreur instrumentale ε, nous aurons encore :

$$H_o\odot = H_i\odot \pm \varepsilon.$$

2° Pour avoir la hauteur apparente $H_a\odot$, nous remarquons que

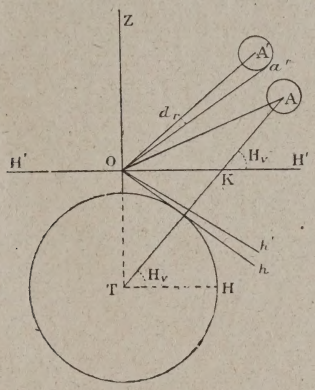
l'on a, comme précédemment,

$$H_a\odot = H'O\,a' = h'O\,a' - h'OH',$$

c'est-à-dire :

$$H_a\odot = H_o\odot - \text{dép.} = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.}$$

Fig. 24.



3° Or, si d_r représente le *demi-diamètre en hauteur réfracté* $A'O\,a'$, on voit sur la figure que :

$$H'OA' = H'O\,a' + a'OA',$$

c'est-à-dire :

$$H_a\oplus = H_a\odot + d_r = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.} + d_r.$$

4° L'astre étant en A alors qu'il paraît être en A', il en résulte que :

$$H'OA = H'OA' - AOA',$$

c'est-à-dire :

$$H_c\oplus = H_a\oplus - R = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.} + d_r - R.$$

5° Enfin, le triangle OAK ayant $H_v\odot$ pour angle extérieur donne :

$$H_v\oplus = H_c\oplus + OAT = H_c\oplus + \varpi,$$

c'est-à-dire :

$$H_v\oplus = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.} + d_r - R + \varpi.$$

42. *Remarque.* — Si, au lieu d'observer le bord inférieur, nous avions observé le bord supérieur, nous aurions trouvé de même :

$$H_v\oplus = H_i\odot \pm \varepsilon - \text{dép.} - R + \varpi - d$$

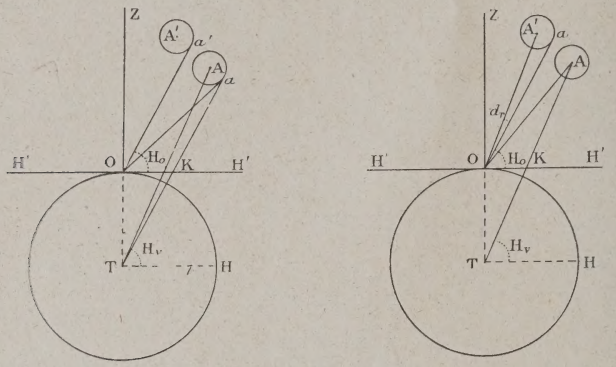
par la première méthode et

$$H_v \underline{\odot} = H_i \overline{\odot} \pm \varepsilon - \text{dép.} - d_r - R + \varpi$$

par la seconde.

43. *Correction des hauteurs prises à l'horizon artificiel.* — On sait que, lorsqu'on observe à l'horizon artificiel, on mesure directement

Fig. 25.



le double de la hauteur de l'astre par rapport à l'horizon apparent : en divisant la lecture faite par 2 on obtient donc la hauteur apparente du bord inférieur $H_a \underline{\odot}$ ou supérieur $H_a \overline{\odot}$.

On a donc :

$$H_a \overline{\odot} = \frac{2 H_i \overline{\odot} \pm \varepsilon}{2}.$$

Portant alors cette valeur de $H_a \underline{\odot}$ dans les formules de correction trouvées précédemment, on obtient :

$$H_v \underline{\odot} = \frac{2 H_i \overline{\odot} \pm \varepsilon}{2} - R + \varpi \pm d,$$

en employant la première méthode, et

$$H_v \underline{\odot} = \frac{2 H_i \overline{\odot} \pm \varepsilon}{2} \pm d_r - R + \varpi,$$

en employant la seconde. Ces deux formules s'établiraient d'ailleurs très simplement à l'aide des figures 25.

44. *Remarque.* — On voit, par ce qui précède, qu'en observant les hauteurs à l'horizon artificiel on n'a pas à faire intervenir la

dépression, qui est, comme nous allons le voir, un élément imparfaitement connu.

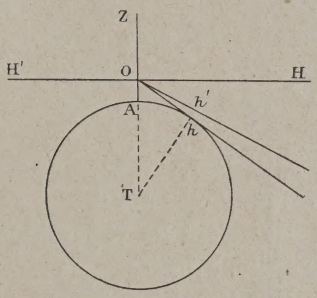
De plus, la hauteur apparente étant obtenue en divisant par 2 l'angle lu sur le sextant, il en résulte que les erreurs d'observation et de lecture sont également divisées par 2.

Les hauteurs prises à l'horizon artificiel sont donc beaucoup plus exactes que celles prises à l'horizon de la mer.

Calcul des éléments qui figurent dans les formules de correction des hauteurs.

45. *Dépression.* — Nous avons appelé *dépression apparente* l'angle h' OH (*fig.* 26) formé par le rayon visuel tangent à l'horizon de la mer

Fig. 26.



relevé par la réfraction terrestre et le plan d'horizon apparent; on appelle de même *dépression vraie* l'angle h OH formé par le rayon visuel tangent à l'horizon non réfracté et le plan d'horizon apparent.

Pour calculer l'angle h' OH, nous remarquons que l'on a, sur la figure,

$$h'\,\mathrm{OH} = h\,\mathrm{OH} - h\,\mathrm{O}\,h'.$$

Or, h OH est égal à OT h = T, puisque ces deux angles ont leurs côtés respectivement perpendiculaires. Quant à l'angle h O h' il représente la réfraction terrestre relative aux points O et h, de sorte que l'on peut écrire :

$$\text{(1)} \qquad \text{dép.} = \mathrm{T} - \gamma\,\mathrm{T} = \mathrm{T}(1-\gamma).$$

Pour évaluer l'angle T en fonction du rayon r de la Terre et de l'élévation h de l'œil de l'observateur, nous remarquons que dans le

triangle rectangle OT h, on a :

$$T h = TO \cos T$$

ou

$$r = (r + h) \cos T.$$

On en déduit :

$$\cos T = \frac{r}{r+h},$$

et, par suite,

$$2 \sin^2 \frac{T}{2} = 1 - \cos T = 1 - \frac{r}{r+h} = \frac{h}{r+h}.$$

Or, comme T est toujours très petit, on peut, sans erreur sensible, poser :

$$\sin \frac{T}{2} = \frac{T}{2} \sin 1'',$$

de sorte que :

$$\sin^2 \frac{T}{2} = \frac{T^2}{4} \sin^2 1''.$$

On a donc :

$$2 \frac{T^2}{4} \sin^2 1'' = \frac{h}{r+h}$$

et, par suite,

$$T = \frac{1}{\sin 1''} \sqrt{\frac{2h}{r+h}}.$$

D'ailleurs, comme h est toujours extrêmement petit vis-à-vis de r, on peut, sans altérer sensiblement les résultats fournis par la formule précédente, écrire plus simplement :

$$T = \frac{1}{\sin 1''} \sqrt{\frac{2h}{r}}.$$

On a donc, en remplaçant T par sa valeur dans (1) :

$$\text{dép.} = \frac{1 - \gamma}{\sin 1''} \sqrt{\frac{2h}{r}},$$

formule qui permet de calculer aisément la dépression apparente qui figure dans les formules de correction des hauteurs.

Cette formule, calculée dans l'hypothèse de $\gamma = 0{,}08$, est donnée par la Table XII de Friocourt; on entre dans cette Table avec h comme argument.

46. *Remarque I.* — γ variant, comme on l'a vu, entre 0,05 et 0,15, on voit que le calcul de la dépression conduit à des résultats très incertains.

47. *Remarque II.* — La valeur de l'angle T, exprimée en minutes de degré, n'est autre chose que la longueur de l'arc A h exprimé en milles. Or nous venons de trouver que :

$$T = \frac{1}{\sin 1''}\sqrt{\frac{2h}{r}},$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$T = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{r}\sin 1''}\sqrt{h},$$

T étant exprimé en secondes.

En calculant la valeur de l'expression $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{r}\sin 1''}$, pour $r = 6368608^{m}$, on trouve $115'',59$, de sorte que l'on a, en milles, c'est-à-dire, en minutes de degré,

$$T = \frac{115'',59}{60}\sqrt{h} \quad \text{ou} \quad T = 1',9\sqrt{h}.$$

On voit que, pour avoir en milles la distance à laquelle se trouve l'horizon visible, il suffit, pratiquement, de multiplier par 1,9, ou en chiffres ronds, par 2, la racine carrée de l'élévation de l'œil de l'observateur exprimée en mètres.

Les distances exactes de l'horizon visible, fournies par la Table XII de Friocourt, sont un peu plus fortes que celles que l'on obtiendrait par la méthode précédente : par suite de la réfraction terrestre, ce n'est pas, en effet, le point h que l'on aperçoit dans la direction Oh', mais le point où la courbe qui représente le trajet suivi par le rayon lumineux aboutissant au point O tangente la surface de la mer; ce point est donc nécessairement un peu plus éloigné que le point h.

Nous verrons, plus loin, comment se déterminent les distances exactes de l'horizon visible fournies par la Table XII.

48. *Réfraction.* — Nous avons vu en Astronomie que la réfraction dépend uniquement de la hauteur apparente, de la température et de la pression barométrique.

Cet élément important se calcule à l'aide de la Table VII de Friocourt qui donne, en fonction de la hauteur apparente H_a, la *Réfraction moyenne* R_m correspondant à l'état moyen de l'atmosphère, c'est-à-dire à une température de + 10° C. et à une pression barométrique de 760^{mm}.

La Table VIII fait ensuite connaître les corrections additives ou soustractives à faire subir à R_m pour en déduire la réfraction R qui correspond à la température et à la pression barométrique de l'instant de l'observation.

A la mer on prend toujours R_m, à la place de R dans tous les calculs courants.

49. *Parallaxe en hauteur.* — Pour le *Soleil* cet élément, qui se représente par $\varpi\odot$, est donné par la Table III de la *Connaissance des Temps*, en fonction de la hauteur apparente comme argument vertical, et de la date la plus voisine comme argument horizontal.

Pour la *Lune*, la parallaxe en hauteur est un peu plus compliquée à obtenir : on trouve d'abord dans la *Connaissance des Temps* la parallaxe horizontale équatoriale π_0. La Table XXI de Friocourt, dans laquelle on entre avec π_0 et L comme arguments, fait ensuite connaître la correction soustractive à faire subir à π_0 pour avoir π, de sorte que l'on a

$$\pi = \pi_0 - \text{Table XXI.}$$

On obtient enfin la parallaxe en hauteur $\varpi\mathbb{C}$ en multipliant π par $\cos H_a$, dont la valeur est fournie par la Table de lignes naturelles.

Au lieu de corriger les hauteurs de Lune en calculant séparément R et ϖ, on peut aussi se servir de la Table XXII de Friocourt, qui donne, toute calculée, la valeur de $\varpi - R_m$ lorsqu'on y entre avec π et H_a comme arguments. On fait ensuite subir à cet élément les corrections de la Table VIII (température et pression), mais en ayant soin de les prendre en signe contraire. A la mer on ne se sert, bien entendu, que de la Table XXII, c'est-à-dire que l'on prend $\varpi - R_m$ à la place de $\varpi - R$.

Pour les *Planètes*, les parallaxes en hauteur sont données par la Table IV de la *Connaissance des Temps*, dans laquelle on entre avec H_a comme argument vertical, et avec la parallaxe horizontale, donnée aux éphémérides de chaque planète, comme argument horizontal.

50. *Demi-diamètres.* — Pour le *Soleil*, le demi-diamètre central d est donné, chaque jour, par la *Connaissance des Temps*, dans les éphémérides de cet astre.

Si l'on veut avoir le demi-diamètre en hauteur réfracté d_r, comme la différence $d' - d$ est insensible pour cet astre, il suffira de retrancher

du demi-diamètre central la correction de la Table XVIII de Friocourt.

Le demi-diamètre central de la *Lune* $d\mathbb{C}$ est donné par la *Connaissance des Temps;* pour en déduire le demi-diamètre en hauteur $d'\mathbb{C}$ il suffit de lui ajouter la correction de la Table XVII de Friocourt

Enfin, si l'on veut obtenir le demi-diamètre en hauteur réfracté $d_r\mathbb{C}$, on retranche de $d'\mathbb{C}$ la correction de la Table XVIII de Friocourt.

Pour les *Planètes*, on emploie le demi-diamètre tel qu'il est donné par la *Connaissance des Temps;* dans les calculs de navigation on néglige même habituellement cette correction.

51. *Correction pratique des hauteurs prises à l'horizon de la mer.* — Comme on le voit par ce qui précède, le calcul des diverses corrections de hauteurs est assez compliqué, surtout si l'on se sert du demi-diamètre en hauteur réfracté : c'est pour cela qu'à la mer on emploie exclusivement la méthode du demi-diamètre central. En outre, pour éviter d'avoir à calculer séparément les divers éléments de correction, on a dressé les Tables I, I′, II et III décrites ci-après.

Les Tables I, II et III se trouvent dans l'Ouvrage de M. Friocourt; ces mêmes Tablés, disposées d'une manière différente et de façon à supprimer les interpolations, se trouvent, ainsi que la Table I′, dans mes « *Tables Nautiques pour simplifier et abréger les calculs de navigation* ».

1° Table I. — Cette Table donne, en fonction de :

$$H_0\odot = H_i\odot \pm \varepsilon$$

et de l'élévation de l'œil, la valeur de la correction :

$$-\text{dép.} - R + \varpi + d,$$

de sorte que l'on a simplement :

$$H_v\oplus = H_i\odot \pm \varepsilon + (-\text{dép.} - R + \varpi + d) = H_i\odot \pm \varepsilon + \text{T. I.}$$

Cette correction est toujours additive. Comme la Table I a été construite en donnant à ϖ et à d leurs valeurs moyennes, il ne faut pas oublier de tenir compte de la correction pour la date, correction indiquée par l'Annexe placée au bas de la Table.

En désignant par T.I la correction totale ainsi obtenue, on a donc :

$$H_v\oplus = H_i\odot \pm \varepsilon + \text{T. I.}$$

2° Table I'. — Cette Table donne de même, en fonction de :

$$H_o \odot = H_i \odot \pm \varepsilon$$

et de l'élévation de l'œil, la correction :

$$-\text{dép.} - R + \varpi - d,$$

de sorte que l'on a :

$$H_v \ominus = H_i \odot \pm \varepsilon - (\text{dép.} + R - \varpi + d) = H_i \odot \pm \varepsilon - T.\ I'.$$

La Table I' comporte trois Tableaux : on entre dans le premier avec $H_0 \odot$, dans le second avec la hauteur de l'œil et dans le troisième avec la date. On donne à chacun des trois termes ainsi obtenus le signe indiqué, puis on en fait la somme algébrique pour obtenir la correction totale T. I' *qui est toujours soustractive.*

Pour corriger une hauteur de Soleil, bord supérieur, *quand on ne possède pas la Table I'*, on fait la correction à l'aide de la Table I de Friocourt, mais on a soin de changer le signe de la correction de la Table annexe et de retrancher ensuite 32′ de la hauteur ainsi obtenue. On a donc dans ce cas

$$H_v \ominus = H_i \odot \pm \varepsilon + T.\ I - \text{Annexe} - 32'.$$

3° Table II. — Nous avons vu qu'une étoile n'a ni parallaxe ni demi-diamètre. La formule de correction se réduit donc à :

$$H_v \star = H_i \star \pm \varepsilon - \text{dép.} - R,$$

ce qui peut s'écrire :

$$H_v \star = H_i \star \pm \varepsilon - (\text{dép.} + R).$$

La Table II donnant, toute calculée, la valeur de l'expression (dép. + R), on a donc :

$$H_v \star = H_i \star \pm \varepsilon - T.\ II.$$

On entre dans cette Table avec $H_0 \star = H_i \star \pm \varepsilon$ et l'élévation de l'œil comme arguments.

Cette Table est aussi utilisée pour la correction des hauteurs de planètes, car, pour ces astres, les éléments ϖ et d sont négligeables à la mer.

4° Table III. — Pour la Lune on a :

$$H_v \ominus = H_i \mathbb{C} \pm \varepsilon - \text{dép.} - R + \varpi \mathbb{C} \pm d\mathbb{C},$$

ce qui peut s'écrire :

$$H_v \mathbb{C} = H_i \overline{\mathbb{C}} \pm \varepsilon - \text{dép.} + (\varpi \mathbb{C} - R \pm d\mathbb{C}).$$

La Table III donnant, toute calculée, la valeur de l'expression $(\varpi \mathbb{C} - R \pm d\mathbb{C})$, la formule de correction devient :

$$H_v \mathbb{C} = H_i \overline{\mathbb{C}} \pm \varepsilon - \text{dép.} + \text{T. III.}$$

52. *Passer de la hauteur vraie du centre à la hauteur instrumentale d'un bord.* — Pour le Soleil on a vu que :

$$H_v \odot = H_i \overline{\odot} \pm \varepsilon - \text{dép.} - R + \varpi \pm d.$$

On en déduit :

$$H_i \overline{\odot} = H_v \odot \mp \varepsilon + \text{dép.} + R - \varpi \mp d.$$

Pour la Lune on aurait de même

$$H_i \overline{\mathbb{C}} = H_v \mathbb{C} \mp \varepsilon + \text{dép.} + R - \varpi \mathbb{C} \mp d\mathbb{C}$$

et, pour une étoile ou planète,

$$H_i \star = H_v \star \mp \varepsilon + \text{dép.} + R.$$

Enfin, si l'on se sert des Tables I, I′, II et III, on a évidemment :

$$H_i \overline{\odot} = H_v \odot \mp \varepsilon - (\text{T. I} + \text{Annexe}),$$
$$H_i \overline{\odot} = H_v \odot \mp \varepsilon + \text{T. I}',$$
$$H_i \overline{\odot} = H_v \odot \mp \varepsilon - (\text{T. I} - \text{Annexe}) + 32',$$
$$H_i \overline{\mathbb{C}} = H_v \mathbb{C} \mp \varepsilon + \text{dép.} - \text{T. III},$$
$$H_i \star = H_v \star \mp \varepsilon + \text{T. II}.$$

On voit donc que, pour passer de la hauteur vraie à la hauteur instrumentale, il suffit de corriger la hauteur vraie comme si elle était une hauteur instrumentale, mais en faisant toutes les corrections en sens contraire.

53. *Remarque.* — Pour appliquer les formules précédentes, on entre dans les Tables de corrections avec H_v comme argument, alors qu'il faudrait employer H_0 ou H_a qui ne sont pas connus.

Les corrections trouvées sont donc inexactes, de sorte que si l'on veut obtenir la hauteur H_i d'une manière précise, il est nécessaire de procéder par approximations successives.

En entrant une première fois dans les Tables avec H_v comme argu-

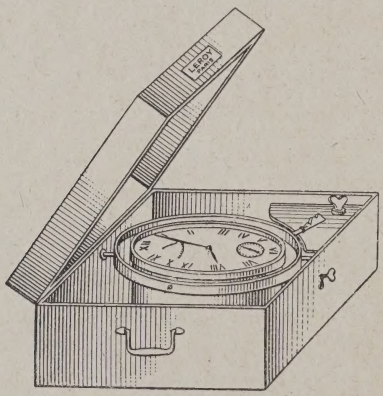
ment, on obtiendra des corrections qui donneront une valeur approchée H'_i de H_i; cette valeur, corrigée de ε (ou de ε et de dép.), fera connaître une valeur approchée de H_0 (ou de H_a) qui permettra de calculer de nouveau les corrections avec plus de précision et donnera par suite une valeur plus exacte de H_i, et ainsi de suite.

Cette seconde valeur de H_i est toujours suffisamment exacte même pour la Lune : pour les autres astres la première approximation suffit toujours.

III. — CHRONOMÈTRES ET MONTRES MARINES.

54. *Chronomètres.* — Les chronomètres sont des instruments destinés à conserver avec précision l'heure temps moyen de Greenwich. Ce sont de grosses montres en cuivre, de 10 à 12^{cm} de diamètre. construites avec un soin extrême et disposées de manière à ressentir le moins possible les chocs et les vibrations du navire. A cet effet, chaque chronomètre est suspendu à la Cardan dans une boîte parallélépipédique en acajou (*fig.* 27) et, de plus, cette boîte, calée

Fig. 27.



avec des coussins, est placée à bord des navires dans un coffre capitonné.

Ces instruments doivent d'ailleurs être manipulés avec beaucoup de soin : on ne doit les déplacer qu'en cas de nécessité absolue, tout mouvement brusque pouvant altérer la régularité de leur mouvement et par suite les indications qu'ils fournissent.

55. *Compteurs.* — Les compteurs, ou *montres de comparaison*, sont des montres d'une construction un peu moins soignée que celle des chronomètres et d'un prix moins élevé : ce sont les compteurs que l'on déplace pour les observations, de sorte qu'ils sont les intermédiaires entre le chronomètre et l'observateur.

Les compteurs ne sont pas suspendus à la Cardan, mais, toutes les fois que l'on ne s'en sert pas, on doit les enfermer avec les chronomètres dans le coffre capitonné.

56. *Montre d'habitacle.* — En plus des chronomètres et des compteurs, il existe à bord de chaque navire une bonne montre ordinaire destinée à régler les occupations journalières. Cette montre est généralement placée sur le pont, à côté de l'habitacle du compas, et s'appelle, pour cette raison, *montre d'habitacle.*

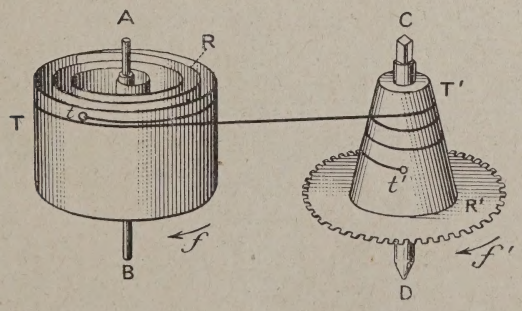
La montre d'habitacle, au lieu d'indiquer l'heure temps moyen de Greenwich, donne l'heure moyenne locale. La plupart du temps même, elle donne le temps vrai local Tvg : cette montre a donc besoin d'être mise fréquemment à l'heure, l'heure locale variant avec la position du navire sur le Globe.

Notions sur le mécanisme des chronomètres.

57. Les pièces mobiles d'un chronomètre comprennent trois organes principaux qui sont le *moteur*, le *régulateur* et l'*échappement.*

58. *Moteur.* — Le moteur, au lieu d'être comme dans les horloges

Fig. 28.



un poids fixé à l'extrémité d'une corde qui agit sur un tambour, est un ressort R (*fig.* 28) formé par un long ruban d'acier enroulé sur lui-même en forme de spirale.

Une des extrémités de ce ressort est agrafée sur un axe fixe AB et l'autre sur le pourtour intérieur d'un tambour cylindrique T, appelé *barillet*, ayant AB pour axe.

La première roue R′ du rouage est portée par un tambour de forme tronconique T′, nommé *fusée*, dont l'axe de rotation CD est parallèle à AB. Une chaînette, fixée en t', s'enroule dans une sorte de rainure hélicoïdale pratiquée sur la fusée et vient se fixer en t sur le barillet.

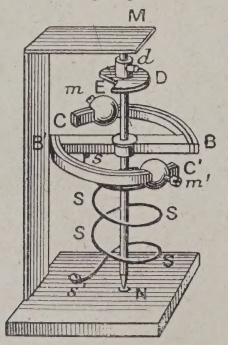
Si, à l'aide d'une clef, on fait tourner l'axe CD en sens inverse de la flèche f', la chaîne s'enroule sur la fusée et se déroule sur le barillet qu'elle entraîne; les spires du ressort R se resserrent donc autour de l'axe AB en exerçant une réaction de plus en plus forte dans le sens de la flèche f.

Le ressort R étant ainsi monté, puis abandonné à lui-même, cette réaction fait tourner le barillet sur lequel s'enroule la chaîne, tandis qu'elle se déroule sur la fusée en la faisant, par suite, tourner dans le sens de la flèche f'. La roue R′, au moyen d'une série de roues dentées et de pignons constituant le *rouage*, transmet ce mouvement amplifié à une roue d'échappement analogue à celle dont nous avons parlé en Astronomie à propos des horloges à poids et à pendule.

La tension du ressort moteur R, et par suite celle de la chaîne, diminuent progressivement à mesure que le ressort se détend; mais cette force agit alors sur la fusée à l'extrémité de bras de leviers de plus en plus grands, calculés de telle sorte que l'effort exercé par le ressort R sur le rouage reste constant.

59. *Régulateur.* — Cet organe, destiné à remplacer le pendule des

Fig. 29.



horloges, comprend le *balancier* BB′ (*fig.* 29) et son *spiral* S. Le balancier est un petit volant BC B′C′ fixé à un axe de rotation MN, pas-

sant par son centre de gravité, et parallèle aux axes du rouage. Le spiral est un ressort SS′ dont les spires sont enroulées autour de l'axe MN. L'une de ses extrémités est fixée en *s* sur le balancier, l'autre en *s′* sur le bâti. Ceci posé, si l'on écarte le spiral de sa position d'équilibre, soit dans un sens, soit dans l'autre, ses spires s'ouvrent ou se resserrent; mais, comme en vertu de son élasticité le spiral tend toujours à reprendre sa position d'équilibre, le balancier BB′, abandonné à lui-même, oscillera de part et d'autre de sa position initiale.

On démontre d'ailleurs que les oscillations du système ainsi constitué sont rigoureusement isochrones et que, par suite, les mouvements alternatifs du balancier peuvent très bien être utilisés pour mesurer le temps.

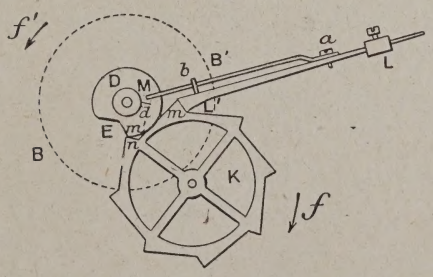
On démontre en outre que la durée d'oscillation augmente ou diminue en même temps que la longueur du spiral; cette longueur est réglée de telle sorte qu'il y ait 20 battements en 10 secondes, ou 7200 battements en une heure de temps moyen.

60. *Échappement.* — On nomme *échappement* l'ensemble des pièces qui ont pour but d'entretenir le mouvement du balancier et d'en enregistrer les battements.

Dans les horloges fixes à poids et à pendule, l'échappement est constitué, comme on l'a vu, par une roue de rencontre et une ancre; dans les chronomètres on se sert exclusivement d'un dispositif connu sous le nom d'*échappement libre*, dont voici le principe :

Le cercle BB′ (*fig.* 30) représentant celui que décrit le balancier

Fig. 30.



autour de son axe d'oscillation M, la roue K est la dernière du rouage : on l'appelle la *roue d'échappement*. Le ressort moteur tend à faire tourner cette roue dans le sens de la flèche *f*; mais, comme ses dents viennent buter contre une lame élastique LL′, fixée en L par sa partie amincie, son mouvement se trouve arrêté.

Une seconde lame élastique *ab* a l'une de ses extrémités fixée en *a* sur la lame LL′ tandis que l'autre traverse une bride *b*, également fixée sur LL′. Enfin, l'axe du balancier porte un doigt *d*.

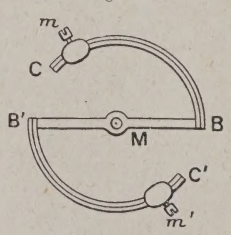
Lorsque le mouvement du balancier a lieu dans le sens de la flèche *f*′ le doigt *d* soulève *ab* et, par l'intermédiaire de la bride *b*, la lame LL′. La dent *m* de la roue d'échappement se trouve donc dégagée, de sorte que cette roue tourne dans le sens de la flèche *f*; mais, comme la lame LL′ retombe immédiatement, la dent suivante *n* est arrêtée. Quand le balancier prend le mouvement inverse de la flèche *f*′, le doigt *d* repasse sur l'extrémité de la lame *ab* sans déranger LL′, de sorte que la roue d'échappement n'avance d'une autre dent qu'à l'oscillation suivante.

L'axe du balancier porte un disque D muni d'une échancrure E. Quand la dent *m* se dégage, la dent *n* vient frapper en *m*′, donnant ainsi une petite impulsion au balancier, impulsion nécessaire pour perpétuer son mouvement.

Enfin un système d'aiguilles, reliées au rouage, sert à compter les oscillations et, par suite, à mesurer le temps.

61. *Remarque I.* — Les variations de température, en agissant à la fois sur l'élasticité du spiral et sur les dimensions du balancier, modifieraient la durée des oscillations, de sorte que le chronomètre ne pourrait servir à mesurer le temps avec précision. Pour annuler l'influence des variations de température, on a imaginé le *balancier compensateur*. Ce balancier se compose d'une barrette BB′ (*fig.* 31)

Fig. 31.



aux extrémités de laquelle sont fixés des arcs bimétalliques BC et B′C′, la lame intérieure étant en acier, la lame extérieure en laiton.

Les deux lames étant soudées l'une contre l'autre, et le laiton étant le métal le plus dilatable des deux, il en résulte que, lorsque la température s'élève, les arcs BC et B′C′ se recourbent davantage, leurs

extrémités C et C′ se rapprochant du centre; deux petites masses m et m', d'or ou de platine, sont d'ailleurs disposées par tâtonnements sur les arcs BC et B′ C′, de telle sorte que les variations de longueur de la barrette et d'élasticité du spiral soient exactement compensées par les déplacements simultanés des masses m et m'.

Pour soustraire autant que possible le balancier à l'influence des secousses et des mouvements du navire, on lui donne une grande vitesse de rotation et une amplitude d'oscillation de 300° environ. Malgré cela il est évident que l'on doit éviter avec le plus grand soin de donner aux chronomètres des mouvements circulaires un peu brusques, car ces mouvements pourraient altérer la régularité et la durée de plusieurs oscillations du balancier.

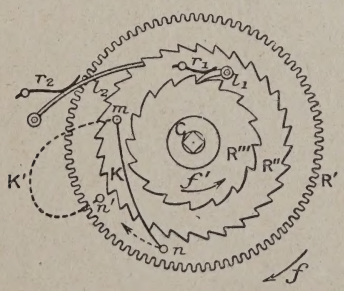
62. *Remarque II.* — Chaque jour les chronomètres doivent être remontés, c'est-à-dire que l'on doit bander le ressort moteur en enroulant de nouveau la chaînette sur la fusée.

Or, en agissant ainsi, on produit sur cette chaînette une traction qui tend à faire tourner la fusée et, par suite, la route R′ (*fig.* 28) en sens inverse du mouvement qu'elle doit régulièrement avoir.

Si donc la fusée était solidaire de la roue R′, le mouvement du chronomètre serait certainement modifié pendant toute la durée du remontage et, par suite, l'instrument serait inutilisable.

Pour éviter cet inconvénient grave, la roue à rochet R‴ seule (*fig.* 32) est fixée à l'axe de la fusée et tourne dans le sens de la

Fig. 32.



flèche f sous l'action du barillet. Tant que le barillet actionne la fusée, celle-ci agit sur la roue à rochet R″ par l'intermédiaire d'un linguet l_1, et la roue R″ entraîne à son tour la roue R′ à l'aide du ressort m K n qui les relie : les dents de la roue R″ glissent alors sous l'extrémité du linguet l_2.

Quand on remonte le chronomètre on agit sur l'axe C de la roue R''' dans le sens de la flèche f' : les dents de la roue R''' glissent alors sous l'extrémité du linguet l_1; mais la roue R'' s'arc-boute aussitôt contre le linguet l_2, puisqu'elle n'est plus liée à la roue R''', et comme la forme d'équilibre du ressort m K n est la forme m K′ n', pendant toute la durée du remontage, ce ressort agit sur la roue R′ pour la faire tourner dans le sens de la flèche f, entretenant ainsi, sans altération, le mouvement du chronomètre.

Usage des chronomètres.

63. Ainsi que nous l'avons déjà dit, un chronomètre ne doit jamais, en cours de navigation, sortir de son armoire; c'est toujours un compteur qui sert à noter l'heure exacte d'une observation.

De plus, comme on ne doit jamais toucher aux aiguilles d'un chronomètre, l'heure marquée par cet instrument n'est jamais égale, telle quelle, à l'heure Tmp qu'il devrait indiquer.

On voit donc que, pour connaître l'heure d'une observation, il faut savoir :

1° Obtenir l'heure du compteur qui correspond à l'observation;

2° Passer de l'heure du compteur à l'heure correspondante du chronomètre;

3° Passer de l'heure du chronomètre à l'heure Tmp qui lui correspond.

Le premier de ces problèmes ne présente, comme on va le voir, aucune difficulté sérieuse; les deux derniers, quoique un peu plus compliqués, se résolvent facilement aussi à l'aide d'éléments appelés *comparaisons*, *états absolus* et *marches*.

Suivant l'usage, nous désignerons par A, B, C, ... les chronomètres ou les heures qu'ils indiquent et par M le compteur ou son heure.

64. *Déterminer l'heure du compteur qui correspond à l'instant d'une observation.* — Il y a deux cas à considérer selon que l'observateur a un aide ou opère seul.

1° *L'opérateur a un aide.* — Comme il suffit, à la mer, de connaître l'heure d'une observation à la seconde, l'aide énoncera d'une voix bien distincte les dizaines de secondes et secondes marquées par le compteur à partir de l'instant où l'observateur lui dira « *comptez!* ».

Il dira donc, par exemple :

40–1–2–3–4–5–6–7–8–9–50–1–2–...

de sorte que si le contact a été obtenu au moment où l'aide prononçait 6, après 40, l'observateur répétant « *six!* », l'aide inscrira 46^s puis, *aussitôt après*, la minute et l'heure du compteur.

Pour les observations à l'horizon artificiel, qui demandent plus de précision, l'aide comptera non plus les secondes, mais les battements du compteur.

Si le compteur a 25 battements en 10^s, c'est-à-dire 5 battements en 2^s, l'aide comptera par exemple :

40–1–2–3–4–2–1–2–3–4–4–1–2–3–4–6–1–2–3–4–8–1–2–3–4–50–1–2–...,

les nombres soulignés étant énoncés d'une voix plus forte et indiquant qu'il y a 40-42-44...50... secondes écoulées.

Si donc le contact a été obtenu lorsque l'aide, après avoir compté 40 et 6, prononçait 3, l'observateur répétera « *trois!* », et comme l'intervalle de deux battements consécutifs est ici $0^s,4$, l'aide inscrira 46^s plus $3 \times 0^s,4$, c'est-à-dire $47^s,2$, puis, *aussitôt après*, la minute et l'heure. L'instant de l'observation est donc connu, dans ce cas, à $0^s,4$ près.

Si le compteur avait 20 battements en 10^s, c'est-à-dire 4 battements en 2^s, ou 1 battement en $0^s,5$, la façon de procéder serait analogue, mais l'aide compterait par exemple :

40–1–2–3–2–1–2–3–4–1–2–3–6–1–2–3–8–1–2–3–50–1–2–...

et, dans ce cas, l'heure de l'observation serait connue à $0^s,5$ près.

Il va sans dire que, pendant que l'observateur se prépare à observer, l'aide s'attache à bien prendre la cadence du compteur, de façon à compter bien régulièrement.

2° *L'opérateur n'a pas d'aide.* — Dans ce cas l'opérateur a soin avant de se mettre en observation, de bien prendre la cadence du compteur qu'il place le moins loin possible.

Au moment où il a son contact il prononce *top!* et il commence aussitôt à compter soit par secondes, soit par battements, en se rendant auprès du compteur dont il lit l'heure au moment ou l'aiguille indique une dizaine exacte de secondes. En retranchant de l'heure lue le temps qui s'est écoulé depuis le contact, et qui est connu

d'après le nombre de secondes ou de battements comptés, il est clair qu'il aura l'heure de son observation.

Ainsi par exemple, si l'heure lue sur le compteur est $8^h 10^m 20^s$ et s'il s'est écoulé $1^m 10^s,4$ depuis le contact, il est évident que l'heure de l'observation sera :

$$M = 8^h 10^m 20^s - 1^m 10^s,4 = 8^h 09^m 09^s,6.$$

Avec de l'entraînement un observateur arrive très bien à se passer d'aide tout en obtenant autant de précision.

65. *Passer de l'heure du compteur à l'heure correspondante du chronomètre : Comparaison.* — On appelle *comparaison* d'un compteur et d'un chronomètre, la correction à ajouter à l'heure du compteur pour avoir l'heure correspondante du chronomètre.

On a donc, en désignant par M et A les heures simultanées du compteur et du chronomètre,

$$A = M + \text{comparaison},$$

et, par suite,

$$\text{comparaison} = A - M.$$

On ajoutera au besoin 12 heures à A pour rendre la soustraction possible, afin de passer toujours par une addition de l'heure du compteur à celle du chronomètre.

66. *Prendre une comparaison.* — Il résulte de la définition précédente que, pour prendre une comparaison, il faut déterminer les heures simultanées A et M du chronomètre et du compteur et en faire la différence.

Les compteurs ayant généralement 25 battements en 10 secondes, c'est-à-dire 5 en 2 secondes, il est clair que, si l'on compte 25 battements à partir du moment où la montre de comparaison marquait 50 secondes, l'instant du 25e battement correspond à la minute ronde du compteur; M étant connue, il suffit donc de lire l'heure A du chronomètre, au moment du 25e battement, pour avoir tous les éléments nécessaires pour obtenir la comparaison.

Avec un peu d'habitude, cette lecture se fait aisément à la demi-seconde près, si l'on procède de la manière suivante : au moment où l'aiguille du compteur est sur 50^s on compte « top », puis successivement, à chaque battement :

1-2-3-4-2-1-2-3-4-4-1-2-3-4-6-1-2-3-4-8-1-2-3-4-top !

les chiffres soulignés indiquant qu'il y a 2, 4, 6, ... secondes écoulées.

Pendant les 5 ou 6 premières secondes, on s'attache à bien prendre la cadence du compteur, puis on le place à l'oreille, et l'on continue à compter jusqu'au 25e battement en suivant des yeux l'aiguille du chronomètre.

Si le compteur donnait 20 battements en 10^s, on procéderait d'une manière analogue, mais en comptant :

top!-1-2-3-**2**-1-2-3-**4**-1-2-3-**6**-1-2-3-**8**-1-2-3-top!

à partir du moment où l'aiguille du compteur est sur 50^s.

On écrit toujours l'heure et la minute du compteur avant l'opération et il est bon de remarquer, qu'en procédant comme nous venons de le dire, les secondes de A — M seront les mêmes que celles lues sur le chronomètre, ce qui facilite la vérification à la minute suivante.

67. *Méthode des coïncidences.* — La méthode qui précède est celle qui est généralement employée pour obtenir une comparaison. Mais si l'on possède un chronomètre A battant $0^s,5$ (20 battements en 10^s) et un compteur M battant $0^s,4$ (25 battements en 10^s), on peut obtenir une précision bien plus grande, dans la détermination de A — M, en utilisant la « méthode des coïncidences » dont l'idée première est due à Borda (1733-1799) et qui a été vulgarisée dans la Marine militaire par une étude parue dans la *Revue maritime* de février 1881, sous la signature de M. le lieutenant de vaisseau Arago.

Cette méthode consiste à lire les heures simultanées A et M au moment où il y a coïncidence entre les battements de ces deux montres.

Il y a lieu de remarquer, tout d'abord, que, 4 battements de A et 5 battements de M correspondant à un intervalle de temps de 2^s, si un battement de M coïncide avec un battement de A, la coïncidence parfaite se reproduira toutes les 2 secondes puisque, à chaque nouveau battement de M, l'écart des battements du chronomètre et du compteur augmente de $0^s,1 = 0^s,5 - 0^s,4$; si, au contraire, aucune coïncidence rigoureuse n'a lieu entre les battements de A et de M, on entendra toutes les deux secondes deux coïncidences successives presque parfaites.

Voyons donc comment on devra opérer, pratiquement, dans chacun de ces deux cas.

Cas des coïncidences parfaites. — Supposons qu'en écoutant les

battements de A et de B on ait reconnu qu'il y a coïncidence parfaite. Ce premier point étant acquis, l'observateur prendra bien soigneusement la cadence du compteur, le placera contre son oreille, puis il s'approchera du chronomètre en se plaçant de façon à en suivre les aiguilles et à en entendre les battements, tandis qu'il continuera à compter les battements de M de la façon indiquée précédemment :

$$\ldots\underline{\underline{40}}\text{-}1\text{-}2\text{-}3\text{-}4\text{-}\underline{\underline{2}}\text{-}1\text{-}2\text{-}3\text{-}4\text{-}\underline{\underline{4}}\text{-}1\text{-}2\text{-}3\text{-}4\text{-}\underline{\underline{6}}\text{-}1\text{-}5\text{-}3\text{-}4\text{-}\underline{\underline{8}}\text{-}1\text{-}2\text{-}3\text{-}4\text{-}\underline{\underline{50}}\ldots\ldots$$

Si la coïncidence a lieu sur le nombre 3, par exemple, l'observateur lira l'heure A qui correspond à l'une de ces coïncidences et, *aussitôt après*, l'heure M qui se composera d'un nombre pair de secondes plus $3 \times 0^s,4$ ou $1^s,2$ dans l'exemple choisi.

Si donc on a lu $A = 1^h\,17^m\,50^s,5$ et $M = 3^h\,10^m\,42^s + 3 \times 0^s,4$, la comparaison sera :

$$\begin{array}{rr} & {}^h\ {}^m\ {}^s \\ A = & 1.17.50,5 \\ M = & 3.10.43,2 \\ \hline A - M = & 10.07.07,3 \end{array}$$

et cette comparaison sera connue au dixième de seconde, car l'expérience montre que l'oreille estime parfaite la coïncidence de deux battements lorsque l'intervalle qui existe entre eux est inférieur à $0^s,1$.

Cas des coïncidences imparfaites. — La manière de procéder sera la même que dans le cas précédent, mais les deux coïncidences imparfaites successives ayant lieu par exemple sur les nombres 3 et 4, on aura par exemple, au moment de la coïncidence sur le nombre 3 :

$$\begin{array}{rr} & {}^h\ {}^m\ {}^s \\ A_1 = & 1.17.50,5 \\ M_1 = & 3.10.43,2 \\ \hline A_1 - M_1 = & 10.07.07,3 \end{array}$$

tandis que la coïncidence sur le nombre 4 donnerait, évidemment,

$$\begin{array}{rr} & {}^h\ {}^m\ {}^s \\ A_2 = & 1.17.51,0 \\ M_2 = & 3.10.43,6 \\ \hline A_2 - M_2 = & 10.07.07,4 \end{array}$$

de sorte qu'en supposant que la coïncidence parfaite corresponde à la moyenne des deux lectures faites, on aura :

$$A - M = 1^h07^m07^s,35,$$

résultat que l'on obtiendrait également en ajoutant simplement $\frac{0^s,5 - 0^s,4}{2}$ ou $0^s,05$ à la comparaison A — M. Comme l'intervalle des battements correspondant à chacune des deux coïncidences est de $0^s,1$, il en résulte que la comparaison A — M est obtenue ici à $\frac{0^s,1}{2}$ ou $0^s,05$ près. Avec beaucoup d'entraînement, on peut même arriver à connaître la comparaison à $0^s,025$ près, en notant si la coïncidence parfaite paraît plus près de l'heure M_1 que de l'heure M_2.

68. *Remarque.* — Les chronomètres battent toujours $0^s,5$ parce que les Constructeurs ont reconnu que la perfection du réglage est plus facile à réaliser avec ce rythme qu'avec tout autre; les compteurs, au contraire, battent presque toujours $0^s,4$ parce que, leur réglage exigeant moins de perfection, on a reconnu qu'en leur donnant un rythme plus rapide, on les rend moins sensibles aux chocs et mouvements auxquels ils sont exposés du fait de leur mode d'emploi.

L'usage de la méthode des coïncidences est donc presque toujours possible, la construction de compteurs battant $0^s,5$ étant pratiquement abandonnée depuis plusieurs années.

69. *Usage de la montre de comparaison.* — Lorsque l'observation pour laquelle on déplace un compteur suit de très près l'instant où la comparaison a été prise, le calcul de l'heure correspondante du chronomètre ne présente, comme nous l'avons vu, aucune difficulté. On a, en effet, dans ce cas,

$$A = M + (A - M).$$

Mais, si l'instant de l'observation est assez éloigné de celui de la comparaison, il peut se faire que la comparaison A — M, prise avant l'observation, diffère sensiblement de celle que l'on aurait obtenue à l'instant même où l'on observait. Voici, dans ce cas, comment on calcule l'heure du chronomètre :

On commence par prendre une première comparaison $A' - M'$ avant d'aller observer; puis on en prend une seconde $A'' - M''$ après.

Si donc M désigne l'heure que marquait le compteur au moment de l'observation, la comparaison correspondante est A — M.

Or, entre les deux comparaisons, l'heure du compteur a varié de $M'' - M'$ minutes et, comme pendant le même intervalle la comparaison a varié de $(A'' - M'') - (A' - M')$, elle variera en 1 minute de :

$$\frac{(A'' - M'') - (A' - M')}{M'' - M'}$$

et, par suite, de :

$$\frac{(A'' - M'') - (A' - M')}{M'' - M'}(M - M'),$$

dans l'intervalle de temps M — M'.

A l'instant où le compteur marquait l'heure M, on avait, par conséquent,

$$A - M = (A' - M') + \frac{(A'' - M'') - (A' - M')}{M'' - M'}(M - M'),$$

de sorte que :

$$A = M + (A' - M') + [(A'' - M'') - (A' - M')]\frac{M - M'}{M'' - M}.$$

Pour simplifier les écritures, on pose généralement :

$$d = (A'' - M'') - (A' - M'),$$
$$i = M - M' \qquad \text{et} \qquad I = M'' - M'.$$

Avec ces notations la formule précédente s'écrira donc :

$$A = M + (A' - M') + d.\frac{i}{I}.$$

La correction qui forme le troisième terme du second membre est toujours très petite : elle est positive ou négative selon que A'' — M'' est plus grande ou plus petite que A' — M'.

70. *Passer de l'heure du chronomètre à l'heure* Tmp *qui lui correspond : État absolu.* — On appelle *état absolu* d'un chronomètre, la correction à ajouter à l'heure de ce chronomètre pour obtenir l'heure moyenne de Greenwich au même instant. On a donc, par définition,

$$\text{Tmp} = A + \text{État absolu},$$

et, par suite,

$$\text{État absolu} = \text{Tmp} - A.$$

On convient de prendre toujours l'état absolu positif et moindre que 12 heures, de sorte que, si Tmp était moindre que A, il faudrait lui ajouter 12 heures pour rendre la soustraction possible.

Il ne peut d'ailleurs résulter de cette convention aucune ambiguïté pour la détermination de l'heure moyenne, puisque nous verrons que celle-ci est toujours connue, à moins de 12 heures près, à l'aide de la montre d'habitacle. On ajoutera donc, ou l'on retranchera 12 heures à la somme A + (Tmp — A), afin de la faire cadrer avec l'heure approchée, fournie par la montre d'habitacle.

Les états absolus se calculent au dixième de seconde près.

71. *Marche diurne.* — Malgré tout le soin apporté à leur construction, les chronomètres n'ont pas un état absolu rigoureusement invariable.

On appelle *marche diurne* d'un chronomètre A, la variation a de son état absolu en 24 heures moyennes. La marche diurne, toujours très faible, s'exprime en secondes, dixièmes et centièmes.

Il résulte de la définition même de la marche que si $(\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'')$ et $(\mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}')$ sont deux états absolus séparés par un intervalle de temps $\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{Tmp}'$, on a :

$$a = \frac{(\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'') - (\mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}')}{\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{Tmp}'},$$

le numérateur étant exprimé en secondes et décimales et le dénominateur en jours moyens et fraction de jour moyen.

La Table X de Friocourt permet de convertir très rapidement un intervalle de temps exprimé en heures, minutes et secondes en fraction décimale de jour.

On convient de donner à la marche d'un chronomètre le signe + ou le signe — suivant que l'état absolu de ce chronomètre va en croissant ou en décroissant avec le temps.

Par conséquent, si $\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}''$ est plus grand que $\mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}'$, la marche a est positive. Elle est négative dans le cas contraire.

L'état absolu et la marche variant constamment, on les rapporte toujours à une époque déterminée, généralement à un midi moyen de Greenwich.

72. *Remarque.* — On dit qu'une marche a est une *marche avance* ou *retard*, selon que le chronomètre marche plus vite ou moins vite que le temps moyen.

Il résulte de là qu'une marche avance est négative, car si l'on a $a < 0$, c'est que :

$$\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'' < \mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}',$$

ou encore :

$$\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{Tmp}' < \mathrm{A}'' - \mathrm{A}'.$$

On verrait absolument de même qu'une marche retard est positive.

73. *Calculer l'heure de Paris* Tmp' *qui correspond à l'heure* A' *du chronomètre.* — Soient $\pm a$ la marche diurne du chronomètre et $\mathrm{Tmp} - \mathrm{A}$ son état absolu au midi moyen précédent. De midi moyen

jusqu'à l'instant où le chronomètre marque A′ il s'est écoulé Tmp′ heures. Or, en 24 heures moyennes, l'état absolu a varié de $\pm a$; en 1 heure il varie donc de $\pm \frac{a}{24}$ et en Tmp′ heures de $\mp \frac{a}{24}$ Tmp′, de sorte que l'état absolu qui correspond à l'heure A′ est :

$$\text{Tmp}' - \text{A}' = (\text{Tmp} - \text{A}) \pm \frac{a}{24} \text{Tmp}'.$$

L'heure Tmp′ n'est pas connue, puisque c'est elle que nous cherchons; mais, comme a est toujours très petite, Tmp — A diffère toujours très peu de Tmp′ — A′. Il en résulte que la somme A′ + (Tmp′ — A′) diffère également très peu de A′ + (Tmp — A), de sorte que l'on peut écrire, sans erreur sensible,

$$\text{Tmp}' - \text{A}' = (\text{Tmp} - \text{A}) \pm \frac{a}{24} \text{Tmp}' \text{ appr.},$$

l'heure Tmp′ appr. étant obtenue en additionnant A′ et Tmp — A. On a donc, finalement,

$$\text{Tmp}' = \text{A}' + (\text{Tmp}' - \text{A}') = \text{A}' + (\text{Tmp} - \text{A}) \pm \frac{a}{24} \text{Tmp}' \text{ appr.}$$

74. *Remarque.* — En appliquant la formule qui précède, il ne faut pas perdre de vue que Tmp — A n'est connu qu'à 12 heures près, de sorte que l'heure Tmp′, déduite de la formule précédente, peut différer de 12 heures de l'heure exacte : pour éviter toute erreur on commence toujours par calculer l'heure approchée Tvp′ à l'aide de la longitude, qui est toujours connue approximativement, et de la montre d'habitacle qui donne Tvg′. On fait ensuite la somme :

$$\text{A}' + (\text{Tmp} - \text{A}) = \text{Tmp}' \text{ appr.},$$

et, s'il y a lieu, on ajoute ou l'on retranche 12 heures au résultat pour le faire cadrer avec Tvp′.

75. *Calculer l'heure* A′ *du chronomètre qui correspond à l'heure* Tmp′ *de Paris.* — Soient $\pm a$ la marche diurne du chronomètre et Tmp — A l'état absolu au midi moyen précédent. On a d'abord, d'après ce que nous venons de voir,

$$\text{Tmp}' - \text{A}' = (\text{Tmp} - \text{A}) \pm \frac{a}{24} \text{Tmp}',$$

puis :

$$\text{A}' = \text{Tmp}' - (\text{Tmp}' - \text{A}') = \text{Tmp}' - (\text{Tmp} - \text{A}) \mp \frac{a}{24} \text{Tmp}'.$$

Pour calculer cette expression on ajoutera 12 heures à Tmp′, si c'est nécessaire, car l'heure A′ doit être positive.

76. *Convertir un intervalle chronométrique en intervalle de temps moyen et inversement.* — On appelle *intervalle chronométrique* la différence des heures que marque un chronomètre à deux instants différents. Comme on prend cet intervalle pour mesurer la durée correspondante, il est indispensable de savoir exactement à quel intervalle de temps moyen il correspond et réciproquement.

Soient donc A′ et A″ deux heures lues sur un chronomètre. On a identiquement :

$$\mathrm{Tmp}' = \mathrm{A}' + (\mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}'),$$
$$\mathrm{Tmp}'' = \mathrm{A}'' + (\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}''),$$

et, par suite,

$$\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{Tmp}' = (\mathrm{A}'' - \mathrm{A}') + [(\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'') - (\mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}')],$$

ou encore, en désignant par I_m l'intervalle de temps moyen et par I_c l'intervalle chronométrique correspondant,

$$\mathrm{I}_m = \mathrm{I}_c + [(\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'') - (\mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}')].$$

Or, la quantité entre crochets représente la variation de Tmp — A dans l'intervalle chronométrique I_c. Si donc $\pm a$ représente la marche diurne, c'est-à-dire la variation de l'état absolu en 24 heures moyennes, comme 24 heures chronométriques sont très sensiblement égales à 24 heures moyennes, $\pm a$ représente également la marche du chronomètre en 24 heures chronométriques. Dès lors, $\frac{\pm a}{24}$ représente la variation de l'état absolu en 1 heure chronométrique et $\frac{\pm a}{24}\mathrm{I}_c$, sa variation dans l'intervalle I_c, de sorte que l'on a :

$$\mathrm{I}_m = \mathrm{I}_c \pm \frac{a}{24}\mathrm{I}_c.$$

On verrait absolument de même que :

$$\mathrm{I}_c = \mathrm{I}_m \mp \frac{a}{24}\mathrm{I}_m,$$

en partant des identités :

$$\mathrm{A}' = \mathrm{Tmp}' - (\mathrm{Tmp}' - \mathrm{A}') \qquad \text{et} \qquad \mathrm{A}'' = \mathrm{Tmp}'' - (\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'').$$

77. *Variation des marches.* — Lorsqu'on a obtenu, par un procédé quelconque, l'état absolu et la marche d'un chronomètre, l'heure de

Greenwich serait toujours connue désormais si la marche était constante. Mais il n'en est pas ainsi : la marche varie, en effet, par suite de diverses influences qui peuvent se classer en deux grandes catégories bien distinctes :

1° Celles qui ne produisent que des effets irréguliers, impossibles à prévoir, comme par exemple les chocs, les trépidations, les actions électriques ou magnétiques, etc.

Ces variations des marches échappent à toute analyse : pour les éviter, on installe les chronomètres de manière à les soustraire le plus possible aux influences perturbatrices, et nous avons vu que, dans ce but, on plaçait les chronomètres dans des armoires capitonnées, qu'on les suspendait à la cardan, etc.

2° Celles qui agissent d'une manière continue et d'après des lois dont on peut arriver à se rendre compte.

Ces dernières, que nous allons étudier avec quelques détails, sont la température et le temps.

78. *Influence de la température sur la marche diurne d'un chronomètre.* — La température modifie l'état d'élasticité du ressort-spiral ainsi que la fluidité des huiles : elle doit donc nécessairement modifier les marches, puisque les chronomètres sont compensés simplement pour les températures de 0° et de 30°.

Effectivement, si l'on place un bon chronomètre dans une étuve maintenue à une température constante θ, en comparant l'instrument jour par jour à une bonne pendule, on constate que la marche conserve une valeur fixe a.

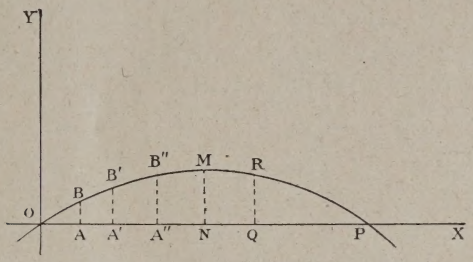
Si, pendant un certain nombre de jours, on maintient l'étuve à une température différente θ', on constate que la marche prend une nouvelle valeur a' et la conserve tant que la température de l'étuve reste fixe.

D'ailleurs, si l'on ramène l'étuve à la température θ, on reconnaît que la marche reprend la valeur a, pourvu toutefois que le temps écoulé entre les deux observations ne soit pas trop considérable.

Ceci posé, notons très exactement les marches a, a', a'', ... du chronomètre pour des températures différentes θ, θ', θ'', ..., et traçons deux axes rectangulaires OX et OY (*fig.* 33). Prenons ensuite sur OX des longueurs OA, OA', OA'', ..., proportionnelles à θ, θ', θ'', ..., puis, par les points A, A', A'', ..., ainsi obtenus, élevons des perpendiculaires AB, A' B', A'' B'', ..., à OX et portons sur ces perpen-

diculaires des longueurs proportionnelles aux marches correspondantes a, a', a'', ..., ces longueurs étant portées au-dessus ou au-dessous de OX suivant que les marches sont positives ou négatives. En réunis-

Fig. 33.



sant par un trait les points B, B′, B″, ..., nous obtiendrons une courbe continue, appelée *courbe thermique des marches*, qui permettra, si on l'a construite avec soin, d'obtenir la marche correspondant à une température donnée quelconque, intermédiaire entre les températures θ, θ', θ'', ..., qui ont servi à la construire.

L'expérience a montré que la plupart des montres retardent quand la température augmente, de sorte que la courbe thermique des marches affecte presque toujours une forme analogue à celle donnée ci-dessus, le point le plus élevé M correspondant, très sensiblement, à une température ON = 15°.

Comme les chronomètres sont habituellement compensés pour les températures de 0° et 30°, cette courbe doit couper l'axe des x au point O et en un second point P, tel que OP représente 30° à l'échelle adoptée : c'est en effet ce que l'on constate.

79. *Influence du temps sur la marche diurne d'un chronomètre.* — Le temps, en épaississant les huiles, en produisant l'usure des pièces en mouvement et leur encrassage, produit, ainsi que le montre l'expérience, des variations de marche très régulières.

Au bout de quelques mois, en effet, on constate que les marches correspondant aux diverses températures n'ont plus les mêmes valeurs, de sorte qu'il faut retoucher constamment la courbe thermique.

En général, on constate que l'effet du temps est de déplacer simplement la courbe thermique, parallèlement à elle-même, dans le sens Oy ou dans le sens Oy', ce déplacement s'effectuant d'une manière uniforme.

Il en résulte que si l'on a observé deux marches a' et a'' à la même température θ, mais à des époques différant de n jours, la variation journalière de la marche sera $\frac{\pm(a''-a')}{n}$, de sorte qu'il sera en général très facile de connaître la marche relative à une température quelconque. Ainsi, par exemple, si l'on veut la marche a correspondant à une température représentée par OQ, pour une époque différant de p jours de celle où la courbe thermique a été construite, on aura :

$$a = \text{QR} \pm \frac{(a''-a')}{n} p.$$

80. *Conduites des montres. Contrôle réciproque des chronomètres. Marches relatives.* — Les chronomètres sont des instruments délicats qui doivent toujours être manipulés avec le plus grand soin : on doit leur éviter tout choc, même léger, et tout mouvement circulaire un peu brusque susceptible d'altérer la régularité de leur mouvement.

Quand on doit déplacer un chronomètre, ce qui ne doit se faire qu'en cas de nécessité absolue, il faut toujours porter l'instrument à la main et mettre en place le verrou d'immobilisation de la suspension à la cardan.

Malgré tout le soin dont on les entoure, les chronomètres peuvent éprouver, sans cause apparente, des perturbations de marche plus ou moins importantes : il est donc indispensable de suivre ces instruments avec la plus grande attention, afin de pouvoir se rendre compte aussitôt de toute irrégularité dans leur marche. Pour cela on remonte tous les chronomètres du bord chaque jour et à la même heure afin que, dans toute période de 24 heures les ressorts repassent périodiquement par les mêmes états de tension, puis on les compare entre eux, en ayant soin de consigner les résultats de ces comparaisons sur un registre spécial appelé *registre chronométrique*.

Si l'on ne possède qu'un seul chronomètre, il est clair que l'on ne peut pas se rendre compte d'une perturbation de marche, même importante, puisque l'on n'a aucun moyen de contrôle.

Si l'on possède deux chronomètres, en les comparant tous les jours entre eux, on reconnaîtra bien une variation de marche, s'il s'en produit une; mais comme on ne peut savoir quel est celui des deux chronomètres qui a mal marché, on en sera réduit, par la suite, à déterminer l'heure de Greenwich à l'aide de la moyenne des heures fournies par les deux instruments.

Mais si l'on possède trois chronomètres A, B, C (ou deux chrono-

mètres et un très bon compteur c), nous allons voir, qu'il devient très facile, non seulement de constater une perturbation (saut), mais encore de savoir à quelle montre il faut l'attribuer.

Supposons, en effet, que A soit le meilleur des trois chronomètres et prenons chaque jour, *à la même heure*, les comparaisons :

$$\begin{array}{ll} A - B, & A - C, \\ A' - B', & A' - C', \\ \ldots\ldots, & \ldots\ldots \end{array}$$

En désignant par Tmp, Tmp′, ... les heures moyennes des comparaisons journalières succesives, comme l'intervalle Tmp′ — Tmp est très sensiblement égal à 24 heures, on pourra poser :

$$(\mathrm{Tmp}' - A') - (\mathrm{Tmp} - A) = a,$$
$$(\mathrm{Tmp}' - B') - (\mathrm{Tmp} - B) = b,$$

d'où l'on déduit, par soustraction,

$$(A - B) - (A' - B') = a - b.$$

Cette différence, qui représente la différence des marches des chronomètres A et B a reçu le nom de *marche relative de* A *par rapport à* B.

On verrait absolument de même que la marche relative de A par rapport à C est :

$$(A - C) - (A' - C') = a - c.$$

Ceci posé, si l'on a pris soin de construire la courbe des marches de chaque chronomètre, on sait que l'on peut obtenir, au moyen de ces courbes, les marches a, b, c pour l'heure Tmp′.

Par conséquent, si les chronomètres B et C ont bien marché, les sommes algébriques :

$$(a - b) + b \qquad \text{et} \qquad (a - c) + c$$

devront donner des résultats représentant, à très peu près, la marche a obtenue par le graphique.

Au contraire, si le chronomètre C par exemple a eu un saut, il est évident que la somme algébrique $(a - c) + c$ donnera pour a une valeur ne cadrant pas avec celle fournie par le graphique et avec celle fournie par la somme algébrique $(a - b) + b$.

Dans ce cas or laissera momentanément le chronomètre C de côté, pour les observations, mais on continuera à le suivre avec soin et à le comparer avec les deux autres jusqu'a ce que les comparaisons montrent que son fonctionnement est redevenu normal, ce qui aura

lieu lorsque les marches relatives $c - a$ et $c - b$ de C par rapport à A et à B seront redevenues régulières.

Quand cette régularité aura été constatée et qu'on verra qu'elle se maintient, on obtiendra la marche nouvelle de C en prenant la moyenne des résultats obtenus en faisant les additions :

$$(c - a) + a \quad \text{et} \quad (c - b) + b,$$

et l'on pourra alors se servir de nouveau du chronomètre C comme avant la perturbation de sa marche.

Depuis que la T. S. F. permet, comme nous le verrons plus loin, de déterminer très simplement, chaque jour, l'état absolu et la marche des chronomètres, même quand le navire est en pleine mer, le problème de la conduite des montres s'est considérablement simplifié : on peut même dire qu'à moins d'un dérangement prolongé, ou de la mise hors d'usage des récepteurs de T. S. F., la nécessité d'avoir plusieurs chronomètres ne se fait plus sentir.

81. *Registre chronométrique.* — Comme nous l'avons déjà dit dans le paragraphe précédent, le *Registre chronométrique* est un registre spécial, tenu avec le plus grand soin par l'officier des Montres, et sur lequel doivent être consignés tous les renseignements relatifs aux chronomètres du bord.

Ce registre comporte deux types de tableaux : les tableaux du premier type, consacrés chacun à un chronomètre particulier, contiennent tous les renseignements concernant la détermination des états absolus, des marches, etc. Leur disposition est généralement la suivante, qui est suffisamment explicite pour qu'il soit inutile d'entrer dans de plus amples détails à leur sujet.

ÉTATS ABSOLUS.

Chronomètre A n° ..... *Date des huiles :* .....

OBSERVATIONS de l'état du chronomètre					MARCHE moyenne	TEMPÉRATURE moyenne à 9^h du matin	OBSERVATIONS
Lieu	L	G	Date	$(Tmp - A)_0$			
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
Cadix ..	36-27-41 N	0-24-49 W	10 sept.	4-10-20,7	$-1^s,2$	$+20°,0$	Signal horaire
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Quant aux tableaux du second type, représentés ci-après, ils renferment les comparaisons journalières effectuées à 9^h du matin, après remontage des chronomètres, les marches relatives, etc.

COMPARAISONS JOURNALIÈRES.

(Mois de Septembre.)

DATES	TEMPÉRATURE à 9^h du matin	A — B	$a - b$	A — C	$a - c$	A — M	OBSERVATIONS
1.....	+20°,0	7-20-20,8		6-09-03,0		2-10-13,5	Orage
			+1,4		—4,2		
2.....	+21°,5	19,4	+1,5	07,2	—4,0	14,7	Forts roulis
3.....	+22°,0	17,9	+1,2	11,2	—3,8	16,0	Tangage
4.....	+23°,0	16,7		15,0		17,3	Mouillage
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

82. *Carnet matricule.* — Ce carnet, qui est réglementaire dans la Marine militaire, doit accompagner toujours le chronomètre dont il est en quelque sorte l'état civil : il indique le nom du Constructeur, la date de construction, les voyages qu'il a effectués, les époques des huiles, la valeur des marches diurnes de dix jours en dix jours, les températures correspondantes, etc., en un mot tout ce qui peut permettre d'apprécier la valeur de l'instrument.

IV. — RÉGLAGE DE LA MONTRE D'HABITACLE ET DES CHRONOMÈTRES.

Réglage de la montre d'habitacle.

83. Ainsi que nous l'avons déjà dit, la montre d'habitacle est destinée à donner le temps vrai local et nous avons vu que la connaissance, au moins approximative, de cet élément était nécessaire pour pouvoir calculer l'heure Tmp de Paris au moyen des chronomètres, la somme de l'état absolu, de la comparaison et de l'heure de la montre pouvant donner un résultat erroné de 12^h.

Il est donc indispensable de savoir régler la montre d'habitacle, c'est-à-dire de savoir déterminer, à un instant donné, l'avance ou le retard de cette montre sur le temps vrai; ce réglage ne présente, d'ailleurs, aucune difficulté et peut s'effectuer très simplement, ainsi que nous allons le montrer.

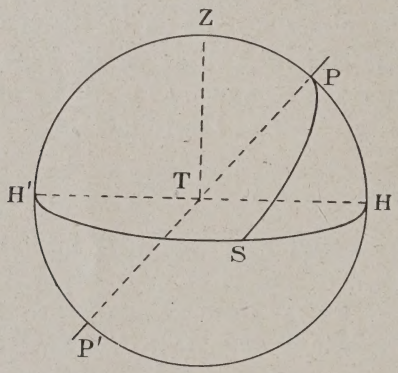
Lorsque la montre aura été mise à l'heure sur le temps vrai, si l'on veut lui faire marquer le temps moyen local, il suffira de l'avancer d'un nombre de minutes égal à E_v si E_v est positive, de la retarder d'un nombre de minutes égal à E_v, si E_v est négative.

E_v se prend d'ailleurs toujours à vue, dans ce cas, la montre d'habitacle ne se réglant qu'à la minute près.

84. *Régler la montre d'habitacle au moment du lever ou du coucher vrai du Soleil.* — Les points de lever et de coucher du Soleil oscillant de part et d'autre des points E et O, sans s'en écarter beaucoup, la détermination de l'heure au moment du lever ou du coucher vrais du Soleil se fait dans des conditions particulièrement favorables, puisque à cet instant, Z est voisin de 90° et nous avons vu en Astronomie (395) que c'est alors que l'influence des erreurs sur les données du calcul d'heure est minimum.

Soient donc P (*fig.* 34) le pôle élevé, Z le zénith et S le Soleil à

Fig. 34.



l'instant de son lever vrai. Le triangle sphérique PSH, rectangle en H, nous donne :

$$\operatorname{tang} PH = \operatorname{tang} PS \cos SPH,$$

et, comme :

$$PH = L, \qquad PS = \Delta, \qquad SPH = 12^h - P,$$

il en résulte que :

$$\operatorname{tang} L = -\operatorname{tang} \Delta \cos P,$$

et, par suite,

$$\cos P = -\frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} \Delta} = -\operatorname{tang} L \cot \Delta.$$

Comme tang L est toujours positive, on voit que P est plus grand ou

plus petit que 6^h selon que Δ est plus petite ou plus grande que 90^o.

Si donc L et D sont de mêmes noms, P est plus grand que 6^h; il est, au contraire, plus petit que 6^h lorsque L et D sont de noms contraires.

Le calcul de la formule que nous venons de trouver pourrait se faire à l'aide des logarithmes, mais il est plus simple de se servir de la Table XXIV de Friocourt; cette Table donne, en effet, toute calculée, la valeur de P déduite de la formule précédente, dans le cas où L et D sont de mêmes noms, lorsqu'on y entre avec ces deux éléments comme arguments.

Lorsque L et D sont de noms contraires, la même Table peut encore servir, seulement la valeur qu'elle fournit est alors $12^h - P$: pour avoir l'angle au pôle, il faut donc retrancher de 12^h le résultat fourni par la Table XXIV.

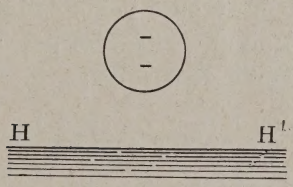
L'angle P étant ainsi déterminé, on a ensuite :

$$\text{Tvg} = 24^h - \text{P} \text{ si l'on a observé le lever,}$$
$$\text{Tvg} = \text{P}, \quad \text{» le coucher.}$$

Pour régler la montre d'habitacle il faudra, par conséquent, lui faire marquer l'heure Tvg ainsi obtenue, au moment précis où l'on observera le lever ou le coucher vrais du Soleil.

Voyons maintenant comment on peut reconnaître l'instant où le

Fig. 35.



Soleil se trouve sur l'horizon vrai et, pour cela, supposons l'observateur élevé de 5^m au-dessus du niveau de la mer. On sait que l'on a, d'une manière générale :

$$H_v \ominus = H_o \odot - \text{dép} - R + \varpi + d,$$

de sorte que :

$$H_o \odot = H_v \ominus + \text{dép} + R - \varpi - d,$$

et, comme au moment du lever vrai $H_v \ominus$ est nulle, il vient :

$$H_o \odot = 3'58'' + 33'47'' - 8'',8 - 16' = 21'36'',2 = 21',6.$$

Or, si l'on remarque que $2d = 32'$, on voit que $\frac{2}{3} \times 32' = 21',3$, de sorte que l'instant du lever ou du coucher vrais est celui où le bord inférieur du disque est distant de l'horizon des $\frac{2}{3}$ de son diamètre.

Pratiquement, on réglera donc la montre d'habitacle au moment où le Soleil occupera, par rapport à l'horizon de la mer, la position indiquée par la figure 35.

85. *Remarque I.* — Pour calculer l'angle P à l'aide de la formule précédente, il faut connaître L et Δ, c'est-à-dire D.

On calculera donc ces éléments pour l'*heure présumée* du lever ou du coucher vrais du Soleil et l'on en déduira Tvg. Si l'heure vraie ainsi obtenue est très différente de l'heure présumée, on utilisera l'heure calculée pour obtenir D et L plus exactement, et ainsi de suite : pratiquement, la première approximation suffit toujours, la montre d'habitacle ne se réglant qu'à la minute.

86. *Remarque II.* — On pourrait également régler la montre d'habitacle en utilisant le lever ou le coucher vrais d'un astre quelconque. On aurait encore, en effet :

$$\cos P = - \operatorname{tang} L \cot \Delta.$$

P étant calculé directement, ou à l'aide de la Table XXIV de Friocourt lorsque la déclinaison ne dépasse pas 32°. Une fois P connu, on en déduira Tag et l'on aura ensuite :

$$\text{Tvg} = \text{Tag} + \text{Æ}_a - \text{Æ}_v,$$

les éléments Æ_a et Æ_v se calculant pour l'*heure présumée* du lever ou du coucher.

Si, en procédant ainsi, on trouvait une heure Tvg très différente de l'heure présumée, on se servirait de l'heure obtenue pour calculer de nouveau Æ_a et Æ_v, ce qui donnerait une heure Tvg′ suffisamment exacte pour refaire le calcul dans de bonnes conditions.

Voyons maintenant quelle sera la hauteur de l'astre au moment de son lever ou de son coucher vrais :

1° *Si l'astre est une étoile ou une planète*, on sait que :

$$\text{H}_v \star = \text{H}_o \star - \text{dép} - \text{R},$$

de sorte que l'on a :

$$H_o \star = H_v \star + \text{dép} + R.$$

Si dans cette relation on fait $H_v \star = o$, il vient, en supposant l'élévation de l'œil égale à 5^m :

$$H_o \star = 3'58'' + 33'47'' = 37'45''.$$

On fera donc marquer à la montre l'heure calculée, lorsque la hauteur de l'astre, au-dessus de l'horizon de la mer, sera d'environ 38'.

2° *Si l'astre est la Lune*, dont la parallaxe moyenne est de $57'42''$, on a :

$$H_v \overline{\mathbb{C}} = H_o \overline{\mathbb{C}} - \text{dép} - R + \varpi - d,$$

de sorte que :

$$H_o \overline{\mathbb{C}} = H_v \overline{\mathbb{C}} + \text{dép} + R - \varpi + d.$$

En supposant dans cette relation $H_v \overline{\mathbb{C}} = o$, il vient, en supposant l'élévation de l'œil égale à 5^m :

$$H_o \overline{\mathbb{C}} = 3'58'' + 33'47'' - 57'42'' + 15' = -4'57''.$$

Il suffira donc, pratiquement, de régler la montre à l'instant où le bord supérieur de la Lune apparaîtra au-dessus de l'horizon de la mer ou disparaîtra au-dessous.

87. *Régler la montre d'habitacle au moment du lever ou du coucher apparent du bord supérieur du Soleil (heure des couleurs).* — Ce mode de réglage est surtout utilisé, en rade, pour calculer l'*heure des couleurs*, c'est-à-dire l'heure moyenne où le Pavillon doit être hissé ou amené : c'est en effet au moment du lever ou du coucher apparent du bord supérieur du Soleil, c'est-à-dire au moment où le bord supérieur apparaît au-dessus ou disparaît au-dessous de l'horizon visible, que l'on hisse ou que l'on amène le Pavillon.

On sait que :

$$H_v \overline{\odot} = H_o \overline{\odot} - \text{dép} - R + \varpi - d,$$

et comme, au moment des couleurs, $H_o \overline{\odot}$ est nulle, il vient, en supposant l'élévation de l'œil égale à 5^m :

$$H_v \overline{\odot} = -3'58'' - 33'47'' + o'o8'' - 16' = -53'37''.$$

On pourrait calculer l'heure vraie qui correspond à cette hauteur, à l'aide de la formule de Borda, en tenant compte du signe de H_v;

mais, comme l'heure des couleurs n'a besoin d'être connue qu'à la minute près, il est plus simple et plus expéditif d'employer la Table XXVII de Friocourt, qui donne le temps que met un astre pour s'abaisser de 5o′ au-dessous de l'horizon. Il suffit donc, après avoir calculé l'heure du coucher ou du lever vrais comme nous l'avons indiqué plus haut, d'ajouter ou de retrancher à cette heure le nombre fourni par la Table XXVII.

Comme la montre d'habitacle se règle toujours, en rade, sur le temps moyen local, on passe ensuite de l'heure vraie, obtenue comme nous venons de l'indiquer, à l'heure moyenne correspondante à l'aide de E_v.

88. *Régler la montre d'habitacle à midi vrai.* — On sait que la hauteur maximum du Soleil a lieu lorsque cet astre passe au méridien ; on suivra donc la hauteur du Soleil au sextant et, lorsqu'on verra que cette hauteur, après avoir augmenté, commence à diminuer, on fera marquer midi à la montre d'habitacle. Il y a lieu de remarquer que le réglage ainsi effectué est fait à l'instant le moins favorable puisque, au moment du passage au méridien, Z_v est égal à 0° ou à 180° au lieu d'être voisin de 90°. Néanmoins, cette méthode est constamment employée, à cause de sa commodité, parce qu'elle n'exige aucun calcul préalable et, enfin, parce que la montre d'habitacle ne se règle qu'à la minute.

89. *Remarque.* — On pourrait aussi régler la montre d'habitacle par l'observation de la hauteur méridienne d'un astre quelconque, en déterminant, par le calcul, l'heure vraie du passage. Pour cela, on remarquerait que la formule :

$$\mathrm{Tsg} = \mathrm{Tag} + \mathrm{AR}_a = \mathrm{Tvg} + \mathrm{AR}_v$$

donne, au moment du passage,

$$\mathrm{Tvg} = \mathrm{AR}_a - \mathrm{AR}_v.$$

AR_a et AR_v étant pris à vue, donneront une valeur approchée de Tvg ; à l'aide de cette heure et de la longitude correspondante on aura Tvp et, par suite, on pourra calculer AR_a et AR_v avec plus de précision. Si l'heure Tvg déduite de ces éléments différait notablement de l'heure Tvg calculée au début, on pourrait faire une nouvelle approximation qui donnerait l'heure vraie du passage avec une exactitude suffisante. Lorsque la hauteur de l'astre observé serait maximum, on ferait donc

marquer à la montre l'heure calculée : toutefois cette méthode ne s'emploie pas ordinairement.

90. *Régler la montre d'habitacle à l'aide d'une hauteur prise à l'instant favorable au calcul d'heure.* — Nous avons vu, en Astronomie, qu'en observant un astre lorsque son azimut est voisin de 90°, on peut calculer l'angle au pôle dans de bonnes conditions, à l'aide de la formule de Borda :

$$\sin\frac{P}{2} = \sqrt{\frac{\cos S \sin(S - H_v)}{\sin\Delta \cos L}},$$

dans laquelle H_v, L et Δ sont connus.

P une fois connu, on en déduit Tvg. Si donc on a noté l'heure Tvg_1 que marquait la montre au moment de l'observation, la différence $Tvg_1 - Tvg$ indique la correction à faire subir à la montre pour la régler sur le temps vrai.

Ainsi, par exemple, si le calcul a donné $Tvg = 10^h\,10^m$, tandis que l'on avait $Tvg_1 = 10^h\,15^m$, on en déduit que la montre avançait de 5 minutes; pour la régler il suffit donc de la retarder de 5 minutes.

91. *Régler la montre d'habitacle à l'aide d'un chronomètre dont on connaît l'état absolu et la marche.* — Soit Tvg_1 l'heure marquée par la montre d'habitacle à l'instant où le chronomètre marquait l'heure A.

L'heure A étant connue, ainsi que Tmp — A, nous savons que l'on a :

$$Tmp = A + (Tmp - A),$$

en négligeant la correction relative à la marche, puisque la montre d'habitacle ne se règle qu'à la minute.

On a ensuite :

$$Tmg = Tmp - G,$$

G étant la longitude du navire, puis :

$$Tvg = Tmg + E_m.$$

L'heure marquée par la montre étant Tvg_1, tandis qu'elle devrait être Tvg, la montre sera avancée de $Tvg - Tvg_1$ minutes, si $Tvg > Tvg_1$, et retardée de $Tvg_1 - Tvg$ minutes, si $Tvg < Tvg_1$.

92. *Remarque.* — La montre d'habitacle, réglée par l'un quelconque des procédés que nous venons de passer en revue, *donnera désormais l'heure vraie (ou moyenne) du lieu où se trouvait le navire au moment du réglage.*

Si donc on lit une certaine heure Tvg_1 (ou Tmg_1) sur la montre, cette heure devra être corrigée pour tenir compte du déplacement en longitude g du navire depuis le moment du réglage, déplacement qui s'évalue très facilement, comme nous le verrons dans le Chapitre IV.

En supposant la montre réglée sur le temps vrai, par exemple, ce qui est le cas le plus fréquent, appelons Tvg l'heure vraie du lieu où se trouve actuellement le navire, quand on lit l'heure Tvg_1 et soit Tvp l'heure correspondante de Greenwich.

En appelant G la longitude du lieu de réglage et $G + g$ la longitude actuelle du navire, nous aurons évidemment :

$$Tvp = Tvg_1 + G,$$

et, également,

$$Tvp = Tvg + G + g;$$

on en déduit :

$$Tvg_1 + G = Tvg + G + g$$

et, par suite,

$$Tvg_1 = Tvg + g, \tag{1}$$

de sorte que l'heure du lieu où se trouve actuellement le navire est

$$Tvg = Tvg_1 - g. \tag{2}$$

Les relations (1) et (2) montrent donc que :

1° *L'heure marquée par la montre d'habitacle est égale à l'heure vraie du lieu où se trouve le navire, augmentée du changement en longitude g depuis le dernier réglage si g est Ouest, ou diminuée de g, si g est Est.*

2° *L'heure vraie du lieu où se trouve le navire est égale à l'heure fournie par la montre d'habitacle, diminuée du changement en longitude g depuis le dernier réglage si g est Ouest, ou augmentée de g si g est Est.*

93. *Remarque II.* — Dans toutes les questions relatives au réglage de la montre d'habitacle, il ne faut pas perdre de vue que si le cadran de cette montre est simplement gradué de 0^h à 12^h, la montre donne en réalité Tcg_1 et non Tvg_1. Il faudra donc, pour passer de Tcg_1 à Tvg_1, ou réciproquement, se rappeler (*Astronomie*, 161) que l'on a :

$$Tvg_1 = Tcg_1, \text{ le soir,}$$

et

$$Tvg_1 = Tcg_1 + 12^h \quad \text{ou} \quad Tcg_1 = Tvg_1 - 12^h \text{ le matin.}$$

Si, au contraire, le cadran a la double graduation de 0^h à 12^h et de 12^h à 24^h, la montre donne effectivement le temps vrai.

Régler un chronomètre.

94. On dit qu'*un chronomètre est réglé* lorsque l'on connaît son état absolu et sa marche diurne à une certaine époque.

Nous avons vu, en effet, que la connaissance de ces deux éléments est indispensable pour permettre d'obtenir avec précision l'heure Tmp de Greenwich.

Nous allons donc étudier successivement les divers procédés que l'on peut employer pour déterminer ces deux éléments essentiels.

95. *Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par sa comparaison avec une pendule ou un chronomètre réglé.* — On commence par prendre une première comparaison $A' - M'$ entre un compteur M et le chronomètre A dont il s'agit de déterminer l'état absolu, puis l'on se rend auprès de la pendule ou du chronomètre réglé P et l'on prend les heures simultanées P et M de cette pendule et du compteur.

On note, en même temps, l'état absolu $Tmp_0 - P_0$ de la pendule et sa marche $\pm p$ au midi moyen qui précède la comparaison.

Une fois rentré à bord, on prend une nouvelle comparaison $A'' - M''$ entre la montre M et le chronomètre A.

On sait (69) que l'heure A marquée par le chronomètre à l'instant où la montre marquait M est :

$$A = M + (A' - M') + [(A'' - M'') - (A' - M')] \frac{M - M'}{M'' - M'} = M + (A' - M') + d\frac{i}{I}.$$

L'heure A étant connue, pour avoir l'heure correspondante Tmp, nous appliquerons la formule du paragraphe 73 :

$$Tmp = P + (Tmp_0 - P_0) \pm \frac{p}{24} Tmp\ app.,$$

Tmp app. étant obtenu, comme on le sait, à l'aide de la relation :

$$Tmp\ app. = P + (Tmp_0 - P_0)$$

Les heures Tmp et A étant maintenant déterminées, on obtiendra l'état absolu Tmp — A par une simple soustraction, en ajoutant 12 heures à Tmp, si c'est nécessaire.

96. *Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par l'observation de la chute d'un signal horaire.* — Dans un grand nombre de ports on a installé des *signaux horaires*, c'est-à-dire des signaux (boules de couleur voyante) qui tombent à une heure précise et bien déterminée Tmp de Greenwich :

Pour avoir l'état absolu, il suffit donc de calculer l'heure A que marque le chronomètre à l'instant du signal.

Pour cela, on commence par déterminer l'heure approchée M_1 que devra marquer le compteur au moment du signal, afin de se mettre en observation en temps utile. A cet effet, connaissant l'état absolu approché $Tmp_0 - A_0$ au midi moyen précédent, ainsi que la marche correspondante $\pm a$, on aura, à l'instant de la chute, puisque Tmp_1, qui correspond à l'heure approchée M_1, diffère très peu de Tmp :

$$Tmp_1 - A_1 = Tmp - A_1 = (Tmp_0 - A_0) \pm \frac{a}{24} Tmp,$$

A_1 étant l'heure approchée du chronomètre, correspondant à l'heure M_1 de la montre.

On aura ensuite :

$$A_1 = Tmp - (Tmp_0 - A_0) \mp \frac{a}{24} Tmp.$$

Enfin, connaissant A_1, l'expression :

$$M_1 = A_1 - (A_1 - M_1)$$

donnera l'heure M_1. La comparaison $A_1 - M_1$ n'étant pas connue, on prendra à sa place la comparaison obtenue au moment où l'on effectue le calcul, ce qui suffit toujours, l'heure M_1 n'ayant besoin d'être connue qu'approximativement.

L'heure M_1 étant déterminée, on montera sur le pont quelques instants avant la chute et l'on notera l'heure M de la montre au moment du signal. On prendra immédiatement après la comparaison A — M et l'on aura ensuite :

$$A = M + (A - M),$$

de sorte que l'on possédera tous les éléments nécessaires pour obtenir l'état absolu.

97. *Remarque.* — Pour avoir l'heure précise du signal, on opérera de la manière suivante : supposons que l'on ait trouvé pour heure approchée de la chute $M_1 = 10^h\,10^m$. On montera sur le pont en temps

utile, puis à $10^h\,09^m\,50^s$, on comptera les battements du compteur.

La chute ayant coïncidé par exemple avec le 27e battement et les compteurs faisant ordinairement 25 battements en 10^s, c'est-à-dire 1 battement en $\frac{10^s}{25}$ ou $0^s,4$, il est clair que l'on a pour heure exacte de la chute :

$$M = 10^h 9^m 50^s + 0^s,4 \times 27 = 10^h\,10^m\,00^s,8.$$

Les signaux horaires tombant en général deux fois, à quelques minutes d'intervalle, on aura soin d'observer également la seconde chute qui permettra de contrôler l'exactitude de la première observation.

98. *Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par l'observation de hauteurs correspondantes.* — Supposons que l'on observe un astre avant et après son passage méridien, lorsque ses hauteurs sont *correspondantes*, c'est-à-dire les mêmes.

1° Supposons d'abord que l'astre observé ait une déclinaison invariable et une ascension droite constante, ou variant d'une manière uniforme dans l'intervalle des deux observations. A′ et A″ étant les heures du chronomètre correspondant, l'une à la hauteur prise dans l'est, l'autre à celle prise dans l'ouest, l'heure A marquée par le chronomètre au moment du passage méridien est évidemment :

$$A = \frac{A' + A''}{2}.$$

Or, au moment du passage, on sait que :

$$Tsg = \text{Æ}_a = Tmg + \text{Æ}_m,$$

de sorte que l'on a :

$$Tmg = \text{Æ}_a - \text{Æ}_m,$$

et, comme la longitude G du lieu d'observation est connue, on en déduit :

$$Tmp - Tmg + G.$$

A et Tmp étant déterminés, on en déduit l'état absolu sans la moindre difficulté.

Ce procédé s'applique aux étoiles, et l'on peut aussi l'employer avec le Soleil au moment des solstices, époques où le mouvement en déclinaison est sensiblement nul et celui en ascension droite à très peu près uniforme.

2° Supposons maintenant qu'on veuille utiliser des hauteurs correspondantes de Soleil prises à une époque quelconque. La déclinaison du Soleil n'étant pas constante, les relations :

$$\sin\frac{P'}{2}=\sqrt{\frac{\cos S'\sin(S'-H'_v)}{\sin\Delta'\cos L}},\qquad \sin\frac{P''}{2}=\sqrt{\frac{\cos S''\sin(S''-H''_v)}{\sin\Delta''\cos L}}$$

nous montrent qu'à des hauteurs égales prises de part et d'autre du méridien, correspondent des angles au pôle différents P′ et P″. Mais, comme le temps qui s'écoule entre les deux observations n'est que de quelques heures, on peut, sans erreur appréciable, admettre que le mouvement horaire du Soleil s'effectue, pendant cet intervalle, proportionnellement au temps chronométrique. Il en résulte que :

$$\frac{P''}{P'}=\frac{A''-A}{A-A'},$$

en désignant par A′ et A″ les heures du chronomètre au moment des deux observations et par A l'heure du chronomètre qui correspond à l'instant du passage méridien.

De la relation précédente on déduit, par une transformation connue,

$$\frac{P''-P'}{P''+P'}=\frac{(A''+A')-2A}{A''-A'}$$

et, par suite,

$$A=\frac{A'+A''}{2}-\frac{(A''-A')}{2}\,\frac{P''-P'}{P''+P'},$$

formule qui donne A, connaissant P′ et P″.

Pour éviter d'avoir à déterminer P′ et P″, ce qui rendrait le calcul très long, nous remarquerons que P″ — P′ est la variation de l'angle au pôle P′ résultant d'une variation Δ″ — Δ′ de la distance polaire Δ. Or, en recherchant les circonstances favorables au calcul d'heure, nous avons trouvé (Astronomie, 388) :

$$p=-\delta\frac{\cot PAZ}{\sin\Delta}.$$

Dans le cas présent, on a donc :

$$P''-P'=-(\Delta''-\Delta')\frac{\cot PA'Z}{\sin\Delta'}.$$

Or, si δ′ est la variation positive ou négative de la distance polaire Δ′ en 1 heure de temps vrai, comme il s'est écoulé P′ + P″ heures vraies entre les deux observations, on a :

$$\Delta''-\Delta'=\delta'(P'+P''),$$

en secondes de degré, c'est-à-dire :

$$\Delta'' - \Delta' = \frac{\delta'}{15}(P' + P''),$$

en secondes de temps, de sorte que l'on peut écrire :

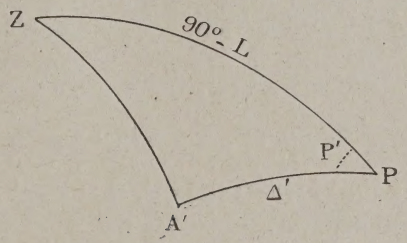
$$P'' - P' = -\frac{\delta'}{15}(P' + P'')\frac{\cot PA'Z}{\sin \Delta'},$$

et, par suite,

$$A = \frac{A' + A''}{2} + \delta' \frac{A'' - A'}{30}\frac{\cot PA'Z}{\sin \Delta'}.$$

Pour calculer l'angle inconnu PA'Z, considérons le triangle de position PZA' (*fig.* 36) correspondant à la première observation et

Fig. 36.



prenons-y les quatre éléments consécutifs :

$$A', \quad \Delta', \quad P', \quad 90 - L.$$

On a :

$$\cos \Delta' \cos P' = \operatorname{tang} L \sin \Delta' - \cot PA'Z \sin P',$$

de sorte que :

$$\frac{\cot PA'Z}{\sin \Delta'} = \frac{\operatorname{tang} L}{\sin P'} - \frac{\cot \Delta'}{\operatorname{tang} P'}.$$

Remplaçant $\frac{\cot PA'Z}{\sin \Delta'}$ par sa valeur dans l'expression de A, on obtient finalement :

$$A = \frac{A' + A''}{2} + \frac{\delta'}{30}(A'' - A')\left(\frac{\operatorname{tang} L}{\sin P'} - \frac{\cot \Delta'}{\operatorname{tang} P'}\right).$$

D'ailleurs, comme P' est sensiblement égal à $\frac{A'' - A'}{2}$, on peut écrire la relation précédente sous la forme :

$$A = \frac{A' + A''}{2} + \frac{\delta'}{30}\left(\frac{A'' - A'}{\sin \frac{A'' - A'}{2}} \operatorname{tang} L - \frac{A'' - A'}{\operatorname{tang} \frac{A'' - A'}{2}} \cot \Delta'\right),$$

ou, en posant $A'' - A' = t$:

$$A = \frac{A' + A''}{2} + \frac{\delta'}{30}\left(\frac{t}{\sin\frac{t}{2}}\operatorname{tang} L - \frac{t}{\operatorname{tang}\frac{t}{2}}\cot\Delta'\right).$$

En appliquant cette formule on aura soin de faire attention au signe de cot Δ' et de tenir compte de celui de δ' qui est + ou — selon que Δ'' est plus grande ou plus petite que Δ'.

Le calcul de la formule précédente est rendu très simple et très rapide par la Table IX de Friocourt qui donne, toutes calculées, les valeurs des expressions $\frac{t}{\sin\frac{t}{2}}$ et $\frac{t}{\operatorname{tang}\frac{t}{2}}$ en fonction de t.

Quant à tang L et à cot Δ', leurs valeurs sont données par la Table de lignes naturelles : Table VII (1re Partie).

A étant connue, pour avoir Tmp, nous remarquons qu'à midi vrai on a :

$$\text{Tmg} = E_v$$

et, par suite,

$$\text{Tmp} = \text{Tmg} + G = E_v + G,$$

E_v étant calculée pour l'heure Tvp = G, si la longitude est Ouest, ou pour l'heure Tvg = 24^h — G, si elle est Est.

Tous les éléments nécessaires au calcul de l'état absolu sont donc maintenant déterminés.

99. *Remarque I.* — Afin d'avoir des hauteurs aussi exactement correspondantes que possible, on observe toujours à terre et à l'horizon artificiel : on élimine ainsi la dépression dont la valeur est toujours incertaine et peut varier beaucoup d'un moment à un autre.

Comme il est assez difficile de saisir l'instant précis où la seconde hauteur est égale à la première, on prend plusieurs hauteurs encadrant celle que l'on doit obtenir et l'on détermine ensuite, par interpolation, l'instant où la correspondance avait lieu.

Il faut remarquer aussi que ce sont les hauteurs apparentes qui sont effectivement correspondantes : les hauteurs vraies ne le seraient rigoureusement que si l'état atmosphérique était le même pour chaque observation. Toutefois, l'erreur commise en considérant les hauteurs vraies comme correspondantes est en général si faible, qu'il n'y a pas lieu de s'en préoccuper.

100. *Remarque II.* — Le procédé des hauteurs correspondantes

est, comme on le voit, très simple; il a en outre l'immense avantage d'être indépendant des *erreurs systématiques*, c'est-à-dire des erreurs qui affectent pareillement les deux observations, telles que : défaut constant dans l'appréciation des contacts, même erreur instrumentale à chaque observation, etc.

101. *Déterminer l'état absolu d'un chronomètre à l'aide de hauteurs prises à l'horizon artificiel.* — Étant dans un lieu dont les coordonnées géographiques L et G sont exactement connues, observons un astre au moment des circonstances favorables au calcul d'heure et soit A l'heure que marque le chronomètre à l'instant de l'observation.

L'état absolu approché du chronomètre permet d'obtenir Tmp assez exactement pour pouvoir calculer Δ, $\mathcal{R}_m$ et $\mathcal{R}_a$ et, comme ces éléments varient en général très lentement, on peut les considérer comme exacts.

Connaissant H_v, L et Δ, la formule de Borda :

$$\sin\frac{P}{2} = \sqrt{\frac{\cos S \sin(S - H_v)}{\sin\Delta \cos L}}$$

fera donc connaître exactement P.

Cet élément étant calculé, on aura :

$$\begin{aligned} &\text{Tag} = P, && \text{si l'astre a été observé dans l'O.,} \\ &\text{Tag} = 24^h - P, && \text{» » l'E.} \end{aligned}$$

Connaissant Tag, on aura ensuite :

$$\text{Tap} = \text{Tag} + G,$$

et, finalement,

$$\text{Tmp} = \text{Tap} + \mathcal{R}_a - \mathcal{R}_m.$$

Tmp et A étant maintenant connus, une simple soustraction fera connaître l'état absolu Tmp — A au moment de l'observation.

102. *Remarque I.* — La hauteur étant le seul élément qui risque d'être erroné assez fortement, il faudra toujours observer au moment des circonstances favorables, instant que l'on détermine comme nous l'indiquons un peu plus loin.

En outre, l'observation se fait à terre, à l'horizon artificiel, et les hauteurs sont corrigées avec le plus grand soin, chaque correction se calculant séparément.

De plus, au lieu de prendre une seule hauteur, on en prend, le *plus*

rapidement possible, trois séries. On fait alors trois calculs séparés en utilisant pour chacun d'eux la moyenne des hauteurs d'une série et la moyenne des heures correspondantes : on obtient ainsi trois états absolus qui, si les hauteurs sont bonnes, doivent cadrer. On rejettera donc, s'il y a lieu, celui des trois états qui ne concorderait pas avec les deux autres et l'on prendra, pour état absolu final, la moyenne des états conservés, l'heure correspondante étant la moyenne des heures qui se rapportent à ces états.

Enfin, comme le chronomètre ne doit pas être déplacé, on se sert d'une montre de comparaison pour avoir l'heure de l'observation. L'observation à terre ayant lieu à l'heure M du compteur, les comparaisons avant et après étant $A' - M'$ et $A'' - M''$, l'heure A du chronomètre qui correspond à M est, comme on le sait :

$$A = M + (A' - M') + [(A'' - M'') - (A' - M')] \frac{M - M'}{M'' - M'}.$$

103. *Remarque II.* — Ordinairement c'est le Soleil que l'on utilise pour la détermination de l'état absolu à l'aide de hauteurs prises à l'horizon artificiel. Dans ce cas, le calcul de Tmp est plus simple. De l'angle P, on déduit, en effet,

$$\text{Tvg} = \text{P}, \qquad \text{si l'on a observé le soir,}$$
$$\text{Tvg} = 24^{\text{h}} - \text{P}, \qquad \text{»} \qquad \text{le matin,}$$

de sorte que l'on a :

$$\text{Tvp} = \text{Tvg} + \text{G}$$

et, finalement,

$$\text{Tmp} = \text{Tvp} + \text{E}_{\varphi}.$$

104. *Détermination de l'instant des circonstances favorables à l'observation de hauteurs pour un calcul d'heure.* — Nous avons vu que, pour se mettre dans les meilleures conditions possibles, il est essentiel d'observer à l'instant des circonstances favorables au calcul d'heure, c'est-à-dire à l'instant où Z et A sont les plus voisins de 90°.

Il est donc indispensable de pouvoir calculer à l'avance l'heure où il faudra observer et la hauteur correspondante, ce qui facilitera l'observation en évitant des confusions d'astres.

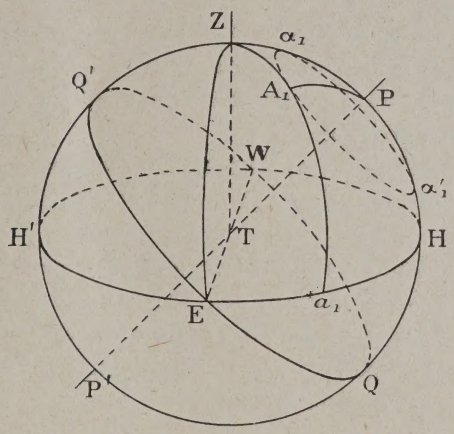
Considérons donc la sphère céleste et examinons tous les cas qui peuvent se présenter :

1° L'astre considéré (*fig.* 37) passe au méridien supérieur entre le zénith et le pôle élevé. — Soient Z le zénith, P le pôle élevé, QQ'

l'équateur, HH′ l'horizon vrai, ZE le premier vertical, et $\alpha_1\alpha_1'$ le parallèle diurne décrit par l'astre.

On voit sur la figure que, dans le cas qui nous occupe, D et L sont de même nom et que D est plus grande que L.

Fig. 37.



Le parallèle $\alpha_1\,\alpha_1$ ne rencontre évidemment pas le premier vertical, mais nous savons que Z est le plus voisin possible de 90° en même temps que l'angle A.

Or, si nous faisons tourner le premier vertical autour de TZ comme charnière, il arrivera un moment où ce vertical viendra tangenter $\alpha_1\,\alpha_1'$ et, si A_1 est le point de contact, il est clair que ce point sera celui qui représente la position de l'astre au moment des circonstances favorables. Le triangle PZA_1, étant rectangle en A_1, donnera alors :

$$\operatorname{tang} PA_1 = \operatorname{tang} PZ \cos P,$$

c'est-à-dire :

$$\cot D = \cot L \cos P,$$

et, par suite,

$$\cos P = \frac{\cot D}{\cot L} = \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} D}. \qquad (1)$$

On aura aussi :

$$\cos PZ = \cos ZA_1 \cos PA_1,$$

c'est-à-dire :

$$\sin L = \sin H_v \sin D,$$

et, par conséquent,

$$\sin H_v = \frac{\sin L}{\sin D}. \qquad (2)$$

Les formules (1) et (2) permettront de calculer aisément P et H_v.

P étant connu, on en déduira :

$$\text{Tag} = \text{P}, \qquad \text{si l'astre est dans l'O.},$$
$$\text{Tag} = 24^{\text{h}} - \text{P}, \qquad \text{»} \qquad \text{l'E.},$$

puis :

$$\text{Tvg} = \text{Tag} + \text{AR}_a - \text{AR}_v \qquad \text{ou} \qquad \text{Tmg} = \text{Tag} + \text{AR}_a - \text{AR}_m,$$

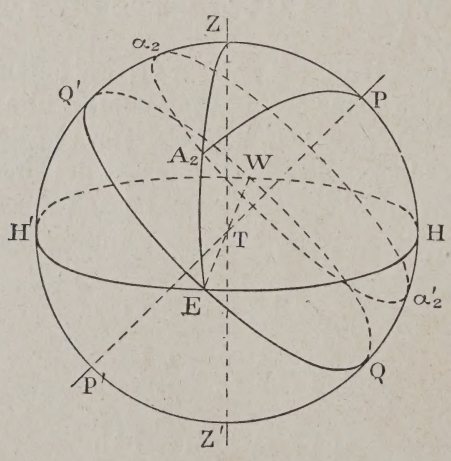
AR_v, AR_a et AR_m étant calculées pour l'heure *présumée* des circonstances favorables. Dans le cas où l'heure ainsi calculée différerait trop de l'heure présumée, on s'en servirait pour déterminer une nouvelle valeur de Tvg ou de Tmg.

La Table XXIII de Friocourt donne, lorsqu'on y entre avec L et D comme arguments, les valeurs de P et de H_v déduites des formules (1) et (2).

On se mettra donc en observation quelques instants avant l'heure calculée; mais il va sans dire que, si la hauteur était trop faible, on attendrait que l'astre soit élevé de 10° au moins au-dessus de l'horizon, car nous avons vu que les réfractions sont incertaines lorsque la distance zénithale est supérieure à 80°.

2° L'astre considéré (*fig.* 38) passe au méridien supérieur entre

Fig. 38.



le zénith et l'équateur. — Soit $\alpha_2\,\alpha'_2$ son parallèle diurne. Il est clair que, dans le cas qui nous occupe, D et L sont de même nom, et que D est plus petite que L.

Soit A_2 l'un des points où le premier vertical rencontre le parallèle $\alpha_2\,\alpha'_2$: si nous traçons PA_2, l'instant où l'astre sera en A_2 sera

évidemment celui des circonstances favorables, puisqu'à ce moment $Z = 90^0$. Or, le triangle PZA_2, rectangle en Z, donne :

$$\text{tang}\, ZP = \text{tang}\, PA_2 \cos P \qquad \text{et} \qquad \cos PA_2 = \cos ZA_2 \cos ZP,$$

c'est-à-dire :

$$\cot L = \cot D \cos P \qquad \text{et} \qquad \sin D = \sin H_v \sin L.$$

On en déduit :

(1′) $$\cos P = \frac{\text{tang}\, D}{\text{tang}\, L}$$

et

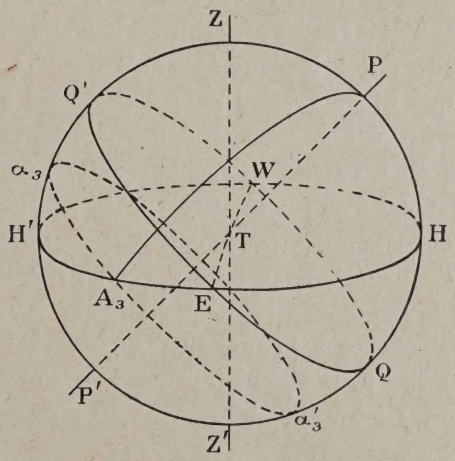
(2′) $$\sin H_v = \frac{\sin D}{\sin L},$$

formules qui permettront encore de calculer P et H_v, soit par logarithmes, soit à l'aide de la Table XXIII de Friocourt.

Le calcul et l'observation se font, d'ailleurs, comme dans le cas précédent.

3° L'astre considéré (*fig.* 39) passe au méridien supérieur entre

Fig. 39.



l'horizon et l'équateur. — Soit $\alpha_3\ \alpha_3'$ son parallèle diurne : il est visible que ce cas correspond à L et D de noms contraires et à $D < 90^0 - L$. La figure montre, d'ailleurs, que l'angle Z est le plus voisin possible de 90° lorsque l'astre est à son lever ou à son coucher vrai.

Le triangle PHA_3, rectangle en H, donne dans ce cas :

$$\text{tang}\, PH = \text{tang}\, PA_3 \cos A_3 PH,$$

c'est-à-dire :

$$\operatorname{tang} L = \operatorname{tang} \Delta \cos(12^h - P),$$

et, finalement,

$$\cos P = - \operatorname{tang} L \cot \Delta. \qquad (1'')$$

Comme, dans le cas qui nous occupe, Δ est plus grande que 90°, $\cot \Delta$ est négative, de sorte que cos P est positif : donc P est moindre que 6^h.

Le calcul se fait très rapidement à l'aide de la Table XXIV de Friocourt dont nous avons déjà expliqué l'usage : Il faudra toujours prendre ici pour valeur de P la valeur obtenue en retranchant de 12^h l'élément *angle au pôle* fourni par la Table XXIV (84), puisque cette Table a été calculée en supposant L et P de mêmes noms, c'est-à-dire cot Δ positive, donc P plus grand que 6^h.

L'angle P ayant été calculé au moyen de cette Table, on en déduit Tag, puis Tvg ou Tmg, et l'on observe lorsque la hauteur est d'au moins 10°.

Il y a lieu de remarquer que, dans le cas qui nous occupe, l'heure de l'observation diffère toujours, et peut différer notablement, de l'heure calculée par la Table XXIV, ou par le calcul direct de la formule (1''). Pour obtenir l'heure approchée à laquelle on devra observer, on peut remarquer que puisque la Table XXVII donne le temps approximatif que met un astre pour s'élever ou s'abaisser de 50' dans le voisinage de l'horizon, le nombre fourni par cette Table multiplié par $\frac{6}{5}$ ou 1,2 sera le temps approximatif que l'astre met à s'élever ou à s'abaisser de 1° dans le voisinage de l'horizon.

En admettant alors que, dans le voisinage de l'horizon, la hauteur croisse proportionnellement au temps jusqu'à 10°, il suffira de multiplier par 1,2 le nombre fourni par la Table XXVII pour avoir la correction à retrancher à l'heure du coucher vrai ou à ajouter à l'heure du lever vrai pour obtenir l'heure Tvg correspondant à une hauteur de 10°, c'est-à-dire à l'instant où l'on doit se mettre en observation.

On pourrait d'ailleurs employer ce même procédé dans les deux cas précédents, si la hauteur fournie par la Table XXIII était inférieure à 10°, et calculer ainsi le temps qui s'écoulera entre le moment où la hauteur aura la valeur fournie par la Table et celui où elle sera de 10°.

105. *Détermination de l'état absolu d'un chronomètre par les signaux*

horaires de T.S.F. émis par la Tour Eiffel. — Lorsqu'un navire est muni de bons appareils récepteurs de T. S. F., on peut déterminer très facilement et très exactement, deux fois par jour et en quelque lieu qu'on se trouve, l'état absolu des chronomètres du bord à l'aide des signaux horaires radiotélégraphiques émis par la Tour Eiffel sur 2600^m de longueur d'onde.

La Tour Eiffel envoie, en effet, des signaux horaires radiotélégraphiques et automatiques : le matin à $10^h\,45^m$, $10^h\,47^m$ et $10^h\,49^m$; le soir à $22^h\,45^m$, $22^h\,47^m$ et $22^h\,49^m$, heures temps moyen de Greenwich.

Ces signaux sont effectués comme il suit : à partir de $10^h\,45^m$, $10^h\,47^m$, $10^h\,49^m$, $22^h\,45^m$, $22^h\,47^m$ et $22^h\,49^m$ commencent des émissions de traits espacés de 2 en 2 secondes et ces émissions se terminent par un silence de 5^s suivi d'un point bref indiquant très exactement l'instant du top.

La transmission des signaux radiotélégraphiques pouvant être considérée comme instantanée, pour régler ses chronomètres, l'observateur se mettra aux écouteurs en temps opportun (détermination préalable de l'heure approchée de la montre pour l'instant du premier signal comme au paragraphe 96), le compteur sous les yeux, et il en comptera les battements à voix basse tout en écoutant les signaux de la Tour.

Il notera donc, comme on l'a expliqué précédemment (97), l'heure précise M du premier signal et il aura soin de contrôler sa lecture aux deux signaux horaires suivants :

Prenant aussitôt une comparaison entre M et les divers chronomètres du bord, il en déduira les heures A, B, C, ... de ces montres et, par suite, leurs états absolus :

$$\text{Tmp} - \text{A}, \quad \text{Tmp} - \text{B}, \quad \text{Tmp} - \text{C}, \quad \ldots.$$

Grâce aux signaux horaires de la Tour Eiffel le problème de la détermination de l'état absolu d'un chronomètre est devenu, comme on le voit, extrêmement simple. On peut même dire que les émissions horaires de la Tour Eiffel suppriment la nécessité d'avoir plusieurs chronomètres ainsi que toutes les opérations minutieuses et assez délicates de leur contrôle réciproque.

Un navire possédant un seul chronomètre, une bonne montre de comparaison et de bons récepteurs de T. S. F. est donc, actuellement, parfaitement équipé pour la conservation et la détermination de l'heure temps moyen de Greenwich.

106. *Détermination de la marche diurne.* — Maintenant que nous savons calculer l'état absolu d'un chronomètre, la détermination de la marche n'offre plus la moindre difficulté.

Soient en effet $\text{Tmp}' - \text{A}'$ un état absolu obtenu à une heure Tmp', et $\text{Tmp}'' - \text{A}''$ un second état absolu obtenu plusieurs jours après, à l'heure Tmp''.

La différence des dates indiquera le nombre de jours écoulés, et la différence $\text{Tmp}'' - \text{Tmp}'$ donnera, au moyen de la Table X de Friocourt, la fraction de jour complémentaire.

Soit donc n le nombre entier ou fractionnaire qui représente l'intervalle des deux observations d'états absolus. La marche diurne a du chronomètre sera par conséquent (71) :

$$a = \frac{(\text{Tmp}'' - \text{A}'') - (\text{Tmp}' - \text{A}')}{n},$$

a étant positive ou négative selon que $\text{Tmp}'' - \text{A}''$ est plus grand ou plus petit que $\text{Tmp}' - \text{A}'$.

Dans le premier cas, on aura une marche retard; dans le second, une marche avance.

107. *Remarque.* — Pour calculer une marche on n'utilise, autant que possible, que des états absolus obtenus par le même procédé et dans des conditions à peu près identiques, afin d'atténuer le plus possible l'influence des erreurs systématiques.

En agissant ainsi, il y a des chances, en effet, pour que ces erreurs soient les mêmes sur les deux observations et aient le même signe : les états absolus $\text{Tmp}'' - \text{A}''$ et $\text{Tmp}' - \text{A}'$ étant alors erronés dans le même sens, leur différence sera exacte, ces erreurs se détruisant l'une l'autre.

108. *Ramener l'état absolu calculé au midi moyen qui précède ou qui suit l'observation.* — Nous venons de voir comment se calcule l'état absolu $\text{Tmp}'' - \text{A}''$ d'un chronomètre à une heure Tmp'' de Paris.

Il s'agit maintenant de déduire de cet état absolu le $\text{Tmp} - \text{A}$ qui correspond par exemple au midi moyen qui précède l'observation. Pour cela, soit a la valeur absolue de la marche diurne du chronomètre : l'état absolu variant de a en 24 heures varie en 1 heure de $\frac{a}{24}$ et en Tmp'' heures de $\frac{a}{24} \times \text{Tmp}''$.

Supposons d'abord que la marche soit positive; on a dans ce cas :

$$\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'' > \mathrm{Tmp} - \mathrm{A},$$

de sorte que :

$$\mathrm{Tmp} - \mathrm{A} = (\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'') - \frac{a}{24} \times \mathrm{Tmp}''.$$

Si au contraire la marche était négative, on verrait de même que :

$$\mathrm{Tmp} - \mathrm{A} = (\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'') + \frac{a}{24} \times \mathrm{Tmp}'',$$

de sorte que, d'une manière générale, on a :

$$\mathrm{Tmp} - \mathrm{A} = (\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'') - \left(\frac{\pm a}{24} \times \mathrm{Tmp}''\right).$$

On verrait absolument de même que, si l'on voulait déduire de $\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}''$ l'état absolu $\mathrm{Tmp} - \mathrm{A}$ au midi moyen qui suit l'observation, on aurait :

$$\mathrm{Tmp} - \mathrm{A} = (\mathrm{Tmp}'' - \mathrm{A}'') \pm \frac{a}{24}(24^{\mathrm{h}} - \mathrm{Tmp}'').$$

CHAPITRE II.

PREMIER PROBLÈME DE NAVIGATION.

Moyens de s'orienter et de se diriger en mer.

109. La résolution du premier problème de navigation est basée sur les propriétés de l'aiguille aimantée, propriétés qui sont utilisées par les Marins à l'aide d'instruments appelés *boussoles* ou *compas*.

I. — PROPRIÉTÉS DE L'AIGUILLE AIMANTÉE.

110. *Aimants naturels.* — On trouve, dans certaines mines de fer, une pierre noire ou brune appelée *pierre d'aimant* ou *aimant naturel*, qui a la propriété d'attirer le fer et quelques autres substances : acier, nickel, cobalt et chrome.

Cette pierre a reçu également le nom de *fer magnétique*, parce que ce fut aux environs de Magnésie, ville d'Asie Mineure, que l'on en trouva les premiers échantillons.

On donne le nom de *magnétisme* à la cause inconnue de l'attraction exercée par le fer magnétique.

111. *Substances magnétiques et non magnétiques.* — On appelle *substances magnétiques* toutes celles qu'un aimant attire avec plus ou moins d'énergie ; les *substances non magnétiques*, au contraire, sont celles sur lesquelles un aimant reste sans action. Parmi ces dernières il faut citer le cuivre, le zinc, le bois.

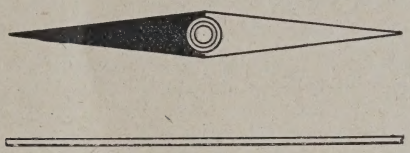
112. *Aiguille aimantée ; aimants artificiels.* — On appelle *aiguille aimantée*, une aiguille d'acier ayant la forme d'un losange très allongé ou d'une tige cylindrique à faible section (*fig.* 40), à laquelle on a communiqué toutes les propriétés des aimants naturels en la frottant

plusieurs fois, dans le même sens, avec la même extrémité d'un morceau de fer magnétique.

L'aimantation ainsi communiquée à une aiguille se conserve à peu près indéfiniment, pourvu qu'elle ne soit pas portée à une haute température.

Un *barreau aimanté* est un barreau d'acier, de forme cylindrique

Fig. 40.



ou parallélépipédique, que l'on a soumis à des frictions analogues pour lui communiquer la vertu attractive des aimants naturels.

Les aiguilles et barreaux aimantés sont des *aimants artificiels.*

113. *Propriétés de l'aiguille aimantée.* — Si l'on prend une aiguille aimantée suspendue de manière à pouvoir tourner librement autour d'un axe vertical, passant par son centre de gravité, on constate :

1° Qu'elle s'oriente, à quelques degrés près, dans la direction de la méridienne géographique du lieu où elle se trouve, pourvu toutefois que cette aiguille soit éloignée de toute masse de fer ou d'acier et de tout courant électrique;

2° Que, si une cause quelconque l'écarte de cette position, elle y revient spontanément, aussitôt que la cause perturbatrice disparaît;

3° Que plusieurs aiguilles aimantées, de formes et de dimensions quelconques, placées successivement dans le même lieu, y prennent exactement la même direction.

Ces faits prouvent que l'aiguille aimantée est susceptible de fournir au Navigateur la direction de la méridienne géographique du lieu où il se trouve, c'est-à-dire le moyen de s'orienter et de reconnaître exactement dans quelle direction il marche.

114. *Extrémité nord; extrémité sud.* — On appelle *extrémité nord* d'une aiguille aimantée l'extrémité qui se dirigerait vers le Nord si l'aiguille était suspendue de façon à pouvoir tourner librement autour d'un axe vertical passant par son centre de gravité; l'extrémité opposée est l'*extrémité sud.* Généralement l'extrémité nord d'une

aiguille aimantée est bleuie, tandis que l'extrémité sud est polie au clair : de la sorte, toute confusion devient impossible.

115. *Méridien magnétique; méridienne magnétique.* — On appelle *méridien magnétique* d'un lieu le plan vertical qui passe par la direction que prendrait une aiguille aimantée librement suspendue par son centre de gravité, placée en ce lieu, et soustraite à toute influence autre que celle de la Terre. La trace de ce plan, sur l'horizon apparent, est la *méridienne magnétique* ou *ligne* NS *magnétique* de ce lieu : aux deux extrémités de cette ligne correspondent les points N et S magnétiques.

116. *Déclinaison.* — On appelle *déclinaison* de l'aiguille aimantée, ou *déclinaison magnétique*, en un lieu, l'angle formé par la méridienne géographique et la méridienne magnétique de ce lieu : la connaissanee de cet angle est indispensable pour pouvoir déduire, de la direction donnée par l'aiguille aimantée, celle de la méridienne géographique.

La déclinaison, qui se désigne habituellement par D, se compte à partir du Nord géographique ou *Nord vrai*, vers l'Est ou vers l'Ouest, selon que le Nord magnétique tombe à droite ou à gauche du Nord vrai, l'œil étant supposé placé au pivot de l'aiguille.

Il résulte des observations faites sur toute la surface du Globe que la déclinaison varie d'un lieu à un autre et aussi, mais très lentement, en un même lieu.

117. *Inclinaison.* — Lorsqu'une aiguille aimantée est suspendue par son centre de gravité sur un axe horizontal lui permettant de tourner librement, elle prend une direction fixe, inclinée sur l'horizon, et qui dépend de l'orientation du plan vertical dans lequel elle se meut.

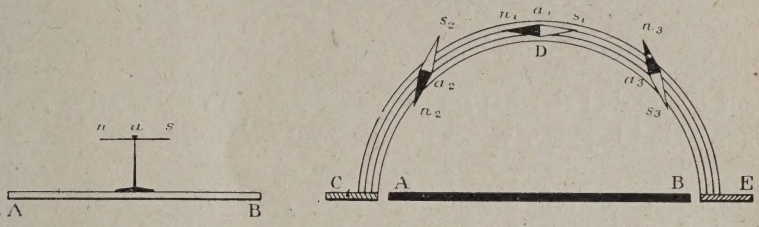
Lorsque ce plan coïncide avec le méridien magnétique, le plus petit des angles que l'aiguille forme avec l'horizon s'appelle l'*inclinaison* et se désigne habituellement par θ.

Cet angle varie d'un lieu à un autre et aussi, mais très lentement, dans un même lieu : il est regardé comme positif quand l'extrémité nord de l'aiguille est en dessous du plan horizontal passant par le centre de l'aiguille, il est considéré comme négatif dans le cas contraire.

118. *Interprétation de l'action de la Terre sur l'aiguille aimantée.*

— Prenons un gros barreau aimanté AB (*fig.* 41), et une aiguille aimantée *ns* montée sur un pivot vertical. Si nous plaçons l'aiguille

Fig. 41.



au-dessus du barreau, comme l'indique la figure, nous constatons qu'elle s'oriente aussitôt dans une direction parallèle à AB.

Prenons maintenant le barreau AB et plaçons-le suivant le diamètre CE d'un demi-cercle en cuivre CDE, figurant un méridien magnétique terrestre, et portant un curseur muni d'un pivot horizontal sur lequel est adaptée une aiguille aimantée : en plaçant le curseur successivement en a_1, a_2, a_3, ..., on constate que l'aiguille, horizontale quand elle occupe la position $n_1 s_1$, a son extrémité nord de plus en plus inclinée vers le point A lorsque le curseur va de D en C, tandis que c'est son extrémité sud qui s'incline de plus en plus vers le point B, lorsque le curseur va de D en E.

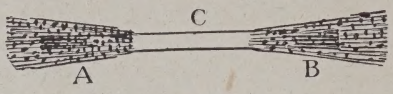
Ces deux expériences nous montrent que tout se passe, sur la surface du Globe, comme si la Terre renfermait un aimant gigantesque, de direction peu différente de la ligne des pôles géographiques. On appelle *pôles* N et S *magnétiques* les points où cet aimant hypothétique viendrait percer la surface terrestre.

Les pôles magnétiques de la Terre sont les points où l'inclinaison est égale à 90°. Le pôle magnétique nord se trouve au nord de l'Amérique, vers la Terre du Prince de Galles; le pôle austral se trouve dans la Terre Victoria.

119. *Pôles d'un aimant.* — Les divers points de la surface d'un aimant ne jouissent pas, au même degré, de la vertu attractive. Si l'on roule en effet un barreau aimanté AB (*fig.* 42) dans de la limaille de fer, on voit celle-ci s'amasser aux extrémités du barreau, en y formant deux sortes de houppes, tandis que la partie centrale C de l'aimant reste inerte.

La partie centrale, dépourvue de toute vertu attractive, s'appelle la

Fig. 42.

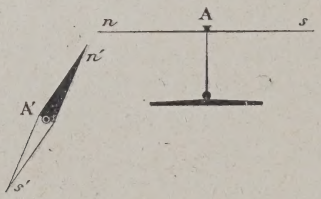


ligne neutre de l'aimant; les points extrêmes où l'attraction magnétique se fait le plus vivement sentir en sont les *pôles*.

120. *Pôles de même nom ; de noms contraires.* — Les aiguilles aimantées étant des aimants ont donc chacune deux pôles : ces pôles sont dits *de même nom ou de noms contraires*, selon qu'ils correspondent à des extrémités de même nom ou de noms différents.

121. *Action des aimants sur les aimants.* — Prenons deux aiguilles aimantées A et A′ (*fig.* 43) dont les extrémités nord et sud soient

Fig. 43.



nettement indiquées : plaçons l'une d'elles A sur un pivot vertical, puis approchons successivement de ses extrémités nord n et sud s, l'extrémité nord n' de l'aiguille A′ ; nous constatons que n' repousse n mais attire s. En répétant la même expérience avec l'extrémité s' de l'aiguille A′, nous constatons que s' attire n, mais repousse s. Donc :

Deux extrémités de même nom se repoussent; deux extrémités de noms contraires s'attirent.

C'est là la *loi des attractions et répulsions réciproques* des aimants.

122. *Nature des pôles d'une aiguille aimantée.* — Reportons-nous à l'expérience représentée par la figure 41 : puisque l'extrémité A du barreau AB attire l'extrémité n de l'aiguille a, c'est que A et n sont des extrémités et par suite des pôles de noms contraires. Par

conséquent, puisque l'on appelle *pôle magnétique nord* ou *boréal*, le pôle de l'aimant hypothétique terrestre qui se trouve dans le voisinage du pôle géographique nord et *pôle magnétique sud* ou *austral* le pôle opposé, il en résulte que l'*extrémité nord d'une aiguille aimantée est un pôle austral et inversement.*

Il est donc essentiel de ne pas confondre les mots *extrémité* et *pôle*.

123. *Unité de magnétisme.* — On appelle ainsi la quantité de magnétisme que possède un pôle pour repousser un autre pôle identique, placé à 1^{cm} de distance, avec une force égale à une *dyne*.

Une *dyne* est la force qui, en agissant sur une masse de 1^{g}, pendant 1 seconde, lui communique au bout de ce temps une vitesse de 1^{cm} : sa valeur est de $\frac{1}{981}$ de gramme.

124. *Intensité magnétique terrestre en un lieu donné.* — On appelle ainsi et l'on désigne habituellement par $\mathcal{H}$ l'action que la Terre exerce, dans le lieu considéré, sur l'unité de magnétisme.

Cette intensité, qui varie d'un lieu à un autre, est évidemment la résultante des actions exercées par les deux pôles magnétiques de la Terre : ces deux actions étant généralement inclinées sur l'horizon, il en est habituellement de même pour $\mathcal{H}$.

125. *Force horizontale; force verticale.* — On appelle intensité magnétique horizontale, ou *force horizontale* terrestre, la composante horizontale de $\mathcal{H}$: on la désigne habituellement par H.

On appelle *force verticale* terrestre la composante verticale de $\mathcal{H}$: on la désigne par V.

Les deux composantes H et V varient d'un lieu à un autre et aussi, mais très lentement, en un même lieu : leurs valeurs, déterminées par des procédés que nous ne pouvons exposer ici, sont habituellement exprimées en prenant pour unité la force horizontale de Greenwich.

126. *Mode d'action de la Terre sur l'aiguille aimantée.* — Supposons que chacun des pôles d'une aiguille aimantée renferme m unités de magnétisme : l'aiguille pouvant évidemment être regardée comme infiniment petite, par rapport à la distance à laquelle elle se trouve de chacun des deux pôles magnétiques terrestres, il en résulte que l'action de la Terre sur chacun des pôles de l'aiguille est la même et a pour valeur $m\mathcal{H}$. Il est d'ailleurs évident que, si l'un des pôles de l'aiguille

est attiré dans un sens, avec une force égale à $m\mathcal{H}$, le pôle opposé est repoussé dans le sens contraire par une force égale.

Il résulte de là que l'action de la Terre sur une aiguille aimantée est un couple : *la Terre ne peut donc que diriger l'aiguille aimantée, mais ne peut lui communiquer aucun mouvement de translation.*

La conclusion à laquelle nous venons d'arriver se vérifie d'ailleurs expérimentalement de la manière suivante :

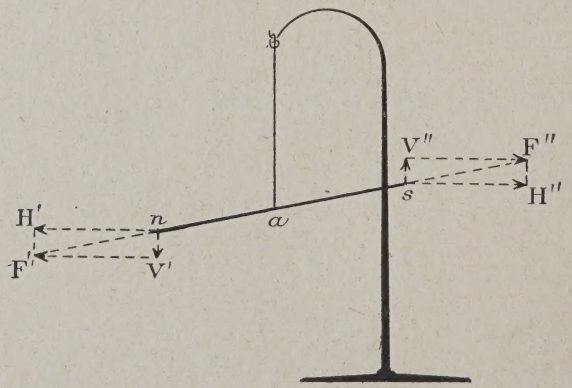
1° Si l'on fixe une aiguille aimantée sur un bouchon en liège, flottant à la surface de l'eau, on constate que cette aiguille s'oriente comme si elle était sur un pivot vertical, mais qu'elle n'acquiert aucun mouvement de translation dans un sens déterminé. L'action de la Terre sur l'aiguille n'a donc développé aucune résultante horizontale.

2° Si l'on pèse avec une très grande précision une aiguille d'acier avant et après son aimantation, on ne constate aucune différence de poids. Donc l'aimantation n'a développé aucune résultante verticale.

L'action de la Terre sur l'aiguille aimantée ne donnant lieu à aucune résultante horizontale ou verticale est donc bien une action purement directrice.

127. *Remarque I.* — Il résulte de ce que nous venons de dire que si l'on suspend une aiguille aimantée par son centre de gravité (*fig.* 44)

Fig. 44.



à l'aide d'un fil de soie sans torsion, afin qu'elle puisse s'orienter librement, cette aiguille, sous l'action de la Terre, se rangera précisément dans la direction commune des forces $F' = F'' = m\mathcal{H}$ qui sollicitent ses deux extrémités dans le lieu considéré.

Si donc nous décomposons la force F′ suivant l'horizontale et suivant la verticale, il est clair que ses deux composantes H′ et V′ sont contenues dans le méridien magnétique, de sorte que l'angle H′ *n* F′ n'est autre chose que l'inclinaison θ dans ce lieu. Il en résulte que l'on a :

$$H' = F' \cos\theta, \qquad V' = F' \sin\theta, \qquad \operatorname{tang}\theta = \frac{V'}{H'}.$$

Dans le cas particulier où l'aiguille aimantée renfermerait simplement l'unité de magnétisme à chacun de ses pôles, on aurait :

$$H = \mathcal{H} \cos\theta, \qquad V = \mathcal{H} \sin\theta, \qquad \operatorname{tang}\theta = \frac{V}{H}.$$

128. *Remarque II.* — Il résulte de ce qui précède que les forces H′ et H″ forment un couple qui tend constamment à placer l'aiguille dans le méridien magnétique ; quant aux forces V′ et V″ elles forment un couple dont le seul effet est de produire l'inclinaison de l'aiguille.

Comme l'effet des forces V′ et V″ est plutôt gênant qu'utile, on l'annule ordinairement à l'aide d'un petit contrepoids en cire ou en cuivre fixé à la pointe de l'aiguille qui tendrait à se relever.

Ainsi disposée, une aiguille aimantée restera donc toujours horizontale dans le même lieu et s'orientera, parallèlement à la méridienne magnétique, sous le seul effet de la force horizontale.

129. *Cartes magnétiques de la Terre.* — On appelle ainsi des cartes destinées à fournir les éléments magnétiques relatifs aux divers points du Globe.

Ces cartes sont de trois sortes : *les cartes isogoniques*, les cartes *isoclines* et les cartes d'*égale force horizontale.* On trouvera à la fin de cet Ouvrage un exemplaire en réduction de chacune de ces cartes, qui sont, comme nous le verrons par la suite, d'une utilité capitale.

130. *Cartes isogoniques.* — Les cartes isogoniques sont destinées à fournir la déclinaison magnétique pour les divers points de la surface du Globe : pour les construire, on a réuni par un trait continu tous les points qui, à la même époque, avaient la même déclinaison magnétique. Les lignes ainsi obtenues ont été appelées *lignes isogoniques :* elles ont une direction courant à peu près Nord-Sud.

Leurs formes sont du reste peu régulières et convergent vers deux

points, placés près des pôles géographiques, qui ne sont autres que les pôles magnétiques terrestres.

Une ligne de déclinaison nulle traverse le Brésil, les États-Unis, la baie d'Hudson, se perd dans les régions polaires, puis redescend en traversant la mer Blanche, la mer Caspienne et l'Australie. D'un côté de cette ligne (dans l'est de l'Amérique) la déclinaison est occidentale ou NO; de l'autre elle est NE. Il existe aussi une courbe fermée, de déclinaison nulle, qui renferme une partie de la Chine et du Japon et à l'intérieur de laquelle la déclinaison est NO, tandis qu'elle est NE à l'extérieur.

131. *Cartes isoclines.* — Destinées à donner l'inclinaison de l'aiguille aimantée, ces cartes ont été obtenues en réunissant par un trait continu tous les points où l'inclinaison était la même à une époque déterminée.

Les lignes d'égale inclinaison, appelées *lignes isoclines*, sont irrégulières comme forme, mais courent à peu près Est-Ouest.

La ligne isocline zéro s'appelle l'*équateur magnétique;* cette courbe, quoique irrégulière, suit à peu près l'équateur géographique.

L'équateur magnétique traverse le Pérou, le Brésil, l'Atlantique, puis l'Afrique, en allant du golfe de Guinée à la mer Rouge; coupe l'Inde; la presqu'île de Malacca et rejoint l'Amérique en traversant la mer de Chine et le Pacifique.

Nous avons déjà dit que les pôles magnétiques terrestres sont les points de la Terre où l'inclinaison est égale à 90°; tous deux se trouvent sur la ligne de déclinaison nulle.

132. *Cartes d'égale force horizontale.* — Destinées à donner la force horizontale H pour les divers points du Globe, ces cartes ont été obtenues, comme les précédentes, en réunissant par un trait continu tous les points où, à la même époque, la force horizontale était la même.

Les forces horizontales des divers points du Globe sont habituellement évaluées en prenant la force horizontale de Greenwich pour unité; leur valeur est comprise entre 0 et 2,1.

Aux pôles magnétiques, on a $H = 0$.

II. — COMPAS. CORRECTION DES ROUTES.

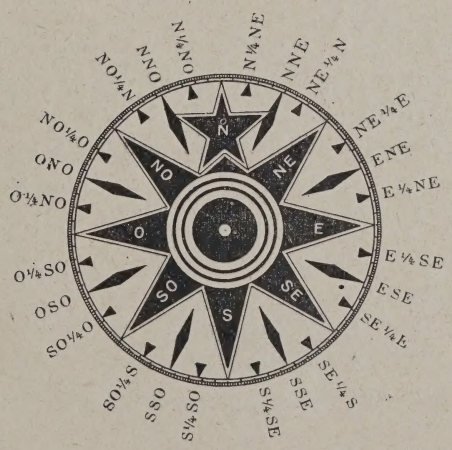
Compas.

133. Les instruments qui utilisent les propriétés de l'aiguille aimantée, pour permettre au Navigateur de se diriger en mer, sont les *compas*.

Ces instruments sont disposés de manière à pouvoir indiquer à chaque instant le *cap au compas*, c'est-à-dire l'angle que l'aiguille aimantée forme avec la partie avant de l'axe longitudinal du navire. Cet angle s'évalue presque toujours en degrés, mais parfois aussi, quoique de plus en plus rarement, à l'aide de l'ancienne graduation par *quarts*.

134. *Rose des vents.* — La rose des vents (*fig.* 45) est un cercle divisé en 32 parties égales, qui correspondent à 32 directions appelées

Fig. 45.



quarts, aires de vent ou *rhumbs de vent :* chaque quart représente donc un angle de $\frac{360^\circ}{32}$ ou $11^\circ,25$.

Un des diamètres de cette rose porte le nom de *ligne* NS et chacune des extrémités des autres diamètres a un nom indiquant sa position par rapport à la ligne NS.

Chacun des quadrants déterminés par les lignes NS et EO est également gradué de 0° à 90° à partir des points N et S. Depuis quelques années, la rose des vents des compas est graduée de 0° à 360° à partir du Nord vers l'Est, c'est-à-dire en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre pour un observateur supposé debout au centre de la rose. Avec cette nouvelle graduation, les principaux caps cardinaux et intercardinaux sont indiqués comme il suit :

N.....	0°	S.....	180°
N 45° E.....	45°	S 45° W.....	225°
E.....	90°	O.....	270°
S 45° E.....	135°	N 45° W.....	315°

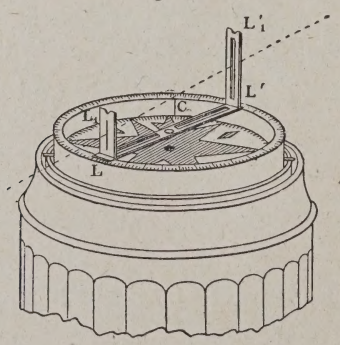
Avec des roses graduées de 0° à 360°, il est nécessaire d'avoir un tableau donnant la correspondance des caps dans les deux systèmes de graduation.

On voit donc que, si la ligne NS coïncide avec l'axe de figure de l'aiguille aimantée, le cap au compas sera déterminé par la graduation de la rose qui correspond à la direction de l'avant du navire : ainsi par exemple on dira que le navire a le cap au N 45° E, au NE, ou à 45°; au N 22°,5 E, au NNE ou à 22°,5; et ainsi de suite.

135. *Compas ordinaires.* — Les compas ordinaires se composent essentiellement (*fig.* 46) d'une aiguille aimantée fixée sous une feuille de talc de forme circulaire.

Une *rose des vents* est collée sur le disque de talc de telle sorte

Fig. 46.



que sa ligne NS se confonde avec l'axe de figure de l'aiguille, le point N de la rose étant en coïncidence avec l'extrémité nord de l'aiguille.

L'aiguille est munie, en son centre, d'une *chape* en pierre dure qui

repose sur un pivot très effilé, implanté au centre du fond d'une cuvette cylindrique en cuivre, suspendue à la cardan.

Grâce à ce mode de suspension la cuvette, et par suite la rose, resteront horizontales malgré les mouvements du navire.

Le fond de la cuvette est constitué par une glace très forte permettant à une lampe, placée au-dessous, d'éclairer la rose afin que ses graduations puissent être facilement distinguées pendant la nuit.

Les parois de la cuvette, peintes en blanc, portent quatre traits noirs verticaux et diamétralement opposés deux à deux : deux d'entre eux déterminent un plan perpendiculaire au plan longitudinal du navire; les deux autres déterminent un plan parallèle au plan longitudinal, lorsque le navire est droit.

Celui de ces deux traits C qui est dans la direction de l'avant se nomme le *cap* ou la *ligne de foi;* c'est, comme nous l'avons déjà dit, la graduation de la rose qui se trouve en face du cap qui indique le cap au compas ou la *route au compas* suivie par le navire.

Généralement les compas sont disposés pour permettre de prendre des *relèvements*, c'est-à-dire les angles que la direction NS de la rose forme avec le vertical d'un objet éloigné. Dans ce but, la glace qui ferme la cuvette à sa partie supérieure porte un pivot central autour duquel tourne une *alidade à pinnules*, c'est-à-dire une règle métallique plate LL′, munie à ses deux extrémités de deux pièces verticales LL′ et $L_1 L_1'$ percées, l'une d'une fente étroite ou *œilleton*, l'autre d'une ouverture plus large appelée *fenêtre*, traversée par un fil vertical.

En plaçant l'œil à l'œilleton et en faisant mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'on aperçoive le fil de la fenêtre au centre de l'objet visé, on aura la direction du vertical de cet objet; pour en avoir le *relèvement au compas*, il ne restera plus qu'à lire la division de la rose qui correspond à la position occupée par l'alidade.

Afin de faciliter cette lecture, l'alidade LL′ est évidée et dans cet évidement est tendu un fil qui indique exactement la direction de l'axe de l'alidade.

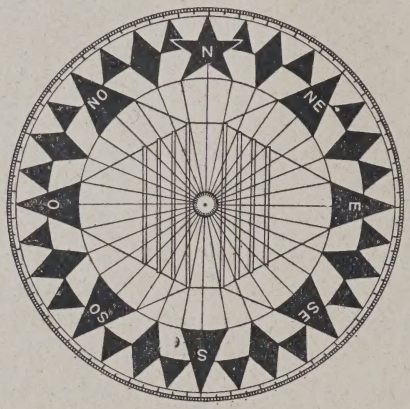
Lorsque l'on veut prendre le relèvement du Soleil, on procède généralement de la manière suivante : on place un petit morceau de papier en travers sur l'alidade, puis on manœuvre celle-ci jusqu'à ce que l'ombre du fil de la fenêtre vienne se projeter sur le morceau de papier et se trouve dans le prolongement du fil de l'alidade; il est clair, en effet, que le plan vertical passant par le centre de la rose et le fil de la fenêtre ne sera autre chose que le vertical du Soleil lorsque

l'ombre sera dans le prolongement du fil. Le relèvement au compas du Soleil s'obtiendra donc en lisant la graduation de la rose qui correspond à cette position de l'alidade.

136. *Compas Thomson.* — Les compas Thomson, considérés à juste titre comme les meilleurs, ne diffèrent des compas ordinaires, que nous venons de décrire, que par la manière dont est construite la rose.

Dans ces compas, la rose proprement dite est en papier très mince, découpé en forme de couronne circulaire (*fig.* 47).

Fig. 47.



Cette couronne de papier est tendue sur une couronne en aluminium reliée par 32 fils de soie, correspondant aux 32 aires de vent de la rose, à une chape centrale munie d'un *saphir* et reposant sur un pivot dont la pointe est en *osmiure d'iridium.*

Dans cette rose, admirablement étudiée, Lord Kelvin (Sir William Thomson) forme l'équipage aimanté de huit aiguilles cylindriques, *très fines et très courtes*, aimantées à saturation, mais ne produisant cependant autour d'elles, à cause de leur finesse, qu'un champ magnétique très peu intense. Nous verrons plus loin que ce sont là des conditions essentielles pour que le compas puisse être *compensé*, c'est-à dire pour qu'il puisse être soustrait à l'action déviatrice des fers du navire sur la rose.

Malgré la petitesse du couple directeur de la rose Thomson celle-ci est d'une très grande sensibilité par suite de sa très grande légèreté (moins de 20^g) et de la perfection des pièces frottantes.

La plus grande partie du poids de la rose étant constitué par les couronnes d'aluminium et de papier et étant, par suite, à la périphérie, la rose Thomson possède, malgré sa légèreté, un moment d'inertie considérable et une longue période d'oscillation (trois oscillations par minute); enfin elle présente, à la mer, des qualités remarquables de stabilité.

Sa charpente étant souple a l'avantage de ne transmettre les vibrations et les chocs, sur la chape et le pivot, que d'une manière très atténuée.

Somme toute, le calcul et l'expérience montrent que la rose Thomson satisfait pleinement aux conditions théoriques servant de base à la théorie de la compensation, savoir :

1° Aiguilles assez courtes pour que leur longueur soit négligeable par rapport aux distances du centre de la rose aux fers correcteurs énumérés plus loin;

2° Action magnétique des aiguilles de la rose sur les correcteurs de fer doux nulle ou négligeable.

137. *Compas étalon, compas de route.* — Tout navire dont l'armement est soigné doit posséder au moins deux compas.

L'un de ces compas, appelé *compas étalon*, est toujours du système Thomson; il est placé, ordinairement, sur une passerelle un peu élevée et aussi éloigné que possible des grosses masses de fer du navire, telles que cheminées, manches à vent, etc. Il est muni d'une alidade à relèvements et, de plus, *compensé*, c'est-à-dire soustrait par les procédés que nous étudierons plus loin, à l'action magnétique des fers du navire sur la rose. A cet effet, le compas est muni (*fig.* 48) :

1° D'une série de cases longitudinales l et transversales t creusées dans le socle en bois et renfermant un certain nombre de tiges aimantées;

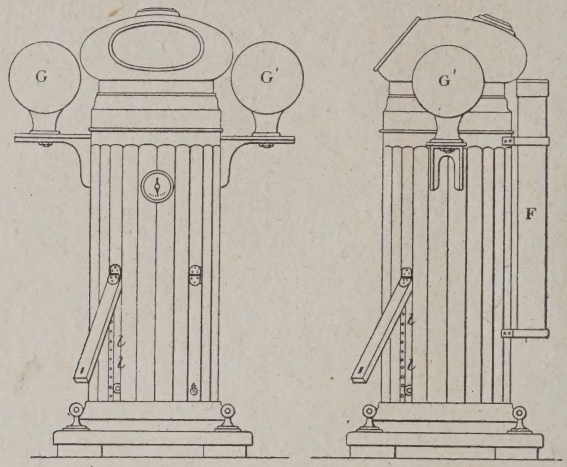
2° De deux globes G et G′ de fer bien pur (fer doux) dont les centres sont symétriques par rapport au centre de la rose et situés dans un même plan horizontal;

3° D'une boîte cylindrique verticale en cuivre F, placée *généralement* sur l'avant et renfermant plusieurs tronçons cylindriques de fer doux; c'est ce que l'on appelle le *barreau de Flinders ;*

4° D'un tube vertical en cuivre, placé dans l'axe même du socle en bois. Dans ce tube glisse un étui en cuivre qu'une chaînette, également en cuivre, permet de faire monter ou descendre ; on dispose

dans cet étui un aimant destiné à compenser l'action des fers du navire sur la rose, lorsque le navire a de la bande.

Fig. 48.



Auprès de l'homme de barre se trouve un second compas, analogue au compas ordinaire décrit plus haut : c'est le *compas de route.*

C'est toujours à l'aide du compas étalon que l'on met en route; l'homme de barre prend ensuite un *top*, c'est-à-dire regarde le cap du compas de route qui correspond à la direction suivie par le navire et gouverne ensuite d'après ce cap.

138. *Compas à liquide.* — Dans ces compas, appelés incorrectement *compas liquides*, la cuvette est remplie d'un mélange d'alcool et d'eau réglé de telle manière que la poussée hydrostatique fasse équilibre, à très peu près, et en moins, au poids formé par la rose et son flotteur : la pression de la chape sur le pivot peut ainsi être rendue extrêmement faible.

De plus le liquide amortit tellement les vibrations et les oscillations que ces compas jouissent de qualités de stabilité exceptionnelles qui les indiquent comme particulièrement avantageux, par mauvais temps, sur les petits bâtiments.

Ces compas sont très en vogue en Italie et dans quelques autres pays, mais leurs avantages sont contre-balancés par de sérieux inconvénients qui sont :

1° Compensation plus délicate, et variant avec la latitude magnétique, c'est-à-dire à retoucher sans cesse;

2° Entraînement parfois très appréciable de la rose par le liquide pendant les évolutions;

3° Sensibilité moindre que celle des compas Thomson.

139. *Taximètres.* — Les *taximètres* sont des instruments destinés à permettre de prendre des relèvements lorsqu'on est gêné pour le faire directement au moyen du compas étalon; ils sont généralement disposés tribord et bâbord de ce dernier.

Ces instruments se composent d'une glace circulaire, mobile autour de son centre, et portant une rose des vents semblable à celle du compas. Un trait ou index, gravé sur la monture, indique la direction de la parallèle à l'axe du navire, passant par le centre de l'instrument.

Enfin la glace, qui peut être éclairée la nuit par en dessous, est munie d'un pivot et d'une alidade à relèvements.

L'emploi du taximètre est des plus simples : un aide, placé devant le compas étalon, indique le cap du navire; on dispose aussitôt la rose du taximètre parallèlement à celle du compas et l'on prend rapidement le relèvement désiré.

Au moment où l'alidade est dirigée sur l'objet visé, on crie *top!* et l'aide crie à son tour le cap du navire.

On voit alors s'il faut ajouter ou retrancher quelques degrés au relèvement fourni par le taximètre pour avoir le relèvement exact, car, depuis que l'on a disposé la glace de l'instrument, le navire a pu faire une légère embardée.

Si l'on oriente la rose de telle sorte que l'index corresponde à la route au compas, le taximètre donnera des relèvements au compas; si, au contraire, l'on oriente la rose de telle sorte que l'index corresponde à la route vraie, les relèvements obtenus seront des relèvements vrais.

Correction des routes.

140. Maintenant que nous connaissons les propriétés de l'aiguille aimantée et la disposition des compas, il nous reste à montrer comment on peut déterminer la direction suivie par le navire sur le Globe, connaissant l'angle que sa quille forme avec la ligne NS de la rose.

Pour cela il est indispensable de donner quelques définitions préliminaires et d'établir plusieurs théorèmes essentiels.

141. *Déviation de l'aiguille aimantée.* — A bord d'un navire

moderne, l'aiguille d'un compas est soumise à l'action des masses de fer, souvent considérables, qui entrent dans la construction du bâtiment.

L'influence de ces masses de fer occasionne des déviations plus ou moins grandes de l'aiguille aimantée, déviations qui varient nécessairement avec la direction suivie par le navire et aussi avec sa position sur le Globe.

On appelle *déviation* du compas et l'on désigne par δ l'angle que la méridienne magnétique forme avec la ligne NS du compas; elle est NE ou NO selon que le Nord du compas tombe à droite ou à gauche du Nord magnétique, l'œil étant supposé au centre de la rose.

142. *Variation.* — On appelle *variation* du compas et l'on désigne par W l'angle formé par la méridienne géographique et la direction prise par l'aiguille du compas, sous l'action combinée de la Terre et des fers du navire.

La variation est NE ou NO selon que le Nord du compas tombe à droite ou à gauche du Nord vrai, l'œil étant supposé au centre de la rose.

143. *Cap vrai, cap magnétique, cap au compas.* — On appelle *cap vrai, cap magnétique* et *cap au compas* d'un navire les angles formés respectivement par la méridienne géographique, la méridienne magnétique et la ligne nord-sud de la rose avec la partie avant de l'axe du navire.

Ces angles, que l'on désigne respectivement par C_v, C_m et C_c, se comptent tantôt à partir du Nord vrai, du Nord magnétique et du Nord du compas, vers l'Est ou vers l'Ouest, selon le sens dans lequel marche le navire, tantôt de 0° à 360° par l'Est, c'est-à-dire en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.

144. *Azimut vrai, azimut magnétique, azimut au compas.* — On appelle *azimut vrai, azimut magnétique* et *azimut au compas* d'un point ou d'un astre les angles formés respectivement par la méridienne géographique, la méridienne magnétique et la ligne NS de la rose, avec la trace, sur l'horizon apparent, du vertical du point ou de l'astre observé.

Ces angles, que l'on désigne respectivement par Z_v, Z_m et Z_c, se comptent de 0° à 180°, vers l'Est ou vers l'Ouest, à partir de l'extrémité de la méridienne géographique, de la méridienne magnétique

ou de la ligne NS du compas, qui a le nom de la latitude du navire. Lorsque la rose est graduée de 0° à 360°, ces angles se comptent aussi de 0° à 360°, dans le sens des aiguilles d'une montre, à partir du Nord vrai, du Nord magnétique ou du Nord du compas.

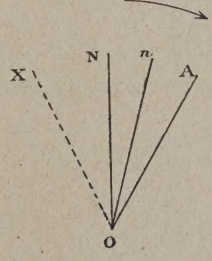
145. *Conventions de signes.* — Les caps et azimuts, la déclinaison, la déviation et la variation pouvant être NE ou NO, c'est-à-dire comptés en deux sens opposés, sont des grandeurs directives; nous conviendrons de regarder ces angles comme positifs s'ils sont NE, comme négatifs s'ils sont NO.

Cette convention revient donc à considérer ces angles comme positifs ou négatifs selon que, pour les engendrer, il faut faire tourner une demi-droite mobile, passant par le centre de la rose, de gauche à droite ou de droite à gauche, l'œil étant supposé au centre. Dans le cas où les caps et azimuts sont comptés de 0° à 360° dans le sens des aiguilles d'une montre, ces éléments sont toujours positifs.

Nous conviendrons également de regarder les lettres C_v, C_m, C_c, Z_v, Z_m, Z_c, D, δ, W, comme des symboles algébriques représentant ces angles pris avec le signe qui leur convient.

146. Théorème. — *Le cap vrai est la somme algébrique du cap au compas et de la variation.* — Soient ON la méridienne géographique, On la direction de la pointe Nord de l'aiguille du compas, et OA la

Fig. 49.



direction de l'avant du navire. Il résulte des définitions et conventions qui précèdent que l'on a toujours (*fig.* 49) :

$$\widehat{N, n} = W, \qquad \widehat{N, A} = C_v, \qquad \widehat{n, A} = C_c.$$

Ceci posé, traçons une droite OX telle que les angles XON, XO *n*, XOA soient tous positifs.

Nous aurons évidemment, quelles que soient les positions relatives des droites ON, O n et OA :

$$XOA = XON + C_v = XO\,n + C_c,$$

et comme :

$$XO\,n = XON + W,$$

il en résulte que :

$$XON + C_v = XON + C_c + W,$$

et, par suite,

$$C_v = C_c + W,$$

formule absolument générale.

147. Corollaire. — *Le cap au compas est la différence algébrique entre la variation et le cap vrai.* — La relation précédente donne, en effet :

$$C_c = C_v - W.$$

148. Théorème. — *L'azimut vrai d'un point ou d'un astre est la somme algébrique de son azimut au compas et de la variation.* — En effet, si dans la figure précédente OA représente la direction dans laquelle se trouve le point ou l'astre relevé, on a :

$$\widehat{N, A} = Z_v, \qquad \widehat{n, A} = Z_c,$$

et, par suite,

$$Z_v = Z_c + W.$$

149. Corollaire. — *La variation de l'aiguille aimantée, correspondant à un cap déterminé du navire, est la différence algébrique entre l'azimut au compas et l'azimut vrai d'un même objet ou d'un même astre.* — La relation que nous venons de trouver peut s'écrire, en effet :

$$W = Z_v - Z_c.$$

150. Théorème. — *La variation du compas est la somme algébrique de la déclinaison magnétique du lieu et de la déviation correspondant au cap du navire.* — Démonstration analogue à la précédente, en considérant la méridienne géographique, la méridienne magnétique et la direction de la pointe nord de l'aiguille du compas. On a donc :

$$W = D + \delta.$$

151. Corollaire. — *En un lieu donné ; 1° la déviation est la différence entre la déclinaison et la variation; 2° la déclinaison est la différence*

algébrique entre la déviation et la variation. — En effet, de la formule que nous venons de trouver, on déduit :

$$\delta = W - D \qquad \text{et} \qquad D = W - \delta.$$

152. Théorème. — *Le cap vrai est la somme algébrique du cap magnétique et de la déclinaison.* — Démonstration semblable à celle des théorèmes précédents. Donc :

$$C_v = C_m + D.$$

153. Corollaire. — *En un lieu donné : 1° le cap magnétique est la différence algébrique entre la déclinaison et le cap vrai ; 2° la déclinaison est la différence algébrique entre le cap magnétique et le cap vrai.* — De la relation précédente on déduit, en effet :

$$C_m = C_v - D \qquad \text{et} \qquad D = C_v - C_m.$$

154. Théorème. — *L'azimut vrai d'un point ou d'un astre est la somme algébrique de son azimut magnétique et de la déclinaison magnétique locale.* — Même mode de démonstration que pour les théorèmes qui précèdent. On a donc :

$$Z_v = Z_m + D.$$

155. Corollaire. — *En un lieu donné : l'azimut magnétique d'un point ou d'un astre est la différence algébrique entre la déclinaison et l'azimut vrai ; 2° la déclinaison est la différence algébrique entre l'azimut magnétique et l'azimut vrai d'un même astre ou d'un même point.* — On déduit en effet de la relation précédente :

$$Z_m = Z_v - D \qquad \text{et} \qquad D = Z_v - Z_m.$$

156. Théorème. — *Le cap magnétique est la somme algébrique du cap au compas et de la déviation.* — Même mode de démonstration que pour les théorèmes précédents. Donc :

$$C_m = C_c + \delta.$$

157. Corollaire. — *En un lieu donné : 1° le cap au compas est la différence algébrique entre la déviation et le cap magnétique ; 2° la déviation est la différence algébrique entre le cap au compas et le cap magnétique.* — On déduit en effet de la relation précédente :

$$C_c = C_m - \delta \qquad \text{et} \qquad \delta = C_m - C_c.$$

158. Théorème. — *L'azimut magnétique d'un point ou d'un astre est la somme algébrique de l'azimut au compas et de la déviation.* — Même mode de démonstration que pour les théorèmes précédents Donc :

$$Z_m = Z_c + \delta.$$

159. Corollaire. — *En un lieu donné : 1° l'azimut au compas d'un point ou d'un astre est la différence algébrique entre la déviation et l'azimut magnétique ; 2° la déviation est la différence algébrique entre l'azimut au compas et l'azimut magnétique.* — On déduit en effet de la formule précédente :

$$Z_c = Z_m - \delta \quad \text{et} \quad \delta = Z_m - Z_c.$$

160. *Dérive.* — Lorsqu'un voilier suit une route oblique à la direction du vent, il est entraîné dans une direction différente de celle de sa quille, de sorte que la ligne de foi du compas n'indique que la direction approchée de la trajectoire du navire; la trajectoire vraie est évidemment celle qu'indique la direction du sillage que le navire laisse derrière lui. L'angle formé par l'axe longitudinal du navire et la trajectoire réelle s'appelle la *dérive;* on évalue cet angle au moyen d'un demi-cercle gradué placé sur le couronnement.

On dit que la dérive est *tribord* ou *bâbord,* selon que le navire est entraîné à droite ou à gauche de la partie avant de la ligne de foi du compas; nous regarderons la dérive comme positive ou négative selon qu'elle est tribord ou bâbord et nous représenterons par ∂ sa valeur algébrique.

Il est clair que, pour apprécier exactement la direction suivie par un voilier, il faut tenir compte de la dérive.

161. *Route vraie; route au compas.* — On appelle *route vraie* d'un navire l'angle que la méridienne géographique forme avec la trajectoire suivie par le navire. Cet angle, dont nous désignerons la valeur algébrique indifféremment par V ou par R_v, se compte à partir du Nord vrai, positivement vers l'E, négativement vers l'O, selon le sens dans lequel marche le navire; il se compte aussi, de 0° à 360° à partir du Nord vrai, en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre quand la rose est graduée de 0° à 360°.

Il résulte de cette définition que *si un navire n'a pas de dérive, la route vraie est égale au cap vrai;* dans le cas contraire, la route vraie

s'obtient en combinant le cap vrai et la dérive, ainsi que l'indique le théorème suivant.

Par analogie, on appelle souvent *route au compas* d'un navire l'angle que la direction de l'aiguille du compas forme avec la partie avant de l'axe du navire : cet angle, qui se compte exactement comme le cap au compas, est donc toujours confondu avec lui et, par suite, les expressions *cap au compas* et *route au compas* ont la même signification. La Route au compas se représente indifféremment par C_c ou R_c.

162. Théorème. — *La route vraie est la somme algébrique du cap vrai et de la dérive.* — Démonstration absolument analogue à celle du n° 146. On a donc :

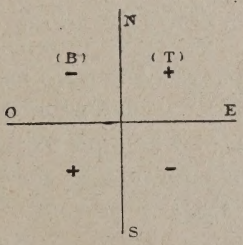
$$R_v = V = C_v + \partial.$$

163. Corollaire. — *Au même instant:* 1° *le cap vrai est la différence algébrique entre la dérive et la route vraie;* 2° *la dérive est la différence algébrique entre le cap vrai et la route vraie.* — La relation précédente donne, en effet :

$$C_v = V - \partial \quad \text{et} \quad \partial = V - C_v.$$

164. *Remarque.* — Bien que toutes les formules précédentes aient été établies en comptant les caps, routes et azimuts à partir du N, on vérifie aisément que ces formules subsistent quand on compte

Fig. 50.



ces angles à partir du S, pourvu qu'on les considère comme positifs s'ils sont SO et négatifs s'ils sont SE, les déviations, déclinaisons et variations NE étant transformées en déviations, déclinaisons et variations SO et inversement.

Toutes les règles de signes concernant les formules qui précèdent sont indiquées par la figure 50, que nous appellerons le *diagramme des signes.*

165. Problème I. — *Connaissant le cap au compas, la variation et la dérive, calculer la route vraie.* — Nous avons vu que :

$$V = C_v + \partial$$

et, comme, :

$$C_v = C_c + W,$$

il en résulte que :

$$V = C_c + W + \partial.$$

La route vraie est donc la somme algébrique du cap au compas de la variation et de la dérive.

Ainsi, par exemple, si l'on a :

$$C_c = S\,23^\circ O = 203^\circ, \qquad W = 10^\circ NO, \qquad \partial = 5^\circ T,$$

on pourra écrire :

$$W + \partial = -10^\circ + 5^\circ = -5^\circ = 5^\circ NO = 5^\circ SE,$$

et, par suite,

$$V = S\,23^\circ O + 5^\circ SE = S\,18^\circ O, \qquad \text{ou} \qquad V = 203^\circ - 5^\circ = 198^\circ.$$

166. Problème II. — *On veut suivre la route vraie* V; *quel cap au compas devra-t-on prendre, sachant que la déclinaison est* D *et la dérivée probable* ∂. — Nous venons de voir que :

$$V = C_c + W + \partial = C_c + (D + \delta) + \partial.$$

On en déduit :

$$C_c = V - D - \partial - \delta,$$

ce qui nous montre que C_c sera connu si l'on peut déterminer δ, qui est le seul élément inconnu du second membre.

Or nous verrons un peu plus loin que δ est donnée, en fonction du cap magnétique C_m, à l'aide du Tableau des déviations : tout revient donc à savoir déterminer C_m.

Or on sait que :

$$C_m = C_v - D,$$

et, comme :

$$C_v = V - \partial,$$

il en résulte que :

$$C_m = V - D - \partial.$$

Il suffira donc d'entrer dans le Tableau des déviations avec cette valeur pour argument; δ étant alors connue, il en sera de même de C_c.

Ainsi, par exemple, supposons que l'on veuille suivre la route vraie

N 83° E ou 83°, sachant que D = 8° NE et que la dérive probable sera $\partial = 7°$ B.

Nous aurons :

$$V - D - \partial = + 83° - 8° + 7° = + 82° = N\,82°\,E.$$

Entrant alors, avec C_m = N 82° E, dans le Tableau des déviations, si l'on trouve par exemple δ = 16° NO, on en déduira que :

$$C_c = N\,82°\,E - 16°\,NO = + 82° - (-16°) = 82° + 16° = + 98° = N\,98°\,E,$$

c'est-à-dire :

$$C_c = S\,(180° - 98°)\,E = S\,82°\,E.$$

On devra donc mettre le cap au S 82° E ou à 98° du compas.

167. *Remarque.* — Si le bâtiment n'a pas de dérive, on a, plus simplement :

$$V = C_v \qquad \text{et} \qquad C_c = C_v - D - \delta.$$

On entrera alors dans le Tableau des déviations avec $C_m = C_v - D$, ce qui fera connaître δ et, par suite, C_c.

168. *Relèvements.* — On appelle *Relèvement vrai*, *Relèvement magnétique* ou *Relèvement au compas* d'un point ou d'un astre, l'angle que la méridienne géographique, la méridienne magnétique ou la ligne NS du compas fait avec la trace, sur l'horizon apparent, du vertical de ce point ou de cet astre.

Sur les anciennes roses ces angles se comptent de 0° à 90°, à partir du point cardinal N ou S le plus voisin du vertical du point ou de l'astre observé; sur les roses graduées de 0° à 360° ils se comptent de 0° à 360° dans le sens des aiguilles d'une montre, à partir du Nord vrai, du Nord magnétique ou du Nord du compas.

Les relèvements, qui se représentent respectivement par Z_v, Z_m, et Z_c, comme les azimuts correspondants, sont regardés comme positifs s'ils sont NE ou SO et comme négatifs s'ils sont NO ou SE : les règles de signes relatives aux relèvements sont donc les mêmes que celles données précédemment et, par suite, les formules concernant les azimuts s'appliquent aussi aux relèvements. Que les relèvements soient comptés de 0° à 90°, à partir du N ou du S, ou de 0° à 360° à partir du Nord, il est toujours facile de passer de ces relèvements aux azimuts correspondants ou inversement.

169. *Correction des relèvements.* — Les relèvements se corrigent absolument comme les routes, en négligeant toutefois la dérive qui ne peut évidemment pas les influencer. Par conséquent :

$$Z_v = Z_c + W,$$
$$Z_v = Z_m + D,$$
$$Z_m = Z_c + \delta.$$

III. — DÉTERMINATION DE LA VARIATION DU COMPAS.

---

170. Il résulte de ce que nous avons vu, dans les paragraphes précédents, que, pour pouvoir déduire des indications fournies par le compas la direction suivie par le navire sur le Globe, il est nécessaire de connaître la variation.

Il est donc indispensable d'étudier tous les moyens dont peut disposer le Navigateur pour obtenir cet élément essentiel.

Or, nous avons trouvé que :

$$W = Z_v - Z_c$$

et

$$W = D + \delta.$$

Ces relations nous montrent que l'on peut obtenir la variation du compas par deux méthodes différentes :

1° En déterminant l'azimut vrai d'un astre ou d'un point que l'on a relevé au compas et dont on connaît, par suite, l'azimut au compas ;

2° En déterminant la déviation correspondant à un cap déterminé du navire, la déclinaison étant connue à l'aide des cartes isogoniques.

Voyons donc comment s'obtiennent ces deux éléments.

Détermination de l'azimut vrai d'un astre ou d'un objet terrestre.

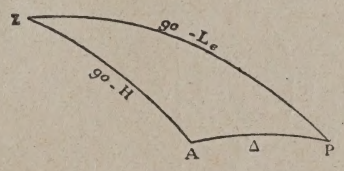
171. Le procédé le meilleur que l'on puisse utiliser pour obtenir la variation du compas est celui qui découle de l'emploi de la relation

$$W = Z_v - Z_c$$

et qui consiste à déterminer simultanément l'azimut vrai et l'azimut au compas d'un même astre ou d'un même objet. L'azimut au compas Z_c s'obtient directement à l'aide du compas de relèvement; quant à l'azimut vrai Z_v, on l'obtient toujours très simplement par l'un quelconque des procédés que nous allons exposer.

172. *Azimut vrai d'un astre par la hauteur et la latitude.* — Étant dans un lieu dont les coordonnées géographiques sont L_e et G_e, prenons la hauteur d'un astre quelconque A, et soit Tvg l'heure marquée par la montre d'habitacle au moment de cette observation : au moyen de l'heure $Tvp = Tvg + G_e$ s'il s'agit du Soleil, ou $Tmp = Tvp + E_v$ s'il s'agit d'un autre astre, on pourra calculer la déclinaison et, par suite, la distance polaire Δ de l'astre observé. Le

Fig. 51.



triangle PZA (*fig.* 51) est donc déterminé, puisque l'on connaît ses trois côtés :

$$PZ = 90^\circ - L_e, \qquad PA = \Delta, \qquad ZA = 90^\circ - H_v.$$

On a donc :

$$\cos PA = \cos PZ \cos ZA + \sin PZ \sin ZA \cos Z_v,$$

c'est-à-dire :

$$\cos \Delta = \sin L_e \sin H_v + \cos L_e \cos H_v \cos Z_v,$$

et, par suite,

$$\cos Z_v = \frac{\cos \Delta - \sin L_e \sin H_v}{\cos L_e \cos H_v}.$$

Formant le binome $1 + \cos Z_v$, on trouve aisément, en posant $H_v + L_e + \Delta = 2S$:

$$\cos \frac{Z_v}{2} = \sqrt{\frac{\cos S \cos (S - \Delta)}{\cos L_e \cos H_v}}.$$

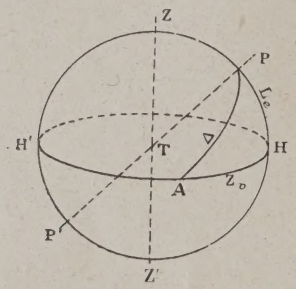
Il est inutile de mettre le double signe devant ce radical, car Z_v

étant toujours moindre que 180°, $\frac{Z_v}{2}$ est plus petit que 90° et, par suite, cos $\frac{Z_v}{2}$ toujours positif.

173. *Remarque.* — La distance polaire a été calculée à l'aide de l'heure donnée par la montre d'habitacle qui n'est qu'une heure approchée; mais comme l'azimut n'a besoin d'être connu qu'au degré près, cette manière de calculer Δ est très suffisante dans la pratique.

174. *Azimut d'un astre au moment de son lever ou de son coucher vrai.* — L'azimut vrai d'un astre se détermine très simplement au moment où cet astre est à son lever ou à son coucher vrai. Soient,

Fig. 52.



en effet (*fig.* 52), Z le zénith, P le pôle élevé, HH' l'horizon vrai, et A un astre à son lever vrai par exemple.

Le triangle PHA, rectangle en H, a pour côtés :

$$PA = \Delta, \qquad PH = L_e, \qquad HA = Z_v.$$

Or, Δ ayant été calculé pour l'instant du lever vrai, comme nous l'avons déjà expliqué (84), le triangle PHA est déterminé et donne :

$$\cos PA = \cos PH \cos HA,$$

c'est-à-dire :

$$\cos \Delta = \cos L_e \cos Z_v.$$

On en déduit :

$$(1) \qquad \cos Z_v = \frac{\cos \Delta}{\cos L_e},$$

formule qui donne Z_v très simplement, soit par logarithmes, soit à l'aide d'une table de lignes naturelles (Friocourt, T. VII).

Comme cos L_e est toujours positif, on voit que cos Z_v a toujours le signe de cos Δ, ou encore que l'azimut Z_v est de même espèce que Δ.

Si donc Δ est plus grand que 90°, ce qui a lieu lorsque L et D sont de noms différents, l'azimut Z_v est plus grand que 90°.

Au contraire, si Δ est moindre que 90°, ce qui a lieu lorsque L et D sont de même nom, l'azimut Z_v est plus petit que 90°.

Cet azimut se comptera vers l'Est dans le cas du lever, vers l'Ouest dans le cas du coucher.

175. *Remarque.* — Au lieu de calculer directement Z_v par logarithmes ou par une table de lignes naturelles, on le calcule habituellement à l'aide de la Table XXIV de Friocourt qui donne, en même temps que l'angle au pôle au moment du lever ou du coucher vrai, l'amplitude correspondante de l'astre.

Cette Table a été construite de la manière suivante : on sait qu'un astre se lève ou se couche dans la partie Nord ou Sud de l'horizon, suivant que sa déclinaison est Nord ou Sud.

Il résulte de là que si L et D sont de même nom, on a, en désignant l'amplitude par A_m :

$$Z_v = 90^\circ - A_m,$$

tandis que, si L et D sont de noms contraires, on a :

$$Z_v = 90^\circ + A_m$$

Dans le premier cas, la formule (1) devient :

$$\cos(90^\circ - A_m) = \frac{\cos(90^\circ - D)}{\cos L_e},$$

c'est-à-dire :

$$\sin A_m = \frac{\sin D}{\cos L_e}. \qquad (2)$$

Dans le cas où L et D sont de noms contraires, on a de même :

$$\cos(90^\circ + A_m) = \frac{\cos(90^\circ + D)}{\cos L_e},$$

c'est-à-dire :

$$\sin A_m = \frac{\sin D}{\cos L_e}.$$

On voit donc que, dans tous les cas, l'amplitude est donnée par la formule (2). On obtiendra donc A_m en entrant dans la Table XXIV avec L et D comme arguments, ces deux éléments étant calculés pour l'heure du lever ou du coucher vrai, fournie par la même Table.

Si l'on a observé l'astre à son lever vrai, A_m se comptera à partir de l'E et recevra le nom de la déclinaison ; s'il s'agit du coucher vrai,

A_m se comptera à partir de l'O et recevra encore le nom de la déclinaison.

176. *Azimut du Soleil au moment de son lever ou de son coucher apparent.* — Supposons que l'on veuille obtenir l'azimut vrai du Soleil au moment du lever ou du coucher apparent de son bord supérieur.

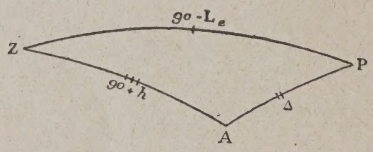
Nous savons qu'au moment du lever ou du coucher apparent du bord *supérieur*, on a, puisque $H_0 \overline{\odot}$ est nulle :

$$H_v \ominus = -\text{dép.} - R + \varpi - d = -h,$$

et nous avons appris à calculer l'heure de ce phénomène au moyen des Tables XXIV et XXVII de Friocourt.

On peut donc calculer, pour cet instant, Δ et L_e. Le triangle de

Fig. 53.



position PZA (*fig.* 53) est alors déterminé, puisque l'on connaît ses trois côtés, et donne :

$$\cos\Delta = \cos(90^\circ - L_e)\cos(90^\circ + h) + \sin(90^\circ - L_e)\sin(90^\circ + h)\cos Z_v,$$

c'est-à-dire :

$$\cos\Delta = -\sin L_e \sin h + \cos L_e \cos h \cos Z_v,$$

et, par suite,

$$\cos Z_v = \frac{\cos\Delta + \sin L_e \sin h}{\cos L_e \cos h}.$$

Formant $1 + \cos Z_v$, on obtient facilement, en posant $h + L_e + \Delta = 2S$

$$\cos\frac{Z_v}{2} = \sqrt{\frac{\cos(S-h)\cos(S-L_e)}{\cos L_e \cos h}}.$$

Il est inutile de mettre le double signe devant le radical, car $\frac{Z_v}{2}$ est toujours moindre que 90° et, par suite, $\cos\frac{Z_v}{2}$ toujours positif. Il faut remarquer aussi qu'en appliquant cette formule il n'y a pas à s'occuper du signe de h, puisque nous en avons tenu compte dans l'établissement de la formule.

Enfin, comme Z_v n'a besoin d'être connu qu'au degré près, il suffit de prendre les logarithmes à vue et avec quatre décimales seulement.

177. *Remarque.* — On obtiendrait exactement de la même manière l'azimut vrai d'une étoile ou d'une planète au moment de son lever ou de son coucher apparent, en calculant, au préalable, la hauteur vraie par la relation :

$$H_v \star = -\text{dép.} - R = -h.$$

178. *Azimut vrai d'un astre par l'heure du lieu et la latitude.* — Supposons que, nous trouvant dans un lieu dont les coordonnées géographiques sont L_e et G_e, nous voulions calculer l'azimut vrai Z_v d'un astre à une heure Tvg fournie par la montre d'habitacle, supposée réglée avec soin. Connaissant Tvg, la relation :

$$\text{Tvg} + \text{Æ}_v = \text{Tag} + \text{Æ}_a$$

donnera :

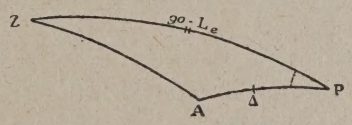
$$\text{Tag} = \text{Tvg} + \text{Æ}_v - \text{Æ}_a,$$

Æ_v étant calculée pour l'heure $\text{Tvp} = \text{Tvg} + G_e$ et Æ_a pour l'heure $\text{Tmp} = \text{Tvp} + E_v$. Tag étant alors connue, on en déduira :

$$P = \text{Tag}, \quad \text{si Tag est} < 12^h,$$
$$P = 24^h - \text{Tag}, \quad \text{si Tag est} > 12^h.$$

L'heure Tmp (ou Tvp s'il s'agit du Soleil) permet d'ailleurs de calculer également la distance polaire Δ de l'astre observé, de sorte que, dans le triangle de position PZA (*fig.* 54), on connaît :

Fig. 54.



$$PZ = 90^\circ - L_e, \quad P, \quad PA = \Delta.$$

Ce triangle est donc déterminé et pour avoir l'angle $Z = Z_v$ nous écrirons :

$$\cos P \cos(90^\circ - L_e) = \cot\Delta \sin(90^\circ - L_e) - \cot Z_v \sin P,$$

c'est-à-dire :

$$\cos P \sin L_e = \cot\Delta \cos L_e - \cot Z_v \sin P,$$

et, par suite,

$$\cot Z_v \sin P = \cos P \left(\frac{\cos L_e}{\operatorname{tang} \Delta \cos P} - \sin L_e \right).$$

Posant alors :

$$\operatorname{tang} \varphi = \operatorname{tang} \Delta \cos P, \tag{1}$$

il vient, toutes réductions faites :

$$\cot Z_v = \frac{\cos(L_e + \varphi)}{\operatorname{tang} P \sin \varphi}$$

et, par suite,

$$\operatorname{tang} Z_v = \frac{\sin \varphi \operatorname{tang} P}{\cos(L_e + \varphi)}. \tag{2}$$

La relation (1) donnant toujours pour φ une valeur comprise entre 0° et 180°, sin φ est toujours positif. Il en résulte que tang Z_v sera positive ou négative, selon que tang P et cos $(L_e + \varphi)$ seront de même signe ou de signes différents.

Si donc P et $L_e + \varphi$ sont de même espèce, tang Z_v étant positive, on prendra pour Z_v l'angle aigu fourni par les Tables.

Si P et $L_e + \varphi$ sont d'espèces différentes, tang Z_v étant négative, l'azimut sera la valeur plus grande que 90° fournie par les Tables. La valeur de Z_v étant ainsi déterminée, on la comptera à partir du pôle élevé, vers l'Est ou vers l'Ouest, selon que Tag est plus grand ou plus petit que 12^h.

179. *Azimut vrai de la polaire.* — L'azimut vrai de la polaire se calcule très simplement lorsque l'on connaît l'heure du lieu et la latitude. On a d'abord, comme dans la question précédente :

$$\text{Tag} = \text{Tvg} + \text{Æ}_v - \text{Æ}_a,$$

Æ_v étant calculée à l'aide du Tvp déduit de la relation Tvp=Tvg+G_e. Tag étant connu, on a ensuite :

$$P = \text{Tag}, \quad \text{si Tag est} < 12^h,$$
$$P = 24^h - \text{Tag}, \quad \text{si Tag est} > 12^h.$$

Enfin, la distance polaire Δ étant donnée par la *Connaissance des Temps*, les relations :

$$\operatorname{tang} \varphi = \operatorname{tang} \Delta \cos P, \tag{1}$$

et

$$\operatorname{tang} Z_v = \frac{\sin \varphi \operatorname{tang} P}{\cos(L_e + \varphi)}, \tag{2}$$

trouvées au paragraphe précédent, permettront de calculer Z_v.

Or, Δ et par suite φ étant très petits, on peut, sans erreur sensible, poser :

$$\sin\varphi = \varphi \sin 1'', \qquad \cos\varphi = 1,$$
$$\sin\Delta = \Delta \sin 1'', \qquad \cos\Delta = 1,$$

de sorte que la relation (1) devient :

$$\frac{\varphi \sin 1''}{1} = \frac{\Delta \sin 1''}{1} \cos P,$$

c'est-à-dire :

$$\varphi = \Delta \cos P.$$

De plus, comme Δ est très petite (1° 06′) environ, la polaire ne s'écarte jamais beaucoup du méridien : son azimut Z_v est donc toujours très petit, de sorte que l'on peut aussi poser :

$$\operatorname{tang} Z_v = Z_v \sin 1'', \qquad \cos Z_v = 1,$$

de sorte que l'on a :

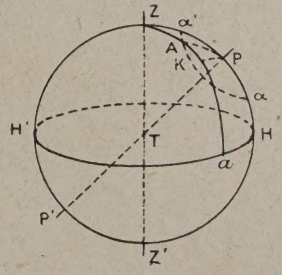
$$Z_v = \frac{\varphi \operatorname{tang} P}{\cos L_e - \varphi \sin 1'' \sin L_e} = \frac{\Delta \sin P}{\cos L_e - \varphi \sin 1'' \sin L_e}.$$

D'ailleurs, comme le terme $\varphi \sin 1'' \sin L_e$ est très petit, on peut le supprimer sans altérer Z_v d'une manière appréciable et écrire, plus simplement,

$$Z_v = \frac{\Delta \sin P}{\cos L_e}.$$

On pourrait aussi démontrer cette formule de la manière suivante : considérons la sphère céleste et soit $\alpha\alpha'$ (*fig.* 55) le parallèle diurne

Fig. 55.



décrit par la polaire autour du pôle P. A étant la position de cette étoile au moment où l'on veut obtenir son azimut Z_v, traçons le vertical ZA*a*, le méridien PA et l'arc d'almicantarat PK. On voit, sur la

figure, que :

$$Z_v = Ha,$$

et, comme les arcs Ha et PK sont semblables, on peut écrire que :

$$Z_v = \frac{PK}{\cos PH} = \frac{PK}{\cos L_e}.$$

Mais, comme le triangle rectangle KPA est très petit, on peut le considérer comme plan, de sorte que l'on a :

$$PK = AP \cos KPA = \Delta \cos(6^h - P),$$

et, par suite,

$$Z_v = \frac{\Delta \sin P}{\cos L_e}.$$

On verrait aisément que cette formule est vraie quelle que soit la position de la polaire sur sa trajectoire diurne $\alpha\alpha'$.

180. *Remarque I.* — L'azimut de la polaire s'obtient très rapidement à l'aide des Tables de la *Connaissance des Temps* relatives à cet astre. La Table I donne, en effet, la valeur de $AR_m - AR_a$ en fonction de $Tmg = Tvg + E_v$, de sorte que l'on a :

$$Tag = Tmg + \text{Table I} = S.$$

Pour avoir Z_v, on entre ensuite dans la Table d'azimuts de la polaire avec Tag ou S comme argument horizontal, et $L_e = \varphi$ comme argument vertical.

On donne à l'azimut trouvé dans la Table le nom NO ou NE selon que la polaire se trouve dans l'Ouest ou dans l'Est, ce qui se reconnaît à Tag ou S qui est plus petit que 12 heures dans le premier cas et plus grand que 12 heures dans le second.

181. *Remarque II.* — Il est facile de trouver la valeur maximum de l'azimut de la polaire en un lieu donné. Le triangle PZA (*fig.* 55) donne en effet :

$$\frac{\sin Z_v}{\sin \Delta} = \frac{\sin A}{\cos L_e},$$

de sorte que l'on a :

$$\sin Z_v = \frac{\sin A \sin \Delta}{\cos L_e}.$$

cette relation nous montre que, pour un lieu de latitude donnée, Z_v est maximum lorsque A est égal à 90°, c'est-à-dire lorsque le ver-

tical de l'astre est tangent au parallèle diurne $\alpha\alpha'$. On a donc, pour donner le maximum de Z_v, la relation :

$$\sin Z_v = \frac{\sin \Delta}{\cos L_e}.$$

Si l'on se suppose par 65°, ce qui est la latitude maximum par laquelle on navigue habituellement, la formule précédente donne le plus grand azimut qu'il soit possible d'observer : on trouve ainsi que, pour 1924, le maximum observable de Z_v est de $2' 36''$.

182. *Azimut d'un astre quelconque à l'aide des Tables de Perrin.* — Nous avons vu (178) que lorsque l'on connaissait Tvg et L_e, on connaissait également les éléments

$$PZ = 90^\circ - L_e, \qquad P, \qquad PA = \Delta$$

du triangle PZA (*fig.* 54) et que l'on avait, pour calculer Z_v, la relation :

$$\cos P \sin L_e = \cot \Delta \cos L_e - \cot Z_v \sin P.$$

Cette relation peut s'écrire :

$$\cot Z_v \sin P = \cot \Delta \cos L_e - \cos P \sin L_e,$$

ou encore, en divisant les deux membres par sin P cos L_e,

$$\frac{\cot Z_v}{\cos L_e} = \frac{\cot \Delta}{\sin P} - \frac{\operatorname{tang} L_e}{\operatorname{tang} P}.$$

Si l'on pose alors :

$$p_1 = \frac{\cot \Delta}{\sin P} \qquad \text{et} \qquad p_2 = - \frac{\operatorname{tang} L_e}{\operatorname{tang} P},$$

il en résulte que :

$$\frac{\cot Z_v}{\cos L_e} = p_1 + p_2,$$

c'est-à-dire, en désignant $p_1 + p_2$ par p' :

$$\cot Z_v = p' \cos L_e.$$

La Table I de Perrin donne, toute calculée, la valeur de p_1 : on y entre avec P comme argument horizontal et D comme argument vertical. Comme P est toujours moindre que 12 heures, sin P est toujours positif, de sorte que p_1 a le signe de cot Δ.

Si donc Δ est aiguë, c'est-à-dire si L_e et D sont de même nom, p_1 est positif; si, au contraire, l'élément Δ est obtus, c'est-à-dire si L_e et D sont de noms contraires, p_1 est négatif.

La Table II donne également, toute calculée, la valeur de p_2; on y entre avec P comme argument horizontal et L_e comme argument vertical : tang L_e étant positive, on voit que p_2 a toujours un signe contraire à celui de tang P.

Si donc P est plus petit que 6 heures, p_2 est négatif; il est positif, au contraire, si P est plus grand que 6 heures.

La Table III donne enfin, lorsqu'on y entre avec $p' = p_1 + p_2$ comme argument vertical et L_e comme argument horizontal, la valeur du relèvement aigu, déduite de la relation $\cot Z_v = p' \cos L_e$, et, comme cos L_e est positif, on voit que cot Z_v a le signe de p'.

Si donc p' est positif, cot Z_v étant positive, Z_v est moindre que 90°: l'azimut et le relèvement aigu ont alors même valeur et sont rapportés tous deux au pôle élevé.

Si p' est négatif, cot Z_v étant négative, l'azimut est plus grand que 90° et, comme la Table III donne toujours le relèvement aigu, c'est-à-dire compté de 0° à 90° à partir du N ou du S, il en résulte qu'il faut, dans ce cas, donner à l'angle fourni par cette Table le nom du pôle abaissé.

Les règles de signes que nous venons de trouver sont beaucoup plus simples et pratiques que celles indiquées dans la nouvelle édition de ces Tables : nous conseillons donc de les employer de préférence.

183. *Remarque.* — La valeur de $p' = p_1 + p_2$, prise avec le signe résultant des règles précédentes, n'est autre chose que le *coefficient Pagel*, c'est-à-dire la variation de l'angle au pôle pour une augmentation de 1′ en latitude. Nous avons vu, en effet, en Astronomie, que le coefficient Pagel a pour expression :

$$p' = \frac{\cot Z}{\cos L}.$$

184. *Autres Tables d'azimut.* — Il existe un grand nombre de Tables donnant, comme celles de Perrin, les azimuts en fonction de l'heure et de la latitude. Nous citerons en particulier celles de MM. Souillagouët, Bertin, de Catalano, Labrosse et Decante qui sont fréquemment employées.

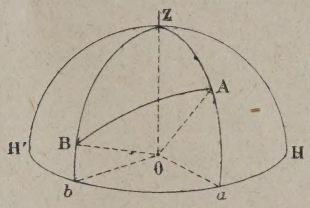
On trouvera en tête de chacune de ces Tables toutes les indications nécessaires pour en apprendre la manipulation : nous prions donc le Lecteur de vouloir bien s'y reporter.

Enfin, on trouvera à la fin de ce Volume (Note I), l'explication de mes *Tables graphiques d'azimut* qui font connaître simultanément,

sans calculs et sans interpolation, l'azimut vrai d'un astre quelconque et la hauteur correspondante, ce qui, dans les calculs de point, constitue une vérification importante et très précieuse des calculs déjà effectués.

185. *Azimut vrai d'un objet terrestre.* — Soient O (*fig.* 56) le centre de la *sphère céleste locale;* A et B les projections d'un astre et de

Fig. 56.



l'objet sur cette sphère; HH' l'horizon apparent du lieu O. Traçons les verticaux ZAa et ZBb ainsi que l'arc de grand cercle BA et mesurons simultanément, à l'aide du sextant, les hauteurs apparentes $a\,\mathrm{A} = \mathrm{H}_a$ et $b\,\mathrm{B} = h_a$ de l'astre et de l'objet, ainsi que leur distance apparente $\mathrm{BA} = \mathrm{DS}_a$.

Le triangle ZBA étant alors déterminé, si nous désignons par Z' l'angle AZB, on peut écrire que :

$$\cos \mathrm{AB} = \cos \mathrm{AZ} \cos \mathrm{BZ} + \sin \mathrm{AZ} \sin \mathrm{BZ} \cos \mathrm{Z}',$$

c'est-à-dire :

$$\cos \mathrm{DS}_a = \sin \mathrm{H}_a \sin h_a + \cos \mathrm{H}_a \cos h_a \cos \mathrm{Z}',$$

d'où l'on déduit :

$$\cos \mathrm{Z}' = \frac{\cos \mathrm{DS}_a - \sin \mathrm{H}_a \sin h_a}{\cos \mathrm{H}_a \cos h_a}.$$

Formant ensuite l'expression $1 + \cos \mathrm{Z}'$ on obtient, en posant $\mathrm{H}_a + h_a + \mathrm{DS}_a = 2\,\mathrm{S}$,

$$\cos \frac{\mathrm{Z}'}{2} = \sqrt{\frac{\cos \mathrm{S} \cos (\mathrm{S} - \mathrm{DS}_a)}{\cos \mathrm{H}_a \cos h_a}}.$$

Nous ne mettons pas le double signe, car, Z' étant moindre que 180°, $\frac{\mathrm{Z}'}{2}$ est aigu et, par suite, $\cos \frac{\mathrm{Z}'}{2}$ toujours positif.

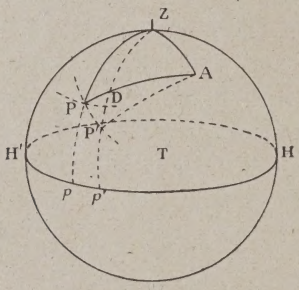
Z' étant calculé à l'aide de la formule précédente, et l'azimut de l'astre à l'aide de celle que nous avons trouvée au n° 176, pour avoir

l'azimut de l'objet, il suffit de noter si, au moment de l'observation, l'objet se trouve à droite ou à gauche du vertical de l'astre lorsqu'on lui fait face : un simple croquis montre alors comment l'azimut de l'astre doit être combiné avec Z′ pour en déduire le relèvement vrai de l'objet.

186. *Circonstances favorables au calcul d'azimut.* — Il résulte des diverses formules que nous venons de trouver que l'azimut Z_v, d'un astre dépend de L_e, de P, de H_v et de Δ. Il est donc utile de voir quelle peut être l'influence d'une erreur commise sur ces divers éléments, afin d'en déduire les circonstances favorables à la détermination de l'azimut.

187. *Erreur sur l'azimut provenant d'une erreur sur la latitude.* — Soient Z (*fig.* 57) le zénith de l'observateur, HH′ l'horizon vrai,

Fig. 57.



A l'astre et P le pôle élevé. Supposons que la latitude soit trop faible de l minutes, par exemple, mais que H_v et Δ soient exacts.

Il est clair que, par suite de cette erreur, la position erronée du pôle se trouvera en P′ sur le cercle décrit de A comme pôle, avec Δ comme rayon sphérique, et à une distance de l'horizon égale à L — l minutes.

L'erreur z commise sur l'azimut est donc l'angle PZP′, ou l'arc pp' qui le mesure, et l'on voit sur la figure que l'on a :

$$z = -pp'.$$

Pour évaluer pp' menons par le point P l'arc d'almicantarat PD. Les arcs pp' et PD étant semblables, on a :

$$pp' = \frac{PD}{\cos L}.$$

Or, le triangle PDP′, étant très petit, peut être considéré comme rectiligne et donne :

$$PD = DP' \cot DPP',$$

c'est-à-dire, puisque $DP' = -l$ et $DPP' = P$:

$$PD = -l \cot P.$$

On a donc :

$$pp' = \frac{-l \cot P}{\cos L},$$

et, par suite,

$$z = \frac{l \cot P}{\cos L},$$

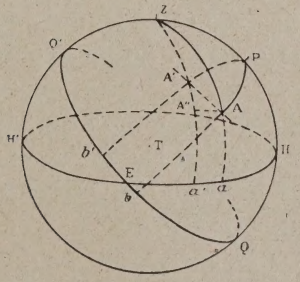
ce qui nous montre qu'en un lieu de latitude donnée, l'erreur sur l'azimut provenant d'une erreur l sur la latitude est minimum, lorsque P est le plus voisin possible de 6^h.

Si l'on observait l'astre au moment précis où P est égal à 6^h, la relation montre que l'on aurait $z = 0$: l'erreur sur la latitude n'aurait donc aucune influence sur le calcul de Z_0.

On voit donc que, si l'on craint d'avoir une erreur assez forte en latitude, on doit éviter d'observer l'azimut d'un astre qui se trouve dans le voisinage du méridien.

188. *Erreur sur l'azimut provenant d'une erreur sur l'angle au pôle.* — Soient P (*fig.* 58) le pôle élevé, Z le zénith et A la position exacte de l'astre sur la sphère céleste.

Fig. 58.



Supposons que la distance polaire Δ soit exacte, mais que l'angle au pôle soit erroné de p minutes en moins par exemple.

Si nous menons le méridien Pb' formant avec Pb un angle bPb' égal à $-p$, il est clair que la position erronée de l'astre se trouvera au point A′ où le méridien Pb' est coupé par le parallèle diurne AA′

de l'astre A, et l'on voit sur la figure que l'erreur z sur l'azimut est :

$$z = + aa',$$

puisque l'azimut a augmenté. Traçons l'arc d'almicantarat AA″ : les arcs aa' et AA″ étant semblables, on a :

$$aa' = \frac{AA''}{\cos H_v}.$$

Or, le triangle AA′ A″, qui est très petit, peut être considéré comme plan et donne :

$$AA'' = AA' \cos A' AA'' = AA' \cos A,$$

de sorte que :

$$aa' = \frac{AA' \cos A}{\cos H_v}.$$

Enfin, les arcs bb' et AA′ étant semblables, on peut écrire que :

$$AA' = bb' \cos D,$$

c'est-à-dire, puisque $bb' = -p$:

$$AA' = -p \cos D.$$

Il en résulte que l'on a :

$$z = aa' = \frac{-p \cos D \cos A}{\cos H_v}.$$

On voit donc que, pour un astre dont la déclinaison est D, l'erreur z est d'autant plus petite que A est plus voisin de 90° et que H_v est plus faible.

Comme on sait que A et Z sont en même temps aussi voisins que possible de 90°, on voit que, si l'on craint une erreur sur l'angle au pôle, on doit observer le plus près possible du premier vertical et éviter les hauteurs trop fortes.

189. *Erreur sur l'azimut provenant d'une erreur sur la hauteur.* — Soient P (*fig.* 59) le pôle élevé, Z le zénith, A la position exacte de l'astre.

Si nous supposons que la hauteur soit trop faible de h minutes, comme la distance polaire reste invariable, il est clair que la position erronée de l'astre sera en A′, point d'intersection du parallèle diurne de cet astre et de l'almicantarat distant de l'horizon de $H_v - h$.

L'erreur z sur l'azimut, provenant de l'erreur $-h$ sur la hauteur,

est donc :

$$z = -aa'.$$

Menons l'arc d'almicantarat AD; cet arc étant semblable à aa', on a :

$$aa' = \frac{AD}{\cos H_v}.$$

Or, comme le triangle ADA′ peut être considéré comme plan, on peut écrire que :

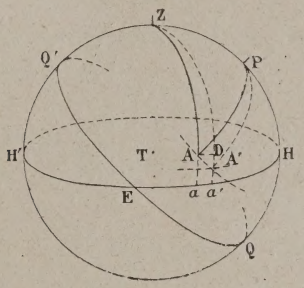
$$AD = DA' \cot DAA' = -h \cot A,$$

et, par suite,

$$z = -aa' = \frac{h \cot A}{\cos H_v},$$

ce qui nous montre que l'erreur z est d'autant plus faible que A, et par suite Z, sont plus voisins de 90° et que H_v est plus faible.

Fig. 59.



Si donc on craint une erreur sur la hauteur, on doit observer le plus près possible du premier vertical, tout en évitant les hauteurs trop fortes.

190. *Erreur sur l'azimut provenant d'une erreur sur la distance polaire.* — Soient P (*fig.* 60) le pôle élevé, Z le zénith et A la position exacte de l'astre.

Si nous supposons la distance polaire trop faible de δ minutes, mais la hauteur exacte, il est clair que la position erronée de l'astre sera au point de rencontre de l'almicantarat passant par le point A et du parallèle céleste, décrit de P comme pôle avec $\Delta - \delta$ comme rayon sphérique.

L'erreur z commise sur l'azimut est donc :

$$z = -aa',$$

dans le cas de la figure. Or, les arcs aa' et AA′ étant semblables, on a :

$$aa' = \frac{AA'}{\cos H_v}.$$

D'ailleurs, comme le triangle AIA′ peut être considéré comme plan, on a également :

$$AI = -\delta = AA' \sin IA'A = AA' \sin A,$$

et, par suite,

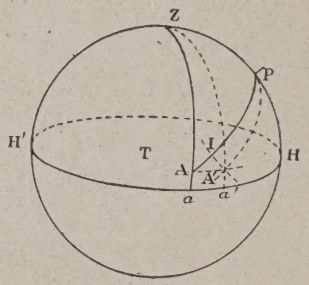
$$AA' = \frac{-\delta}{\sin A}.$$

On a donc :

$$z = \frac{\delta}{\sin A \cos H_v},$$

ce qui nous montre que z est d'autant plus faible que A et, par suite, Z sont plus voisins de 90° et que H_v est plus petite.

Fig. 60.



Si donc on craint une erreur sur la distance polaire, on doit observer le plus près possible du premier vertical, tout en évitant les hauteurs trop fortes.

191. *Remarque.* — En résumé, de tout ce que nous venons de voir, il résulte que, si l'on veut obtenir la variation du compas dans de bonnes conditions, à l'aide d'observations d'astres, il faut :

1° Éviter d'observer un astre dont la hauteur est grande; c'est d'ailleurs la condition pour que l'on puisse prendre un bon relèvement au compas, car les alidades des compas de relèvement ne permettent pas d'observer avec précision un astre dont la hauteur excède 30° ou 35°;

2° Observer un astre lorsqu'il est le plus près possible du premier vertical. C'est, en général, ce qui a lieu lorsqu'on observe un astre au moment de son lever ou de son coucher.

Régulation du compas.

192: La *Régulation du compas* est l'ensemble des opérations nécessaires pour déterminer ses déviations à tous les caps et en dresser le tableau ou en tracer la courbe représentative. La régulation d'un compas est une opération extrêmement importante car, si l'on connaissait les déviations du compas pour chaque cap du navire, comme la déclinaison en un lieu quelconque est donnée par les cartes isogoniques, la variation se déduirait très simplement, comme nous l'avons vu, de la relation :

$$W = D + \delta.$$

Voyons donc comment on peut s'y prendre pour opérer la régulation d'un compas.

193. *Dresser un tableau de déviations au mouillage.* — Lorsque le navire est au mouillage, on peut dresser très simplement un tableau de déviations en procédant de la manière suivante : la chaîne étant raidie le plus possible, afin de réduire au minimum le champ d'évitage du navire, on commence par déterminer avec soin l'azimut vrai Z_v d'un objet terrestre très éloigné, mais facile à observer (185), puis on en déduit son azimut magnétique Z_m à l'aide de la relation :

$$Z_m = Z_v - D,$$

D étant donnée par la carte.

Ceci fait, on donne au navire des caps au compas assez rapprochés C'_c, C''_c, C'''_c, ..., soit en profitant des évitages du navire, soit en le faisant évoluer au moyen d'amarres, en ayant soin, à chacun de ces caps, de prendre les relèvements au compas Z'_c, Z''_c, Z'''_c, ... de l'objet terrestre.

On en déduit alors les déviations qui correspondent à chacun des caps au compas pris par le navire à l'aide des relations :

$$\delta' = Z_m - Z'_c, \qquad \delta'' = Z_m - Z''_c, \qquad \ldots,$$

et, par suite, les caps magnétiques correspondants :

$$C'_m = C'_c + \delta', \qquad C''_m = C''_c + \delta'', \qquad \ldots.$$

On inscrit ensuite les résultats sur une feuille de papier que l'on

colle sur une planchette, en ayant soin d'écrire, en regard de chaque déviation, le cap au compas et le cap magnétique correspondants.

Il est clair que, si les caps au compas qui ont servi à dresser le tableau ont été choisis assez rapprochés les uns des autres, on pourra, par interpolation, en déduire les déviations pour un cap au compas ou un cap magnétique quelconque : en général, il suffit de déterminer les déviations pour 16 caps à peu près équidistants.

194. *Remarque.* — Bien que le cas soit très rare, il peut arriver qu'il n'existe pas de point éloigné et facile à observer du mouillage.

Dans ce cas, voici comment on doit s'y prendre pour dresser le Tableau des déviations : on transporte à terre, en un endroit bien visible et éloigné de toute cause magnétique perturbatrice, un bon compas de relèvements qui donnera, par suite, des relèvements magnétiques.

Ceci fait, on raidit la chaîne et l'on fait évoluer le navire en l'arrêtant successivement aux caps C'_c C''_c, C'''_c, ... du compas étalon.

Le navire étant arrêté depuis 5 ou 6 minutes au cap C'_c, par exemple, à un signal convenu, les observateurs placés auprès de chaque compas se relèvent l'un l'autre : Z'_c et Z_m étant les relèvements simultanés obtenus à bord et à terre, comme il est évident que le relèvement magnétique Z'_m du compas placé à terre serait, à bord, égal à Z_m en valeur absolue, on voit que l'on connaît actuellement les relèvements simultanés Z'_m et Z'_c d'un même objet.

La déviation du compas étalon, correspondant au cap C'_c, est donc :

$$\delta' = Z'_m - Z'_c,$$

de sorte que le cap magnétique correspondant est :

$$C'_m = C'_c + \delta'.$$

On obtiendrait de même les déviations et les caps magnétiques correspondant aux caps C''_c, C'''_c, ..., c'est-à-dire tous les éléments nécessaires pour dresser le Tableau de déviations.

195. *Diagramme de Napier.* — Très souvent, au lieu de se servir du Tableau de déviations, on construit un *diagramme de Napier*, c'est-à-dire une courbe de déviations qui permet d'obtenir, par une simple construction graphique, sans aucun calcul, la déviation et le cap au compas qui correspondent à un cap magnétique donné.

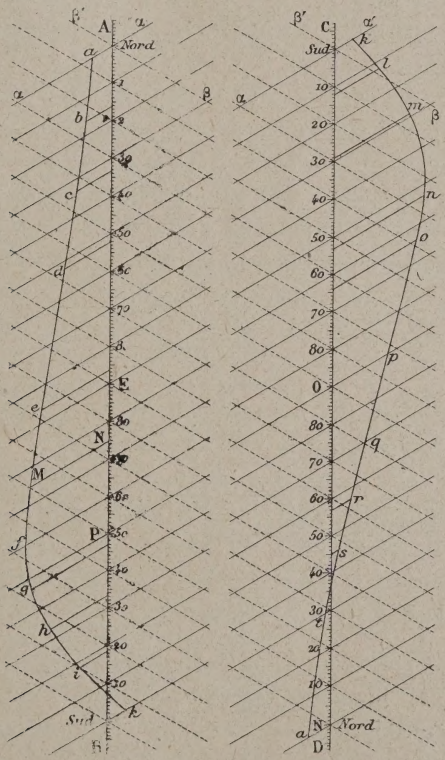
Pour expliquer la construction de ce diagramme supposons, pour

fixer les idées, que l'on ait obtenu le Tableau de déviations suivant :

C_m.	δ.	C_c.	C_m.	δ.	C_c.
N	6° NO	N 6° E	S 12° O	14° NE	S 2° E
N 16° E	8 »	N 24 E	S 29 O	24 »	S 5 O
N 34 E	11 »	N 45 E	S 53 O	28 »	S 25 O
N 52 E	15 »	N 67 E	S 64 O	25 »	S 39 O
N 87 E	21 »	S 72 E	O	17 »	S 73 O
S 60 E	26 »	S 34 E	N 70 O	11 »	N 81 O
S 47 E	24 »	S 23 E	N 57 O	7 »	N 64 O
S 33 E	18 »	S 15 E	N 45 O	2 »	N 47 O
S 18 E	8 »	S 10 E	N 30 O	2 NO	N 28 O
S	6 NE	S 6 E	N	6 »	N 6 E

Traçons sur une feuille de papier deux droites AB et CD (*fig.* 61)

Fig. 61.



divisées chacune en 180 parties égales représentant des degrés et figurant : la première, les caps magnétiques compris entre le Nord,

l'Est et le Sud ; la seconde, les caps magnétiques compris entre le Sud, l'Ouest et le Nord.

Par les points A et C, menons ensuite des droites $\alpha\alpha'$ et $\beta\beta'$ formant des angles de 60° avec les lignes AB et CD, puis, par chacune des divisions indiquant les dizaines de degrés, menons des droites en trait plein parallèles à $\alpha\alpha'$, et des parallèles à $\beta\beta'$ en trait pointillé. Enfin, *convenons de porter les déviations parallèlement à* $\alpha\alpha'$, *vers la droite si elles sont* NE, *vers la gauche si elles sont* NO.

Pour obtenir la représentation graphique des déviations du compas, par chacune des divisions correspondant aux caps magnétiques du tableau précédent, menons des parallèles à $\alpha\alpha'$ et portons sur chacune d'elles autant de divisions de l'échelle verticale qu'il y a de degrés dans la déviation correspondante : nous obtiendrons ainsi une série de points $a, b, c, \ldots, q, r, s, t$ qui, réunis par un trait continu, donneront une courbe représentant d'une manière très nette les valeurs des déviations qui correspondent aux divers caps magnétiques que peut prendre le navire.

Ainsi, par exemple, si l'on veut la déviation qui correspond au cap C_m = S 75° E, il est clair qu'il suffit de mener, par la division qui correspond à ce cap, une parallèle NM à $\alpha\alpha'$ jusqu'à sa rencontre en M avec la courbe : en évaluant MN sur l'échelle verticale, on obtiendra la déviation cherchée. Pour faire cette évaluation, par le point M menons MP parallèle à $\beta\beta'$: le triangle NMP étant équilatéral, puisque ses angles valent tous 60°, il en résulte que :

$$MN = NP,$$

de sorte qu'il suffit de lire le nombre de divisions intercalées entre N et P pour avoir la déviation qui est ici δ = 25° NO.

Il est, de plus, aisé de vérifier que le cap au compas C_c qui correspond au cap magnétique considéré C_m est précisément celui qu'indique le point P sur l'échelle verticale et cela, quel que soit le cap magnétique donné. On a donc, dans l'exemple choisi, C_c = S 50° E.

Il résulte de là que :

1° Si l'on veut passer de C_m à C_c, il suffit de mener, par la division qui indique le cap magnétique, une parallèle à $\alpha\alpha'$ jusqu'à sa rencontre avec la courbe, puis, par le point ainsi obtenu, de tracer une parallèle à $\beta\beta'$ jusqu'à sa rencontre avec l'axe vertical : la graduation qui correspond au point ainsi obtenu indique le cap demandé C_c ;

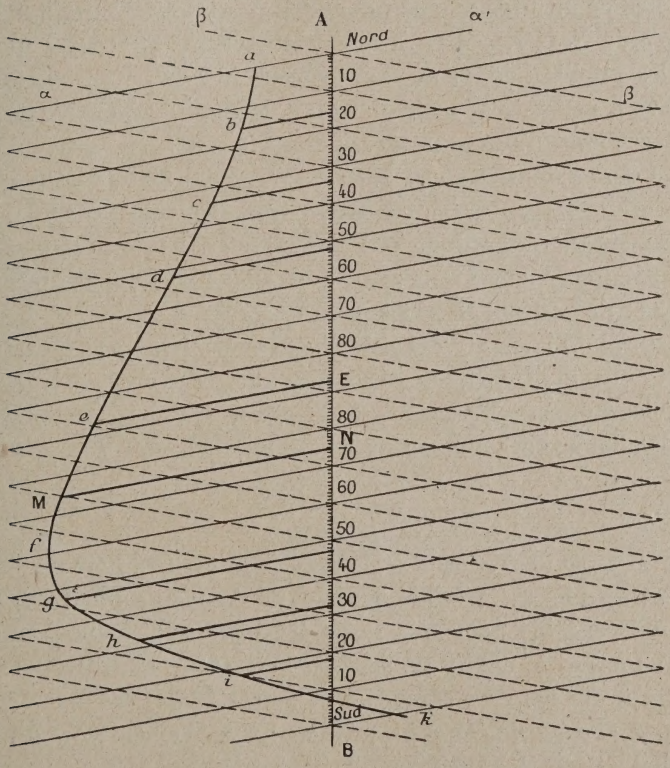
2° Si l'on veut passer de C_c à C_m, on opère de même en partant

de la graduation qui correspond à C_c et en menant la première droite parallèle à $\beta\beta'$, la seconde à $\alpha\alpha'$.

196. *Diagramme de Napier modifié.* — On appelle ainsi un diagramme, analogue à celui qui vient d'être décrit, mais dans lequel l'échelle des déviations a été triplée, afin de permettre une plus grande précision dans l'évaluation de cet élément.

Pour construire le canevas de ce diagramme il suffit, évidemment, de mener par chacune des divisions de l'échelle des caps des droites parallèles à $\alpha\alpha'$ et $\beta\beta'$ (*fig.* 62), c'est-à-dire inclinées de telle sorte que les triangles du canevas, qui ont leurs bases sur cette échelle, soient des triangles isoscèles dont les côtés latéraux aient des longueurs triples de celles des bases.

Fig. 62.



Le diagramme de la figure 62 représente le diagramme de gauche de la figure 61, ainsi modifié.

Il est évident que les règles à suivre pour passer des caps magnétiques aux caps au compas correspondants sont les mêmes quel que soit le diagramme employé.

Ainsi par exemple pour avoir le cap au compas correspondant à $C_m = S\ 75\ E$, nous mènerons encore NM, parallèle à $\alpha\alpha'$, puis MP, parallèle à $\beta\beta'$, et nous aurons, en P, la division qui correspond au cap au compas demandé qui est ici : $C_c = S\ 50^o\ E$.

Quant à la déviation, mesurée par NM, nous l'évaluerons en reportant cette longueur sur l'axe des caps, à partir du point nord, et en divisant par trois le nombre des divisions interceptées sur cet axe. On trouve ainsi $\delta = 25^o\ NO$.

197. *Remarque.* — L'expérience et la théorie montrent que les déviations calculées dans un lieu donné ne conviennent plus à un autre lieu de latitude magnétique différente; il en résulte que le diagramme de Napier, construit avant le départ, ne convient que pendant les premiers jours de la traversée, à moins que le navire ne conserve à peu près la même latitude magnétique pendant tout son voyage.

Il est donc essentiel, en cours de route, de déterminer fréquemment la variation par l'observation des astres, principalement à chaque changement de cap, afin de vérifier si la variation ainsi obtenue concorde avec celle que l'on obtiendrait au moyen du diagramme de Napier et de la déclinaison locale.

Lorsque l'on constate des différences sensibles, il est bon de dresser un nouveau Tableau de déviations afin de pouvoir construire un autre diagramme.

Nous allons voir comment s'effectue la régulation d'un compas en pleine mer.

198. *Dresser un Tableau de déviations en mer.* — Lorsque le Soleil se trouve à une assez faible hauteur au-dessus de l'horizon, condition indispensable pour que son relèvement soit facile à prendre, faisons tourner le navire de 360° en l'arrêtant pendant cinq ou six minutes à des caps au compas à peu près équidistants les uns des autres. A chacun de ces caps, prenons les relèvements Z'_c, Z''_c, Z'''_c, ... du Soleil, et soient Tvg', Tvg'', Tvg''' les heures correspondantes du lieu où se trouve le navire.

A l'aide de tous ces éléments on pourra, au moyen d'une Table

d'azimuts, calculer les relèvements vrais Z'_v, Z''_v, Z'''_v, ... et en déduire les variations correspondantes W', W'', W''', ...

Enfin, connaissant la déclinaison locale de l'aiguille aimantée, on en déduira les déviations :

$$\delta' = W' - D, \qquad \delta'' = W'' - D, \qquad \delta''' = W''' - D, \qquad \ldots$$

et les caps magnétiques correspondants :

$$C'_m = C'_c + \delta', \qquad C''_m = C''_c + \delta'', \qquad C'''_m = C'''_c + \delta''', \quad \ldots,$$

ce qui fournira tous les éléments nécessaires pour tracer un nouveau diagramme.

L'opération est naturellement plus délicate qu'en rade, à cause de la difficulté qu'on éprouve à conserver exactement le même cap pendant cinq ou six minutes : il faudra donc placer à la barre un homme sachant bien gouverner.

Les résultats sont aussi un peu moins précis que ceux que l'on obtiendrait en rade, à cause des mouvements du navire si la mer n'est pas très belle.

Enfin l'opération entraîne une perte de temps assez sensible; il faut au moins deux heures, en effet, pour obtenir un nombre d'observations suffisant pour tracer un bon diagramme.

199. *Remarque.* — L'expérience montre que le sens de la rotation du navire a une influence sensible sur les valeurs des déviations aux divers caps; il y a donc avantage à faire deux évolutions successives en sens inverse. On trace ensuite un diagramme pour chaque évolution et l'on dessine le diagramme définitif en se servant, pour chaque cap, de la déviation moyenne fournie par les tracés préparatoires.

IV. — COMPENSATION DES COMPAS.

200. Nous avons vu, dans les paragraphes précédents, que la déviation du compas variait avec le cap et que cette déviation était due à l'action des fers du navire.

Il peut donc arriver, et l'expérience prouve qu'il en est souvent ainsi, que, suivant le cap, le compas *s'affole* ou *dorme :* dans le premier cas, à une faible embardée correspond un grand déplacement de

l'aiguille du compas; dans le second, au contraire, une embardée importante n'est indiquée que longtemps après qu'elle s'est produite et l'on conçoit que, lorsqu'il en est ainsi, il soit très malaisé de gouverner correctement.

Pour pouvoir gouverner dans de bonnes conditions il est donc indispensable de savoir *compenser* un compas, c'est-à-dire de savoir neutraliser l'action des fers du navire sur la rose afin de rendre les déviations du compas égales à tous les caps et aussi faibles que possible : il est clair, en effet, que si un compas avait une déviation constante à tous les caps, une embardée du navire s'accuserait aussitôt par une variation de cap de même amplitude, de sorte que l'on n'éprouverait plus la moindre gêne, soit pour gouverner, soit pour effectuer des changements de route.

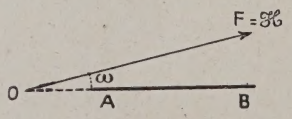
Un compas qui aurait une déviation nulle à tous les caps serait dit *parfaitement compensé :* avec un tel compas non seulement les embardées se signaleraient par une modification de cap de même amplitude, mais, en outre, la variation se réduirait simplement à la déclinaison magnétique locale.

201. *Fers doux. Fers durs.* — On dit qu'un fer est *doux* quand il est chimiquement pur; on dit, au contraire, qu'un fer est *dur* quand il n'est pas chimiquement pur, c'est-à-dire lorsqu'il est combiné avec des substances étrangères, telles que le carbone, le nickel, le chrome, etc.

Nous allons voir qu'au point de vue magnétique, les fers durs et les fers doux présentent des différences caractéristiques, essentielles à connaître si l'on veut pouvoir se rendre compte de l'influence que ces fers exercent sur le compas.

202. *Propriétés magnétiques du fer doux.* — OF = $\mathfrak{H}$ (*fig.* 63) étant la direction de l'intensité magnétique terrestre dans un lieu donné,

Fig. 63.



on constate expérimentalement que si l'on dispose une tige de fer doux AB de telle sorte qu'elle fasse avec OF un angle ω, cette tige s'aimante instantanément, chacune de ses extrémités se chargeant d'une quantité de magnétisme induit proportionnelle à la fois à $\mathfrak{H}$

et à cos ω. En désignant par m la quantité de magnétisme induit de l'extrémité B par exemple, on aura donc :

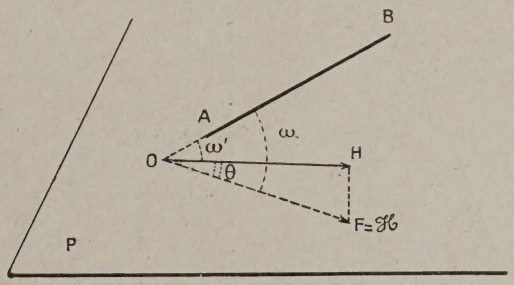
$$m = K\mathcal{H} \cos\omega,$$

K étant un coefficient numérique ou *paramètre* dépendant des dimensions de la tige AB et de sa plus ou moins grande *perméabilité magnétique*, c'est-à-dire de l'aptitude plus ou moins grande à s'aimanter que possède ce fer, suivant son degré de pureté et son état moléculaire. On pose parfois $K = K' S$, S étant la section de la tige considérée, quand il y a lieu de mettre en évidence l'influence de cette section. On constate, en outre, que les extrémités A et B sont des extrémités de noms contraires, l'extrémité la plus voisine du pôle magnétique Nord étant une extrémité Nord.

La formule précédente nous montre que le magnétisme induit de AB varie avec l'orientation de la tige, cette aimantation étant maximum lorsque AB est parallèle à F ($\omega = 0^0$), et nulle quand AB est dans un plan perpendiculaire à F ($\omega = 90^0$).

Lorsque le barreau AB est situé dans un plan horizontal P (*fig.* 64),

Fig. 64.



si OH est la projection de la force F sur ce plan, comme le trièdre OFHB est rectangle en OH, on a :

$$\cos\omega = \cos\theta \cos\omega',$$

θ représentant l'inclinaison magnétique locale et ω' l'angle que la méridienne magnétique OH forme avec le barreau AB.

Les quantités de magnétisme induit dont se chargent les extrémités A et B sont donc :

$$m = K\mathcal{H} \cos\omega = K\mathcal{H} \cos\theta \cos\omega' = KH \cos\omega',$$

puisque l'on sait que $H = \mathcal{H} \cos\theta$.

Cette formule nous montre — et l'expérience le vérifie — que si l'on fait tourner le barreau AB en le laissant reposer sur le plan P, son aimantation sera maximum lorsque AB sera parallèle à OH ($\omega' = 0$), et nulle quand AB sera perpendiculaire sur cette même direction ($\omega' = 90^\circ$).

Enfin, si le barreau AB était vertical (*fig.* 65), comme on voit que, dans ce cas, on a :

$$\omega = 90^\circ - \theta,$$

la formule :

$$m = K\mathcal{H} \cos\omega$$

devient :

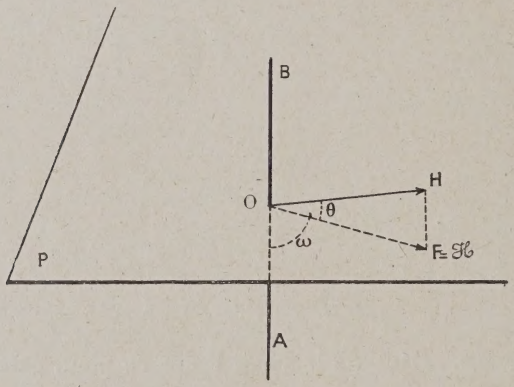
$$m = K\mathcal{H} \sin\theta = KV = KH \operatorname{tang}\theta,$$

puisque l'on sait que :

$$V = \mathcal{H} \sin\theta = H \operatorname{tang}\theta.$$

Il résulte de cette dernière formule qu'à l'équateur magnétique ($\theta = 0^\circ$) une tige verticale de fer doux est complètement désaimantée

Fig. 65.



et l'expérience montre que, dans l'hémisphère magnétique Nord, l'extrémité supérieure du barreau est une extrémité Sud, tandis que, dans l'hémisphère magnétique Sud, l'extrémité supérieure est une extrémité Nord.

De tout ce que nous venons de dire, il résulte, en résumé, que :

1° *Un barreau horizontal de fer doux s'aimante proportionnellement à* H *et au cosinus de l'angle que le barreau forme avec la méridienne magnétique ;*

2° *Un barreau vertical de fer doux s'aimante proportionnellement*

à H *et à* tang θ, *son extrémité supérieure étant une extrémité Sud dans l'hémisphère magnétique Nord et une extrémité Nord dans l'hémisphère magnétique Sud;*

3° *Un barreau de fer doux oblique s'aimante proportionnellement à l'intensité magnétique terrestre* $\mathcal{H}$ *et au cosinus de l'angle qu'il forme avec* $\mathcal{H}$.

203. *Propriétés magnétiques du fer dur.* — Les fers durs placés dans les mêmes conditions que les fers doux, au point de vue de leur orientation, s'aimantent par induction comme ceux-ci et en obéissant aux mêmes lois. Seulement, — et c'est ici que réside la différence essentielle entre ces deux sortes de fers, — tandis que le fer doux s'aimante et se désaimante aussitôt qu'on modifie son orientation, le fer dur, une fois aimanté, conserve indéfiniment son aimantation, à moins, toutefois, qu'on ne le porte à une haute température.

Un fer dur placé dans une position invariable et abandonné pendant longtemps à l'action magnétique de la Terre se transforme peu à peu en un véritable aimant permanent.

On constate, d'ailleurs, que l'aimantation d'une tige de fer dur se produit beaucoup plus rapidement si, pendant qu'elle subit, dans une position déterminée, l'action de la Terre, on la soumet à de violentes actions mécaniques, telles que martelage, rivetage, compression, torsion, etc.

Il résulte de là que, pendant la période de construction d'un navire, les fers durs qui entrent dans sa charpente s'aimantent sous l'action combinée du magnétisme terrestre et des opérations mécaniques résultant de la construction (martelage, rivetage, matage, etc.) : une fois construit, le navire contiendra donc une série d'aimants permanents dont l'ensemble constituera ce que l'on appelle le *magnétisme permanent* du navire.

204. *Intensité de l'action d'un fer magnétique sur l'aiguille aimantée. Loi de Coulomb.* — Nous venons de voir que, lorsqu'un barreau de fer dur ou de fer doux s'aimante, il se forme, à ses deux extrémités, des pôles magnétiques de noms contraires.

Si donc l'on met l'extrémité d'une tige de fer dur ou de fer doux en présence de l'extrémité d'une aiguille aimantée, il y aura attraction ou répulsion selon que les extrémités mises en présence seront des extrémités de noms contraires ou des extrémités de même nom.

Le physicien Coulomb a démontré que si l'on appelle *masse magnétique* d'un pôle d'aiguille ou de barreau le nombre d'unités de magnétisme qu'il contient, l'intensité de l'attraction ou de la répulsion de deux pôles magnétiques est donnée par la loi suivante qui porte son nom :

Deux pôles magnétiques mis en présence l'un de l'autre s'attirent ou se repoussent proportionnellement à leurs masses magnétiques et en raison inverse du carré de la distance qui les sépare.

Si donc nous désignons par d la distance des pôles magnétiques mis en présence et par m et m' leurs masses magnétiques respectives, la force attractive ou répulsive que ces deux pôles exercent l'un sur l'autre sera donnée par l'expression :

$$f = \pm \frac{mm'}{d^2},$$

le signe + correspondant à des pôles de noms contraires, le signe — correspondant à des pôles de même nom.

Il résulte de là que l'action d'un fer magnétique sur une aiguille aimantée diminue très rapidement quand on éloigne ce fer, puisque cette action varie comme le carré de la distance du fer à l'aiguille.

205. *Constitution d'un navire, au point de vue magnétique.* — Tout navire renferme une certaine quantité de fers durs et de fers doux, mais on démontre [1] que, *lorsque le navire est droit et a un compas à aiguille infiniment courte* (c'est-à-dire une aiguille assez petite pour que sa longueur puisse être considérée comme négligeable par rapport aux distances auxquelles se trouvent les fers qui agissent sur elle), il peut être considéré, au point de vue magnétique, comme débarrassé de tous les fers qu'il contient, ceux-ci étant remplacés, théoriquement :

1° Par un aimant horizontal permanent P (*fig.* 66) situé, soit sur l'avant, soit sur l'arrière du compas, dans un plan parallèle au plan longitudinal et passant par le centre de la rose;

2° Par un aimant horizontal permanent Q, situé à tribord ou à bâbord du compas, dans un plan transversal passant par le centre O de la rose;

---

[1] *Voir* Note III.

3° Par une tige horizontale de fer doux M dont la direction va passer par le centre de la rose et dont l'axe forme, avec l'axe longi-

Fig. 66.

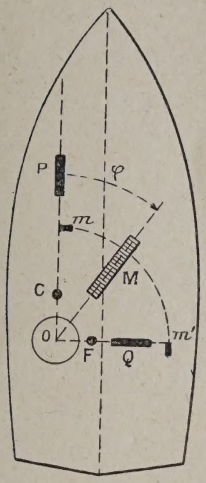
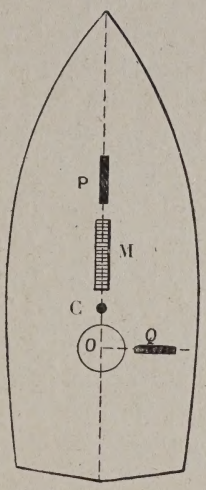


Fig. 67.



tudinal, un angle φ dont la valeur est, comme nous le verrons par la suite, toujours facile à déterminer;

4° Par deux tiges verticales de fer doux C et F. La tige C, située soit sur l'avant, soit sur l'arrière du compas, est contenue dans le plan, parallèle ou longitudinal, qui renferme l'aimant P; la tige F, située à tribord ou à bâbord du compas, est contenue dans le plan transversal qui renferme l'aimant Q;

5° Par deux tiges identiques horizontales m et m' disposées, comme le montre la figure, la première perpendiculairement, la seconde parallèlement au plan longitudinal, la tige m' ayant la position qu'occuperait la tige m après une rotation de 90° autour du centre O de la rose.

Les fers P, Q, m, m' et M sont, d'ailleurs, dans un même plan horizontal passant par le centre de la rose et les tiges C et F reposent sur ce plan par l'une de leurs extrémités.

Le calcul et l'expérience montrent que, *lorsque le compas est placé dans l'axe, si les fers doux verticaux contenus dans le navire sont symétriquement disposés par rapport au plan longitudinal, et si les fers doux horizontaux du navire sont symétriquement disposés soit par rapport au plan longitudinal, soit par rapport au plan transversal passant par le centre du compas, ce qui est le cas le plus fréquent,*

les tiges de fer doux F, *m* et *m'* *disparaissent et, de plus, la tige* M *est située dans le plan longitudinal ou transversal passant par le centre de la rose.*

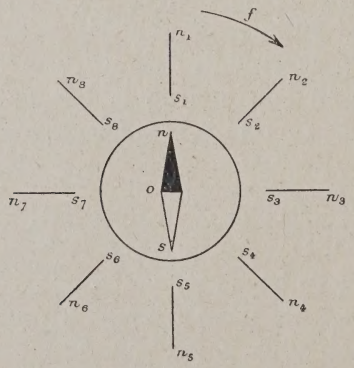
Donc, dans ce cas, le navire peut être considéré, au point de vue magnétique, comme renfermant uniquement les fers P, Q, M et C, disposés comme l'indique la figure 67, la tige M étant parfois, quoique très rarement, située dans le plan transversal qui contient le fer Q.

Lorsque le navire évoluera, il est clair que les fers que nous venons d'énumérer tourneront autour du compas en produisant des effets variables avec le cap. Il est donc nécessaire d'analyser séparément l'effet produit par chacun de ces fers pendant sa rotation autour du compas : c'est là l'objet des théorèmes suivants.

Dans la plupart de ces théorèmes, bien que l'aiguille du compas soit supposée infiniment courte, c'est-à-dire confondue avec le centre même de la rose, nous ferons les figures en donnant à l'aiguille des longueurs très apparentes afin de donner plus de clarté aux démonstrations.

206. Théorème. — *Lorsqu'un barreau aimanté horizontal tourne autour d'un compas, de telle sorte que son extrémité Sud soit toujours la plus voisine du centre de la rose, ce barreau occasionne une déviation NE ou NO selon qu'il se trouve dans l'Est ou dans l'Ouest de la méridienne magnétique passant par le centre de la rose.* — Soit, en effet, *ns* (*fig.* 68) l'aiguille du compas. Plaçons un barreau aimanté $n_1 s_1$

Fig. 68.



dans la direction de la méridienne magnétique, puis faisons-le tourner dans le sens de la flèche *f*, de telle sorte que sa direction passe toujours par le point O.

Lorsque l'aimant occupe la position $n_1 s_1$, l'extrémité s_1 attirant l'extrémité n de l'aiguille, il n'y a aucune déviation.

Lorsque l'aimant occupe la position $n_2 s_2$, l'extrémité s_2 attirant n, l'aiguille est déviée vers la droite et il y a une déviation NE.

En $n_3 s_3$, l'extrémité s_3 attirant n et repoussant s, il y a une déviation NE.

En $n_4 s_4$, l'extrémité s_4 repoussant l'estrémité s, il y aura encore déviation NE.

Enfin, lorsque le barreau occupe la position $n_5 s_5$, l'extrémité s_5 repousse s, mais, comme il n'y a aucune raison pour que l'aiguille soit déviée dans un sens plutôt que dans l'autre, il n'y a pas de déviation.

Ainsi donc, lorsque l'aimant décrit 180° autour de la rose, en allant du Nord au Sud magnétique et en tournant vers la droite, le compas subit une déviation NE; on constate d'ailleurs que cette déviation est maximum lorsque le barreau occupe la position $n_3 s_3$.

On verrait absolument de même que, si l'aimant allait du Nord au Sud magnétique en passant par l'Ouest, la déviation serait NO et maximum lorsque le barreau occuperait la position $n_7 s_7$.

207. *Remarque.* — On démontrerait de même que, *si un barreau aimanté horizontal tourne autour d'un compas, de telle sorte que son extrémité Nord soit toujours la plus rapprochée du centre de la rose, ce barreau occasionne une déviation NO ou NE selon qu'il se trouve dans l'Est ou dans l'Ouest de la méridienne magnétique passant par le centre du compas.*

208. Théorème. — *Dans l'hémisphère magnétique Nord, si l'extrémité supérieure d'un barreau vertical de fer doux tourne autour d'un compas, en restant constamment dans le plan de la rose, elle détermine une déviation NE ou NO selon que le barreau se trouve dans l'Est ou dans l'Ouest de la méridienne magnétique passant par le centre du compas. L'inverse a lieu dans l'hémisphère magnétique Sud.* — En effet, dans l'hémisphère Nord, nous savons que l'extrémité supérieure du barreau est une extrémité Sud; ce barreau agit donc sur le compas exactement comme un aimant permanent dont l'extrémité Sud serait toujours la plus voisine du centre de la rose.

209. Théorème. — *Lorsqu'une tige horizontale de fer doux tourne autour d'un compas, de telle sorte que l'axe de cette tige passe toujours*

par la verticale du centre de la rose, elle produit une déviation NE quand elle se trouve entre le Nord et l'Est ou entre le Sud et l'Ouest magnétiques par rapport au centre de la rose; elle produit une déviation NO dans les deux autres quadrants et n'a aucun effet lorsqu'elle se trouve sur la méridienne magnétique ou sur la ligne Est-Ouest magnétique passant par le centre du compas. — Soient, en effet, O (*fig.* 69) le centre de la rose et *ns* l'aiguille aimantée du compas.

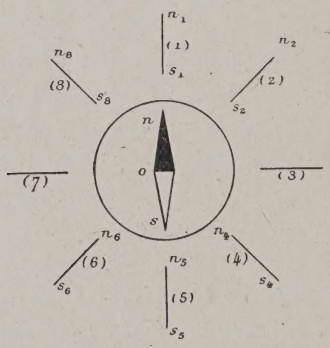
Lorsque le barreau de fer doux occupe la position (1) il s'aimante sous l'influence de la Terre, et l'extrémité s_1 la plus voisine du centre de la rose devient une extrémité Sud; s_1 attire donc n et, par suite, ni n'y a pas de déviation.

Dans la position (2) et dans toutes les positions comprises entre (1) et (3), l'extrémité s_2 du barreau est encore une extrémité Sud; s_2 attirant n, il y a une déviation NE.

Dans la position (3), la tige de fer doux étant inerte au point de vue magnétique, le compas ne subit aucune déviation.

Dans la position (4), intermédiaire entre (3) et (5), l'extrémité n_1

Fig. 69.



de la tige tournée vers le centre du compas devient une extrémité Nord : n_4 attirant s vers la droite, il y a déviation NO.

Dans la position (5), l'extrémité n_5 de la tige tournée vers le centre de la rose étant une extrémité Nord, attire s : il n'y a donc aucune déviation.

On verrait de même que la tige produit une déviation NE lorsqu'elle se trouve dans une position intermédiaire entre (5) et (7), qu'elle ne produit aucun effet quand elle occupe la position (7) et, enfin, qu'elle produit une déviation NO lorsqu'elle occupe une position intermédiaire entre (7) et (1).

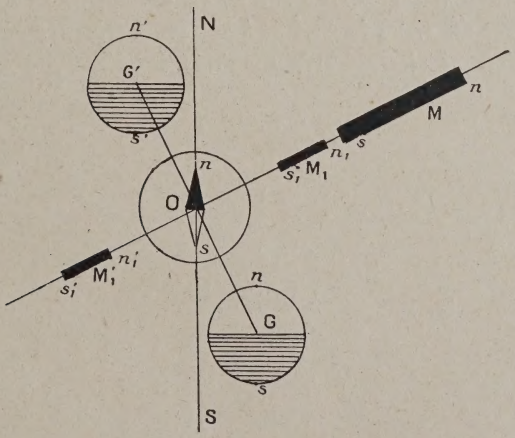
L'expérience montre, en outre, que les déviations produites sont maxima dans les positions (2), (4), (6) et (8).

210. *Remarque I.* — Il y a lieu de remarquer que si l'on considère l'ensemble formé par les tiges identiques et symétriques 1-5 (*fig.* 69) et si l'on fait tourner cet équipage magnétique autour du centre du compas, les effets déviateurs de ces deux fers restent toujours concordants. Il résulte évidemment de là qu'une tige unique de fer doux rayonnant, située tout entière d'un même côté du compas, peut toujours être remplacée, au point de vue magnétique, par deux tiges symétriques de même orientation : c'est ainsi que la tige M (*fig.* 70) peut, au point de vue magnétique, être remplacée par deux tiges symétriques M_1 et M'_1, convenablement choisies.

Il est d'ailleurs évident aussi que si M_1 et M'_1 remplacent M pour une orientation donnée, elles le remplaceront également pour une orientation quelconque, les aimantations de ces trois tiges variant toutes proportionnellement à H et au cosinus de l'angle NOM.

211. *Remarque II.* — L'expérience montre que la déviation produite par une tige de fer doux M (*fig.* 70) ou par les deux tiges symé-

Fig. 70.



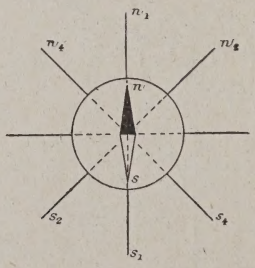
triques M_1 et M'_1 qui la remplacent au point de vue magnétique, peut toujours être annulée par l'action de deux globes symétriques de fer doux G et G' ayant la ligne de leurs centres perpendiculaire sur la ligne $M_1 M'_1$.

La figure 70 permet de se rendre compte de la possibilité de la compensation des effets de M (ou de M_1 et M_1) par ceux de G et G'.

L'action des deux globes, dans le plan de la rose, peut être considérée, en effet, comme remplacée par celle de deux aimants *ns* et *n' s'* contenus dans ces sphères et restant constamment parallèles à la méridienne magnétique NS et l'on voit alors que, tandis que ces deux aimants tendent à produire une déviation NO, la tige M (ou les tiges M_1 et M_1) tendent à produire une déviation NE : on conçoit donc qu'il soit toujours possible de choisir le diamètre des globes et leur distance au point O de telle sorte que leur action annule celle de M. L'expérience montre, d'ailleurs, que si les deux globes G et G' détruisent l'action de M (ou de M_1 et M_1), pour une certaine orientation de la ligne $M_1 M_1$, il en sera de même si l'on fait tourner simultanément G, G', M_1, M_1 ou G, G' et M d'un angle quelconque autour du point O.

212. Théorème. — *Lorsqu'une tige horizontale de fer doux tourne sous un compas, en le débordant de part et d'autre, de telle sorte que sa direction vienne constamment rencontrer la verticale du centre de la rose, elle produit une déviation NO lorsque l'une de ses extrémités se trouve entre le Nord et l'Est ou entre le Sud et l'Ouest magnétiques; elle produit une déviation NE lorsque l'une de ses extrémités se trouve entre le Nord et l'Ouest ou entre le Sud et l'Est magnétiques; elle ne produit aucune déviation, si elle est orientée dans la direction Nord-Sud ou*

Fig. 71.

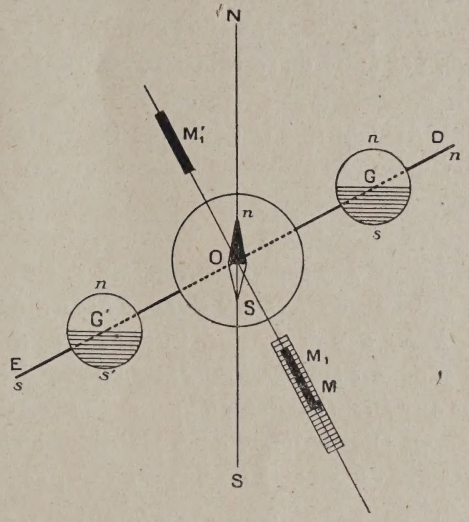


Est-Ouest magnétiques. — Démonstration analogue à celle du théorème précédent en se servant de la figure 71.

213. *Remarque.* — L'expérience montre qu'une tige de fer doux telle que DE (*fig.* 72) peut toujours être neutralisée par un équipage

de deux globes de fer doux G, G′ placés symétriquement, à distance convenable, de part et d'autre du centre de la rose. Elle montre, en outre, que si la compensation de DE par G, G′ a lieu pour une certaine orientation de cet ensemble magnétique, elle persistera encore pour

Fig. 72.



une autre orientation quelconque : la figure 72 montre, qu'en effet, la déviation produite par GG′ est toujours de sens contraire à celle produite par DE.

Comme nous savons (211) que l'équipage G, G′ est également susceptible d'annuler constamment l'effet déviateur d'une certaine tige rayonnante de fer doux M, orientée perpendiculairement à GG′, il en résulte qu'au point de vue magnétique, les tiges DE et M, — ou DE et M_1 et M'_1 (210), — ont le même effet sur le compas et, par suite, peuvent se substituer l'une à l'autre.

Par conséquent, au point de vue magnétique, on peut considérer toute tige rayonnante de fer doux, passant sous le centre du compas comme remplacée par une tige rayonnante de fer doux, convenablement choisie, orientée dans une direction perpendiculaire, mais située tout entière, d'un même côté du compas, ou encore formée de deux tronçons égaux et symétriques par rapport au centre de la rose.

214. *Déviation semi-circulaire. Déviation quadrantale.* — Il résulte des théorèmes précédents que, lorsqu'un navire fait une évolution

de 360°, la tige verticale de fer doux et les tiges horizontales de fer dur donnent lieu à des déviations *semi-circulaires*, c'est-à-dire à des déviations qui changent de signe lorsque ces tiges, en tournant autour du compas, passent de la région E dans la région O par rapport à la méridienne magnétique.

La tige horizontale de fer doux donne lieu, dans les mêmes conditions, à une *déviation quadrantale*, ainsi nommée parce qu'elle change de signe lorsque, par suite de sa rotation, elle passe d'un quadrant dans le suivant.

Il est d'ailleurs évident que la déviation totale, est, à chaque cap, la somme algébrique des déviations semi-circulaires et quadrantales correspondantes.

215. Théorème. — *Les déviations inférieures à 20° subies par un même compas, placé successivement en deux lieux différents et soumis à l'action de la même tige de fer dur, installée à la même distance du centre de la rose et dans le même relèvement magnétique, sont inversement proportionnelles aux forces horizontales des deux lieux d'observation.* — Si l'on se place en effet à terre, dans les conditions indiquées par l'énoncé, en mesurant avec soin les déviations δ_1 et δ_2 relatives aux deux lieux d'observation, on constate que le rapport $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ est égal au rapport $\frac{H_2}{H_1}$, H_1 et H_2 représentant les forces horizontales de ces deux lieux, On a donc :

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{H_2}{H_1}.$$

216. Corollaire. — *Lorsqu'un navire gouverne au même cap magnétique, en deux lieux différents, les déviations inférieures à 20°, occasionnées par la même tige de fer dur, sont inversement proportionnelles aux forces horizontales de ces deux lieux.* — En effet, lorsqu'un navire prend le même cap magnétique, la tige de fer considérée se trouve placée d'une manière identique par rapport à la méridienne magnétique et par rapport au centre du compas; on se trouve donc bien dans les conditions de l'énoncé précédent, l'expérience montrant que chaque tige de fer agit sur le compas absolument comme si elle était seule.

217. Théorème. — *Les déviations inférieures à 20° subies par un même compas, placé successivement en deux lieux différents et soumis*

à l'action de la même tige de fer doux verticale, installée à la même distance du centre de la rose et dans le même relèvement magnétique, sont directement proportionnelles aux tangentes de l'inclinaison dans les deux lieux d'observation. — En se plaçant en effet à terre, dans les conditions indiquées par l'énoncé, on constate que l'on a :

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\operatorname{tang}\theta_1}{\operatorname{tang}\theta_2}.$$

218. Corollaire. — *Lorsqu'un navire gouverne au même cap magnétique, en deux lieux différents, les déviations inférieures à 20°, occasionnées par la même tige verticale de fer doux, sont directement proportionnelles aux tangentes de l'inclinaison en ces deux lieux.* — Même démonstration que pour le corollaire du théorème précédent.

219. Théorème. — *Les déviations inférieures à 20° subies par un même compas, placé successivement en deux lieux différents et soumis à l'action de la même tige horizontale de fer doux, installée à la même distance du centre de la rose et dans le même relèvement magnétique, sont égales.* — En se plaçant en effet à terre, dans les conditions indiquées par l'énoncé, on constate que

$$\delta_1 = \delta_2.$$

220. Corollaire. — *Lorsqu'un navire gouverne au même cap magnétique, en deux lieux différents, les déviations inférieures à 20°, occasionnées par une même tige horizontale de fer doux, sont égales.*

221. *Principe de la compensation des compas.* — Il est clair que, puisque le navire peut, au point de vue magnétique, être considéré comme renfermant uniquement les tiges m, m', P, Q, M, C et F (*fig.* 66), on pourra annuler l'effet de ces tiges sur le compas en plaçant, dans le voisinage de la rose, des barreaux produisant des effets égaux mais contraires. Par conséquent :

1° Les tiges m et m', qui sont des tiges de fer doux, auront leurs effets neutralisés par des tiges identiques placées dans des positions symétriques par rapport aux axes sur lesquels elles ont leurs extrémités. Comme on démontre que les tiges m et m' produisent la même déviation à tous les caps, dans la pratique on ne compense pas l'effet de ces fers et on laisse subsister la déviation constante qu'ils occasionnent;

2° Les tiges P et Q, qui sont des aimants permanents, seront neutralisées par des barreaux aimantés longitudinaux et transversaux convenablement placés sous la rose;

3° La tige rayonnante de fer doux M sera neutralisée par deux globes de fer doux placés symétriquement par rapport au centre du compas (211), la ligne des centres de ces deux globes étant orientée perpendiculairement à la direction de la tige M;

4° Les tiges de fer doux F et C seront neutralisées par des tiges semblables, mais diamétralement opposées par rapport au centre du compas. Dans la pratique, comme les compas destinés à être compensés sont toujours placés sur l'axe longitudinal, l'expérience montre que le fer F peut être considéré comme inexistant, de sorte qu'une tige de fer doux unique, convenablement placée dans le plan longitudinal, compensera l'effet de tous les fers verticaux du navire, représentés par C.

L'expérience montre toutefois que, pour que la compensation puisse se faire correctement, il est indispensable que le compas soit du système Thomson (136): tout ce que nous dirons par la suite se rapportera donc à ces sortes de compas.

Pratique de la compensation.

222. On démontre, par des calculs faisant l'objet de la Note III qui se trouve à la fin de ce Volume, que lorsque la déviation d'un compas reste inférieure à 20° pour tous les caps que peut prendre le navire, cette déviation est donnée par la formule :

$$(1) \qquad \delta = B \sin C_c + C \cos C_c + D \sin 2C_c,$$

si le compas est placé bien exactement dans l'axe et si les fers doux horizontaux sont symétriquement disposés par rapport au plan longitudinal, ou par la formule plus compliquée :

$$(2) \qquad \delta = A + B \sin C_c + C \cos C_c + D \sin 2C_c + E \cos 2C_c,$$

lorsque le compas n'est pas dans l'axe, ou encore lorsque les fers doux sont dissymétriques.

Dans ces deux formules, connues sous le nom de *formules d'Archibald Smith*, C_c représente le cap au compas qui correspond à la déviation δ, de sorte que l'on a, entre ces deux éléments et le cap

magnétique correspondant C_m, la relation :

$$C_m = C_c + \delta. \tag{3}$$

Dans ces formules, C_c et C_m sont d'ailleurs supposés comptés de 0° à 360° à partir du N, vers l'E.

Supposons donc qu'en disposant par tâtonnements des barreaux aimantés dans le voisinage du compas, on soit parvenu à avoir des déviations inférieures à 20° à tous les caps.

Comme nous ne pouvons savoir *a priori* d'une manière certaine quelle est celle des formules (1) ou (2) qui doit être appliquée, la première chose à faire est de déterminer les coefficients A, B, C, D et E, afin de voir si A et E sont nuls ou assez petits pour pouvoir être considérés comme tels (inférieurs à 1°).

223. *Détermination des coefficients de la formule d'A. Smith.* — Donnons successivement au navire les huit caps cardinaux et intercardinaux et soient δ_n, δ_e, δ_s, δ_o, δ_{no}, δ_{se}, δ_{so}, δ_{no}, les déviations constatées à ces divers caps.

La formule d'A. Smith donne, pour expression de ces déviations :

$$(\alpha)\qquad \begin{cases} \delta_n = A \quad + C + E, \\ \delta_e = A + B \quad - E, \\ \delta_s = A \quad - C + E, \\ \delta_o = A - B \quad - E; \end{cases}$$

$$(\beta)\qquad \begin{cases} \delta_{ne} = A + \frac{\sqrt{2}}{2} B + \frac{\sqrt{2}}{2} C + D, \\ \delta_{se} = A + \frac{\sqrt{2}}{2} B - \frac{\sqrt{2}}{2} C - D, \\ \delta_{so} = A - \frac{\sqrt{2}}{2} B - \frac{\sqrt{2}}{2} C + D, \\ \delta_{no} = A - \frac{\sqrt{2}}{2} B + \frac{\sqrt{2}}{2} C - D, \end{cases}$$

c'est-à-dire deux systèmes de quatre équations à quatre inconnues permettant de déterminer : le premier, les coefficients A, B, C, E; le second, les coefficients A, B, C et D.

Pour résoudre le système (α), ajoutons ses quatre équations membre à membre. Il vient :

$$\delta_n + \delta_e + \delta_s + \delta_o = 4A, \qquad \text{d'où} \qquad A = \frac{\delta_n + \delta_e + \delta_s + \delta_o}{4}.$$

En retranchant ensuite la quatrième équation de la deuxième, puis

la troisième de la première, on obtient :

$$\delta_e - \delta_o = 2B \qquad \text{et} \qquad \delta_n - \delta_s = 2C,$$

et, par suite,

$$B = \frac{\delta_e - \delta_o}{2} \qquad \text{et} \qquad C = \frac{\delta_n - \delta_s}{2}.$$

Enfin, en additionnant la première et la troisième équation, puis la deuxième et la quatrième, on obtient :

$$\delta_n + \delta_s = 2A + 2E,$$
$$\delta_e + \delta_o = 2A - 2E,$$

d'où l'on déduit, en retranchant ces deux dernières équations membre à membre :

$$\delta_n + \delta_s - \delta_e - \delta_o = 4E$$

et, finalement,

$$E = \frac{\delta_n + \delta_s - \delta_e - \delta_o}{4}.$$

Le système (α) est donc résolu.

Pour résoudre le système (β), ajoutons ses quatre équations membre à membre. Il vient :

$$\delta_{ne} + \delta_{se} + \delta_{so} + \delta_{no} = 4A, \qquad \text{d'où} \qquad A = \frac{\delta_{ne} + \delta_{se} + \delta_{so} + \delta_{no}}{4}.$$

En ajoutant membre à membre les deux premières, puis les deux dernières équations du système, on obtient ensuite :

$$\delta_{ne} + \delta_{se} = 2A + \sqrt{2}B,$$
$$\delta_{so} + \delta_{no} = 2A - \sqrt{2}B,$$

d'où l'on tire, par voie de soustraction :

$$B = \frac{\delta_{ne} + \delta_{se} - \delta_{so} - \delta_{no}}{2\sqrt{2}} = \frac{\delta_{ne} + \delta_{se} - \delta_{so} - \delta_{no}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= 0{,}71 \frac{\delta_{ne} + \delta_{se} - \delta_{so} - \delta_{no}}{2}.$$

De même, en ajoutant la première et la quatrième, puis la deuxième et la troisième des équations du système, il vient :

$$\delta_{ne} + \delta_{no} = 2A + \sqrt{2}C,$$
$$\delta_{se} + \delta_{so} = 2A - \sqrt{2}C,$$

ce qui donne, par soustraction,

$$C = \frac{\delta_{ne} + \delta_{no} - \delta_{se} - \delta_{so}}{2\sqrt{2}} = \frac{\delta_{ne} + \delta_{no} - \delta_{se} - \delta_{so}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= 0{,}71 \frac{\delta_{ne} + \delta_{no} - \delta_{se} - \delta_{so}}{2}.$$

Enfin, en ajoutant la première et la troisième, puis la deuxième et la quatrième des équations (β), il vient :

$$\delta_{ne} + \delta_{so} = 2A + 2D,$$
$$\delta_{se} + \delta_{no} = 2A - 2D,$$

et, par suite, en retranchant membre à membre :

$$D = \frac{\delta_{ne} + \delta_{so} - \delta_{se} - \delta_{no}}{4}.$$

Les cinq coefficients de la formule d'A. Smith sont donc déterminés.

On démontre, d'ailleurs, et il est très important de s'en souvenir : que le coefficient A provient de l'action des fers m et m' (*fig.* 66) ou d'une erreur de tracé de la ligne de *foi;*

que le coefficient B provient de l'action de l'aimant P et du fer doux vertical C;

que le coefficient C provient de l'action de l'aimant transversal Q et du fer doux vertical F, l'influence de F étant presque toujours négligeable pour un compas placé dans l'axe;

que les coefficients D et E proviennent de l'action du fer doux horizontal rayonnant M.

224. *Remarque. — Comme la formule d'A. Smith est une formule approchée*, les valeurs de A, B et C sont ordinairement un peu différentes, selon qu'on les détermine à l'aide des formules déduites du système (α) ou de celles déduites du système (β). Dans ces conditions, comme rien n'indique le résultat que l'on doit préférer, on emploie habituellement, pour calculer A, B et C, la moyenne des valeurs trouvées pour ces coefficients. Les formules usuelles de calcul sont donc :

$$A = \frac{\delta_n + \delta_{ne} + \delta_e + \delta_{se} + \delta_s + \delta_{so} + \delta_o + \delta_{no}}{8},$$

$$B = \frac{0{,}71(\delta_{ne} + \delta_{se} - \delta_{so} - \delta_{no}) + \delta_e - \delta_o}{4},$$

$$C = \frac{0{,}71(\delta_{ne} + \delta_{no} - \delta_{se} - \delta_{so}) + \delta_n - \delta_s}{4},$$

$$D = \frac{\delta_{ne} - \delta_{se} + \delta_{so} - \delta_{no}}{4}, \qquad E = \frac{\delta_n - \delta_e + \delta_s - \delta_o}{4}.$$

Compensation d'un compas lorsque A et E sont nuls ou de valeurs négligeables.

225. Ce cas, de beaucoup le plus fréquent, est, comme nous l'avons dit, celui d'un compas placé exactement dans l'axe d'un navire dont

le fer doux vertical est symétrique par rapport au plan longitudinal et dont le fer doux horizontal est symétrique par rapport au plan longitudinal ou au plan transversal passant par le centre de la rose.

La formule d'A. Smith à appliquer ici est donc :

$$\delta = B \sin C_c + C \cos C_c + D \sin 2C_c, \tag{1}$$

et le navire peut, au point de vue magnétique, être considéré comme renfermant uniquement les fers indiqués par la figure 67, c'est-à-dire P, Q, C et M, le fer M étant situé dans le plan longitudinal ou, bien plus rarement, dans le plan transversal passant par le centre de la rose.

On démontre que, dans ce cas, il faut, tout d'abord, placer les globes compensateurs transversalement si le coefficient D est positif, longitudinalement si le coefficient D est négatif, la distance du centre du compas à la surface des deux globes étant obtenue en entrant dans la Table XXVI de Frioeourt avec le diamètre des globes et la valeur de D comme arguments.

La théorie montre que, lorsque cette opération est terminée, l'effet de M est définitivement neutralisé et le coefficient D annulé, de sorte que la formule d'A. Smith à appliquer désormais se réduit à :

$$\delta = B \sin C_c + C \cos C_c. \tag{1'}$$

Ceci posé :

1° *Mettons le navire cap au Nord magnétique et soit* δ_1 *la déviation constatée à ce cap.* — En nous reportant aux théorèmes démontrés précédemment, on voit que, cap au Nord magnétique, le seul fer susceptible de produire une déviation est le fer dur transversal Q. Nous neutraliserons donc l'effet de la tige Q, en plaçant sous la rose, par tâtonnements, un barreau aimanté transversal dont les extrémités seront disposées de manière à ramener l'aiguille du compas dans la direction de la méridienne magnétique.

Cette opération ayant, au point de vue magnétique, altéré les fers transversaux du navire, le coefficient C a varié et pris une nouvelle valeur C', de sorte que l'on a maintenant, pour formule de déviation :

$$\delta = B \sin C_c + C' \cos C_c. \tag{1''}$$

Or, comme la mise en place du barreau transversal a annulé la déviation δ_1, cap au Nord magnétique, $C_m = C_c = 0$, de sorte que

si, dans la relation ($1''$) on remplace simultanément δ par δ_1 ou o et C_c par o, il vient :

$$C' = o.$$

Donc la mise en place de l'aimant correcteur équivaut à l'annulation du coefficient C dans la formule d'A. Smith et celle-ci se réduit, désormais, à la forme plus simple :

($1'''$) $$\delta = B \sin C_c.$$

2° *Mettons le navire cap à l'Est magnétique* et soit δ_2 la déviation à ce cap. Nous aurons :

$$C_m = C_c + \delta_2 = 90°.$$

Or, lorsque le navire a le cap à l'Est magnétique, il résulte de ce que nous avons vu que la barre de fer dur longitudinal P et la tige de fer doux verticale C agissent seules sur le compas.

Comme nous ne savons pas exactement quelle est la part de la déviation qui doit être attribuée à chacune de ces tiges, nous annulerons *provisoirement* la moitié de δ_2 à l'aide d'aimants longitudinaux, convenablement disposés par paires dans les cases ménagées à cet effet dans le fût du compas. Nous achèverons ensuite d'annuler δ_2 avec le flinders, c'est-à-dire au moyen de morceaux cylindriques de fer doux que nous empilerons dans la gaine en cuivre F (*fig.* 48) placée sur l'avant ou sur l'arrière du compas. Cette opération ayant modifié la disposition des fers longitudinaux, le coefficient B a varié et pris une valeur B′ de sorte que l'on a maintenant, pour formule de déviation à un cap quelconque :

(1^{IV}) $$\delta = B' \sin C_c.$$

Or, puisque la mise en place des correcteurs longitudinaux a annulé la déviation δ_2, cap à l'Est magnétique, la formule (1^{IV}) donne, en y remplaçant δ par δ_2 ou o et C_c par 90°, puisque $C_c = C_m$:

$$B' = o.$$

La mise en place des correcteurs longitudinaux et du flinders équivaut donc à l'annulation du coefficient B dans la formule (1^{IV}), de sorte que la relation donnant la déviation pour un cap quelconque se réduit désormais à :

$$\delta = o.$$

Le compas ayant une déviation nulle à tous les caps est donc parfaitement compensé.

226. *Remarque I.* — Après avoir effectué la compensation telle que nous venons de l'exposer, il est essentiel de faire toujours un tour complet d'horizon en s'arrêtant aux 32 aires de vent. *La formule d'A. Smith n'est en effet qu'une formule approchée* et, par suite, bien que les déviations soient nulles maintenant aux caps cardinaux et intercardinaux, il peut se faire qu'aux autres caps intermédiaires on constate de légères déviations.

Comme ces déviations ne dépassent pas habituellement 1° ou 1°,5, elles ne sont pas gênantes et l'on se contente d'en dresser un tableau ou un diagramme.

227. *Remarque II.* — La compensation que nous venons d'effectuer n'est bonne que pour le lieu où elle a été faite, car, lorsque nous avons mis le navire cap à l'Est magnétique, nous n'avons pu savoir quelles parts de déviation devaient être attribuées au fer doux vertical et au fer dur longitudinal.

Or, l'action du fer doux vertical variant avec la position du navire sur le Globe, tandis que celle du fer dur longitudinal reste invariable, la compensation deviendra forcément défectueuse dès qu'on s'éloignera du lieu du réglage : on devra donc toujours surveiller un compas nouvellement compensé et déterminer sa variation plusieurs fois par jour, en particulier à chaque changement de route.

228. *Remarque III.* — Il arrive fréquemment que la compensation du compas d'un navire neuf devienne défectueuse au bout de quelque temps, même dans le lieu où le réglage a été effectué.

Cela tient à ce que l'aimantation des fers du bord se modifie très lentement pendant les premiers mois qui suivent le lancement. On devra donc refaire la compensation lorsque l'équilibre magnétique du navire sera bien établi, ce qui aura généralement lieu huit ou neuf mois après sa mise à l'eau.

229. *Dosage du flinders.* — Si, par suite de ses voyages, le navire change de latitude magnétique, il est possible de calculer la part de déviation, cap à l'Est magnétique, qu'il faut attribuer au fer doux vertical et, par suite, on peut *doser* exactement le barreau de flinders qui l'annule.

Pour le montrer, soient δ_1 et δ_2 les déviations constatées, cap à l'Est magnétique, en deux lieux différents, lorsque le navire est *déshabillé* de son flinders et de ses barreaux correcteurs longitudinaux.

Si nous désignons par x_1 et y_1, x_2 et y_2 les parts de déviation occasionnées respectivement par le fer dur longitudinal et par le fer doux vertical, en ces deux lieux, on a :

(1) $$x_1 + y_1 = \delta_1$$

et

(2) $$x_2 + y_2 = \delta_2.$$

Or, nous avons vu (215-217) que les déviations x_2 et y_2 sont liées à x_1 et y_1 par les relations :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{H_2}{H_1} \qquad \text{et} \qquad \frac{y_1}{y_2} = \frac{\operatorname{tang}\theta_1}{\operatorname{tang}\theta_2},$$

en désignant par H_1 et θ_1, H_2 et θ_2 les forces horizontales et les inclinaisons fournies, pour chaque lieu, par les cartes placées à la fin de l'Ouvrage. On en déduit :

(3) $$x_1 = x_2 \frac{H_2}{H_1}$$

et

(4) $$y_1 = y_2 \frac{\operatorname{tang}\theta_1}{\operatorname{tang}\theta_2},$$

de sorte que l'équation (1) peut s'écrire :

(1′) $$x_2 \frac{H_2}{H_1} + y_2 \frac{\operatorname{tang}\theta_1}{\operatorname{tang}\theta_2} = \delta_1.$$

En résolvant le système formé par les équations (1′) et (2) on obtient pour x_2 et y_2, les valeurs :

$$x_2 = \frac{H_1(\delta_1 \operatorname{tang}\theta_2 - \delta_2 \operatorname{tang}\theta_1)}{H_2 \operatorname{tang}\theta_2 - H_1 \operatorname{tang}\theta_1},$$

$$y_2 = \frac{(\delta_2 H_2 - \delta_1 H_1)\operatorname{tang}\theta_2}{H_2 \operatorname{tang}\theta_2 - H_1 \operatorname{tang}\theta_1}.$$

Pour annuler les δ_2 degrés de déviation constatés, on devra donc annuler x_2 degrés avec des aimants longitudinaux et y_2 degrés avec le flinders.

Ainsi, par exemple, si après avoir déshabillé le compas de ses correcteurs longitudinaux et de son flinders on a trouvé, cap à l'Est magnétique dans le second lieu :

$$\delta_2 = +7^\circ - 12^\circ = -5^\circ,$$

on commencera par disposer, sous la rose, des aimants longitudinaux

de façon que le compas indique une nouvelle déviation de — 5°, — 7° ou — 12°. Ce résultat obtenu, on disposera le flinders de telle sorte qu'il produise une déviation de + 12°, c'est-à-dire de façon à lui faire ramener le nord du compas sur le Nord magnétique.

La compensation sera alors complètement terminée.

230. *Remarque I.* — Nous avons vu (225) que la mise en place des correcteurs longitudinaux, cap à l'Est magnétique, avait pour effet d'annuler le coefficient B de la formule d'A. Smith, applicable au compas dans le lieu considéré.

Il résulte de là que, dans la question précédente, on a :

$$\delta_1 = B_1 \quad \text{et} \quad \delta_2 = B_2,$$

B_1 et B_2 étant les valeurs successives prises par le coefficient B de la formule d'A. Smith, applicable au compas, dans chacune de ces deux lieux.

231. *Remarque II.* — Si le navire se trouve sur l'équateur magnétique, le dosage du flinders est extrêmement simple. Le navire ayant le cap à l'Est magnétique, si l'on constate une déviation, elle est due uniquement aux fers durs longitudinaux, mal neutralisés au moment de la première compensation : on sait en effet que, sur l'équateur magnétique, les fers doux verticaux sont complètement inertes.

Par conséquent nous annulerons cette déviation avec les aimants longitudinaux seuls. Les aimants correcteurs longitudinaux étant maintenant correctement placés, quelques jours après, lorsque le navire se sera écarté de l'équateur magnétique, si l'on gouverne de nouveau à l'Est magnétique, la déviation que l'on constatera sera due uniquement au fer doux vertical qui aura repris du magnétisme induit : nous annulerons donc la déviation constatée en remaniant le flinders seul et la compensation sera alors complètement et correctement effectuée.

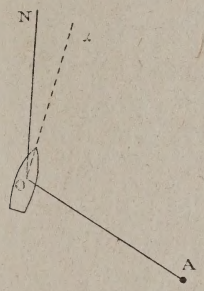
232. *Remarque III.* — Si le navire n'a pas l'occasion de traverser l'équateur magnétique, ou si l'on ne possède pas les éléments nécessaires (cartes magnétiques) pour doser le flinders par le calcul, on pourra *améliorer* la compensation des fers longitudinaux, en employant la règle dite *Règle de Thomson* qui s'énonce ainsi: *Si un navire se rapproche de l'équateur magnétique, annuler la déviation constatée, cap à l'Est magnétique, en remaniant uniquement les aimants correc-*

teurs longitudinaux; si un navire s'éloigne de l'équateur magnétique, annuler la déviation constatée à l'Est magnétique en remaniant uniquement le flinders.

233. *Donner au navire un cap magnétique déterminé.* — Nous venons de voir que, pour compenser un compas, il fallait donner au navire divers caps magnétiques déterminés. On y parvient de la manière suivante :

Soient O (*fig.* 73) le navire et A l'objet terrestre dont on a déter-

Fig. 73.



miné le relèvement magnétique Z_m, ainsi que nous l'avons expliqué précédemment.

Supposons, pour fixer les idées, que l'on ait trouvé :

$$Z_m = \text{N } 120^\circ \text{ E.}$$

OA représentant, sur le plan d'horizon apparent, la direction dans laquelle se trouve l'objet A, il est clair que la méridienne magnétique sera en ON, l'angle NOA étant égal à 120°. Si donc on veut mettre le navire cap au N magnétique, par exemple, il suffira de le faire tourner de telle sorte que, le point A se trouvant à tribord, la direction de l'avant fasse un angle de 120° avec OA.

Pour mettre le navire cap au N 10° E magnétique il suffira, de même, de faire tourner le navire sur tribord, de telle sorte que la partie avant Oα de l'axe longitudinal forme avec OA un angle de 120°—10 ou 110°, et ainsi de suite.

L'opération est facilitée par une graduation en degrés qui est gravée sur le bord supérieur de la cuvette du compas : le zéro de cette graduation étant exactement dans la direction de l'avant, par rapport au centre du compas, il est clair que pour mettre le navire cap au N 10° E magnétique, par exemple, il suffira de placer l'alidade

de relèvement sur la division 110° tribord, puis de faire tourner le navire jusqu'à ce que l'objet A soit vu dans la direction de l'alidade.

Compensation d'un compas lorsque A et E ne sont pas négligeables.

234. Ce cas, de beaucoup le moins fréquent, est celui d'un compas placé sur l'axe longitudinal d'un navire dont les fers doux horizontaux sont dissymétriques. La formule à appliquer à ce compas est donc :

$$\delta = A + B \sin C_c + C \cos C_c + D \sin 2C_c + E \cos 2C_c$$

et le navire peut, au point de vue magnétique, être considéré comme renfermant uniquement les fers indiqués par la figure 66, c'est-à-dire m, m', P, Q, C et M, le fer F étant considéré comme inexistant, puisque le compas est sur l'axe longitudinal.

On démontre que, dans ce cas, il faut, avant tout, placer les globes compensateurs de telle sorte que la partie tribord de la ligne de leurs centres fasse avec l'axe longitudinal l'angle γ donné par la relation :

$$\operatorname{tang} 2\gamma = \frac{E}{D},$$

l'angle γ *étant choisi de telle sorte que* $\sin 2\gamma$ *soit de signe contraire* à E *et* $\cos 2\gamma$ *de signe contraire à* D.

L'angle γ étant déterminé, on démontre qu'en calculant la valeur de l'expression $\sqrt{D^2 + E^2}$ et, en entrant dans la Table XXVI de Friocourt, avec le diamètre des globes compensateurs et $\sqrt{D^2 + E^2}$, on obtient la distance du centre du compas à la surface de ces globes.

La théorie montre que les globes compensateurs étant ainsi mis en place, l'influence du fer doux M est définitivement compensée et que les coefficients D et E sont annulés.

La formule d'A. Smith, applicable au compas considéré, sera donc, dorénavant,

$$\delta = A + B \sin C_c + C \cos C_c. \qquad (1)$$

Pour terminer la compensation, nous procéderons aux opérations suivantes :

1° *Mettons le navire cap au Nord magnétique* et soit δ_1 la déviation constatée à ce cap. En admettant que cette déviation soit produite par le seul fer Q, disposons sous la rose, par tâtonnements, des

aimants transversaux capables de l'annuler. Cette opération ayant altéré les fers transversaux du navire, au point de vue magnétique, le coefficient C a varié et a pris une valeur nouvelle C′ de sorte que l'on a désormais, pour formule de déviation,

$$\delta = A + B \sin C_c + C' \cos C_c.$$

D'ailleurs, puisque, au cap actuel, nous avons $\delta = 0$, donc, $C_m = C_c$, la formule précédente montre que l'on a :

$$0 = A + C',$$

c'est-à-dire :

$$C' = -A.$$

La mise en place des aimants transversaux a donc modifié la formule (1) qui est devenue :

$$\delta = A + B \sin C_c - A \cos C_c. \tag{1'}$$

2° *Mettons le navire cap à l'Est magnétique* et soit δ_2 la déviation correspondante. En admettant que cette déviation soit produite uniquement par les fers P, annulons-la au moyen d'une ou plusieurs paires d'aimants longitudinaux. Cette opération ayant modifié la disposition des fers longitudinaux, le coefficient B a varié et a pris une valeur B′ telle que l'on ait :

$$\delta = A + B' \sin C_c - A \cos C_c,$$

et comme nous avons simultanément, au cap actuel, $\delta = 0$ et

$$C_m = C_c = 90°,$$

il en résulte que :

$$0 = A + B',$$

d'où :

$$B' = -A.$$

La mise en place des aimants longitudinaux a donc modifié la formule (1′) qui doit s'écrire maintenant :

$$\delta = A - A \sin C_c - A \cos C_c. \tag{1''}$$

3° *Mettons le navire cap au Sud magnétique.* — Le Sud magnétique différant maintenant très peu du Sud au compas, nous aurons évidemment la valeur δ_3 de la déviation au Sud magnétique, à très peu près, en remplaçant C_c, par C_m, c'est-à-dire par 180°, dans la relation (1″) qui devient, par suite,

$$\delta_3 = A - A \cos 180° = 2A.$$

Le navire étant maintenu cap au Sud magnétique, remanions alors les aimants transversaux de façon à réduire de moitié la déviation δ_3. La valeur du coefficient de $\cos C_c$ ayant été altérée par cette opération, sa valeur nouvelle C'' sera telle que l'on ait :

$$\frac{1}{2}\delta_3 = A = A - A\sin C_c + C''\cos C_c,$$

et, comme on a très sensiblement $C_c = C_m = 180^\circ$, il en résulte que :

$$A = A - A\sin 180^\circ + C''\cos 180^\circ = A - C'',$$

et, par suite,

$$C'' = 0.$$

La formule d'A. Smith, applicable au compas, est donc maintenant :

$$\delta = A - A\sin C_c. \qquad (1''')$$

4° *Mettons enfin le navire cap à l'Ouest magnétique* et soit δ_4 la déviation correspondante. Comme C_m diffère certainement fort peu de C_c, il est clair que nous obtiendrons à très peu près la valeur de δ_4 en faisant $C_c = C_m = 270^\circ$ dans la formule (1'''). Nous aurons donc :

$$\delta_4 = A - A\sin 270^\circ = 2A.$$

Le navire conservant le cap à l'Ouest magnétique, nous remanierons alors les aimants longitudinaux jusqu'à ce que δ_4 soit réduite de moitié.

Cette opération ayant altéré la valeur du coefficient de $\sin C_c$, si nous appelons B'' sa valeur nouvelle, nous devons avoir, puisque C_c diffère très peu de C_m, c'est-à-dire de 270°,

$$\frac{\delta_4}{2} = A = A - B''\sin 270^\circ = A + B'',$$

de sorte que l'on a :

$$B'' = 0.$$

La formule d'A., Smith applicable dorénavant, sera donc :

$$\delta = A.$$

La déviation ayant été rendue constante à tous les caps, le compas est compensé.

On pourrait, évidemment, mettre maintenant en place deux fers doux horizontaux disposés de façon à annuler les effets de m et m',

c'est-à-dire de façon à annuler la déviation constante A ; mais, dans la pratique, on ne le fait pas.

235. *Remarque.* — La compensation que nous venons d'effectuer est défectueuse, en ce qui concerne la mise en place des correcteurs longitudinaux : on devra donc procéder au *dosage du flinders*, dès que possible, en opérant comme nous l'avons indiqué (229).

236. *Correction de la déviation due à la bande.* — Nous avons supposé, jusqu'à présent, le navire droit : s'il vient à donner de la bande, la compensation effectuée précédemment est nécessairement altérée puisque la position des fers du navire n'est plus la même par rapport à la rose.

On démontre que si δ est la déviation du compas lorsque le navire est droit et δ_i la déviation de ce même compas lorsque le navire est incliné de i degrés, i étant positif si le navire est incliné sur tribord, négatif s'il est incliné sur bâbord, on a :

$$\delta_i = \delta + J\, i \cos C_c,$$

J étant un coefficient variable avec la position du navire sur le Globe.

La déviation additionnelle qui se produit, lorsque le navire prend de la bande, est donc maximum cap au Nord ou au Sud du compas.

Pour déterminer J et en annuler l'effet on mettra le navire cap au Nord ou au Sud du compas et on lui fera prendre une bande de i degrés (7° à 8°) par déplacement de poids non métalliques : remplissage de water-ballasts, déplacement de charbon. En mesurant la déviation à ce cap, avant et après inclinaison du navire, on aura :

$$J = \frac{\delta_i - \delta}{i}.$$

J étant connu, on annulera la déviation $\delta i - \delta$ en plaçant sous le centre de la rose, dans le tube destiné à cet usage (137-4°) un aimant correcteur.

La position à donner à cet aimant se détermine par tâtonnements et l'on constate que, dans l'hémisphère Nord, si le navire a le cap au Nord magnétique, cet aimant doit être placé l'extrémité Nord en haut, lorsque la déviation a lieu au vent et inversement.

D'ailleurs, comme cet aimant corrige une certaine quantité de magnétisme induit, variable par conséquent d'un lieu à un autre, il

sera nécessaire de modifier sa position lorsque la latitude magnétique aura varié notablement : on mettra donc de nouveau le cap au Nord magnétique et l'on déterminera, par tâtonnements, la nouvelle position à donner à l'aimant correcteur:

237. *Peinture des aimants.* — Dans le but de faciliter la mise en place des aimants correcteurs, l'*extrémité Nord* des barreaux est peinte en rouge, l'*extrémité Sud* en bleu : de cette façon toute confusion est impossible.

238. *Erreur Gaussin.* — Les fers doux qui entrent dans la construction d'un navire ne sont pas toujours d'une pureté absolue : cette pureté parfaite est même l'exception, de sorte que ces fers ne prennent l'aimantation normale qui correspond au cap du navire que plusieurs minutes après que le bâtiment gouverne à cette aire de vent.

M. Gaussin, Ingénieur hydrographe, qui a étudié en détail le phénomène dont nous venons de parler, conseille, lorsque l'on fait évoluer le navire en route libre pour compenser le compas, de laisser subsister 1° de déviation cap au Nord ou au Sud magnétiques et 0°,5 cap à l'Est ou à l'Ouest magnétiques, ces déviations étant NE ou NO selon que le navire évolue en tournant sur bâbord ou sur tribord.

Cette précaution n'est toutefois pas nécessaire si l'on peut garder un cap déterminé pendant 5 ou 6 minutes avant de compenser la déviation correspondante.

239. *Précautions à prendre à bord des navires qui ont des installations électriques.* — On démontre en Physique que, si un fil parcouru par un courant électrique se trouve dans le voisinage d'une aiguille aimantée, celle-ci est déviée.

Le sens de la déviation produite est d'ailleurs indiqué par la loi suivante, connue sous le nom de *loi d'Ampère :*

Si l'on imagine un observateur couché sur le fil, de telle sorte que le courant le suive des pieds à la tête, l'extrémité Nord de l'aiguille aimantée est toujours déviée vers la droite, l'observateur lui faisant face.

Il résulte de là qu'à bord des bâtiments modernes, où les installations électriques tendent à prendre une importance de plus en plus grande, il faut veiller tout particulièrement à éloigner du compas tout conducteur électrique, à moins que ce conducteur ne soit double et ne renferme les fils d'aller et de retour de même section, auquel cas l'influence d'un courant neutralise celle de l'autre : c'est ce qui

a lieu en particulier dans les compas éclairés par des lampes à incandescence.

240. *Remarques générales.* — Lorsqu'un navire conserve pendant plusieurs jours un poste d'amarrage, ou un cap voisin de la direction Est-Ouest magnétique, les fers imparfaitement doux du bâtiment acquièrent un magnétisme induit d'autant plus tenace, que ce poste d'amarrage, ou ce cap, a été conservé plus longtemps. Il en résulte que, si le navire vient à évoluer, on constatera une différence plus ou moins sensible entre la variation calculée directement et celle déduite du tableau de déviations dressé après la compensation : en général, cette différence ne persistera pas au delà de quelques heures.

Une conséquence importante de ce que nous venons de dire est qu'il serait très mauvais d'opérer la compensation d'un compas aussitôt après le lancement du navire, ou après qu'il a quitté le quai où il était amarré pendant son armement : on devra, avant de procéder à cette importante opération, attendre que, par suite d'évitages successifs ou de routes variées, le bâtiment se soit débarrassé de son magnétisme induit temporaire.

On pourra procéder en toute sécurité à la compensation, lorsque l'on constatera que les déviations cap au Nord ou au Sud restent invariables pendant plusieurs jours.

Une autre conséquence, non moins importante de l'influence passagère que peut avoir, sur l'aiguille aimantée, une longue route au même cap, est la nécessité de contrôler le compas en déterminant la variation le plus souvent possible et, en particulier, à chaque changement de cap.

241. *Surveillance des compas.* — Il résulte de tout ce que nous avons dit au sujet des compas et de leur compensation que ces instruments doivent être l'objet d'une surveillance continuelle et très attentive.

Tant que le flinders n'est pas dosé et, surtout au début de l'armement, il faut s'attendre à voir varier les déviations : si rien d'anormal ne se produit, la variation de la déviation, à un même cap, doit se faire lentement et régulièrement.

Chaque fois qu'il se produit une brusque variation de la déviation pour un cap déterminé, il faut se préoccuper aussitôt d'en trouver la cause. Après avoir soigneusement vérifié la déviation anormale constatée on s'assurera donc :

1° que les correcteurs n'ont pas été déplacés;

2° qu'aucune masse de fer n'a été posée ou déplacée dans le voisinage du compas;

3° qu'aucun circuit électrique voisin n'a été déplacé ou modifié;

4° que le pivot de la rose et sa chape sont en bon état;

5° que la rose n'est pas déformée, ne touche pas le bord de sa cuvette, que celle-ci ne laisse pas pénétrer le vent, etc.

Enfin, on devra redoubler d'attention, dans la surveillance des compas :

1° lorsque le navire subit un orage et en cas d'aurores boréales;

2° lorsque le navire arrive dans des parages où le sol contient du minerai de fer en grande abondance (Islande, Madagascar, etc.);

3° après un échouage, un abordage, un accostage de quai un peu fort, car tout ébranlement de la coque modifie rapidement l'état magnétique des fers durs du navire (203).

Aussitôt qu'une modification appréciable de l'état magnétique du navire aura été constatée, on devra dresser un nouveau tableau de déviations, calculer la variation très fréquemment et, surtout, à chaque changement de cap.

Enfin, dès que possible, on procédera à une nouvelle compensation

CHAPITRE III.

DEUXIÈME PROBLÈME DE NAVIGATION.

Déterminer la route à suivre et la distance à parcourir pour se rendre d'un lieu donné dans un autre lieu donné.

I. — LOXODROMIE : ÉTUDE DE SES PROPRIÉTÉS.

242. Nous avons vu que, pour se diriger hors de la vue de toute terre, le Navigateur ne possédait que les indications fournies par le compas, indications qui lui permettent de déterminer, à tout instant, l'angle formé par la trajectoire du navire et la méridienne géographique du lieu où il se trouve.

On appelle *loxodromie*, la trajectoire d'un navire qui se déplace sur la sphère terrestre en conservant un angle de route constant.

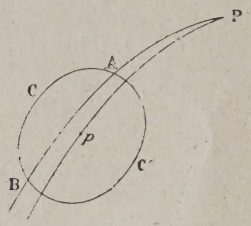
Comme il serait très incommode, en cours de route, d'avoir à changer constamment de cap, les navires se déplacent en conservant le même angle de route pendant un laps de temps plus ou moins long : ils suivent donc une route formée d'une succession d'arcs de loxodromies.

Il est, par suite, indipensable d'étudier la loxodromie et de savoir en déterminer les éléments que le Navigateur a besoin de connaître, c'est-à-dire l'angle sous lequel elle rencontre les méridiens successifs et la distance qui sépare deux de ses points.

243. Théorème. — *La loxodromie n'est pas, en général, une courbe plane.* — En effet, la loxodromie étant une courbe tracée sur la surface de la Terre, que nous supposerons rigoureusement sphérique, si cette courbe était plane, elle serait nécessairement un cercle, puisque nous savons que toute section plane de la sphère est un cercle. Nous aurons par suite démontré que la loxodromie n'est pas une courbe plane, si nous prouvons qu'elle ne peut pas être, habituellement, un cercle.

Supposons donc, pour un instant, qu'une loxodromie quelconque CC′ (*fig.* 74) soit un cercle de pôle p et soit P le pôle de la Terre. Si

Fig. 74.



nous traçons le méridien Pp, ce méridien coupe normalement, comme on le sait, le cercle CC′; de sorte que si CC′ était une loxodromie, tout autre méridien tel que PAB devrait le couper à angle droit, ce qui est visiblement impossible à moins que P ne soit confondu avec p.

Donc une loxodromie quelconque ne peut pas être un cercle : elle n'est donc pas, habituellement, une courbe plane.

244. *Remarque I.* — Dans le cas particulier où l'angle de route est nul ou égal à 90°, il est clair que la loxodromie devient un méridien dans le premier cas, un parallèle dans le second : les seules loxodromies planes sont donc les méridiens, les parallèles et l'équateur.

245. *Remarque II.* — La loxodromie étant une courbe gauche, il en résulte que si un navire partait de l'équateur en conservant un angle de route constant, différent de 0° et de 90°, il se rapprocherait de plus en plus du pôle, mais sans jamais l'atteindre.

246. *Latitude croissante.* — Étant donnée une latitude L, si l'on divise l'arc de méridien qui la mesure en un nombre infiniment grand de parties égales, et si l'on désigne par φ l'une de ces parties, on appelle *latitude croissante*, correspondant à la latitude L, l'expression :

$$\varphi(\sec\varphi + \sec 2\varphi + \sec 3\varphi + \ldots + \sec L).$$

Si donc l'on représente par L_c la latitude croissante correspondant à la latitude L, on a :

$$L_c = \varphi(\sec\varphi + \sec 2\varphi + \ldots + \sec L),$$

L_c étant exprimée au moyen de la même unité que celle qui a servi à évaluer φ.

La Table IV de Friocourt donne la valeur de L_c, en fonction de L, quand on prend pour unité une minute d'équateur.

L′ représentant une seconde latitude, plus grande que L, on aurait évidemment :

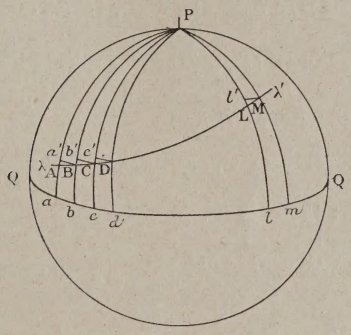
$$L'_c = \varphi[\text{séc}\,\varphi + \text{séc}\,2\varphi + \ldots + \text{séc}\,L + \text{séc}(L+\varphi) + \text{séc}(L+2\varphi) + \ldots + \text{séc}\,L]$$

et, par suite,

$$L'_c - L_c = \varphi[\text{séc}(L+\varphi) + \text{séc}(L+2\varphi) + \ldots + \text{séc}\,L'].$$

247. *Déterminer l'angle de route loxodromique à suivre pour aller d'un lieu donné dans un autre lieu donné.* — Soient A et M (*fig.* 75)

Fig. 75.



deux points situés sur la loxodromie λλ′. Désignons par (L, G) et (L′, G′) les coordonnées géographiques des points A et M et soit V l'angle que la loxodromie λλ′ forme avec les méridiens.

Si nous divisons l'arc AM en un nombre infiniment grand de parties égales, chacune de ces parties, telle que AB, sera infiniment petite et, par suite, pourra être considérée comme rectiligne.

Menons le méridien et les parallèles passant par chacun des points de division de l'arc AM : nous formons ainsi une suite de petits triangles A*a*′ B, B*b*′ C, ..., L *l*′ M qui peuvent être considérés comme rectilignes puisque leurs côtés sont infiniment petits. Comme ces triangles sont rectangles en *a*′, *b*′, *c*′, ..., *l*′, et ont leurs angles A, B, C, ..., L égaux à l'angle V, ils sont tous égaux comme ayant un angle aigu égal et les hypoténuses égales.

Ceci posé, représentons par φ les côtés égaux A*a*′, B*b*′, C *c*′, ..., L*l*′, de ces triangles qui représentent le *changement en latitude* de deux points de l'arc AM infiniment voisins. D'après un théorème connu,

nous avons :

$$\begin{aligned} ab &= a'\mathrm{B} \times \mathrm{séc}(\mathrm{L} + \varphi), \\ bc &= b'\mathrm{C} \times \mathrm{séc}(\mathrm{L} + 2\varphi), \\ cd &= c'\mathrm{D} \times \mathrm{séc}(\mathrm{L} + 3\varphi), \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, \\ lm &= l'\mathrm{M} \times \mathrm{séc}\,\mathrm{L}'. \end{aligned}$$

Si nous ajoutons ces égalités membre à membre, en remarquant que $a'\,\mathrm{B} = b'\,\mathrm{C} = \ldots = l'\,\mathrm{M}$ et que $ab + bc + \ldots + lm$ où am représente le *changement en longitude* des points A et M, il vient :

$$\mathrm{G}' - \mathrm{G} = a'\mathrm{B}[\mathrm{séc}(\mathrm{L} + \varphi) + \mathrm{séc}(\mathrm{L} + 2\varphi) + \ldots + \mathrm{séc}\,\mathrm{L}'].$$

Or, dans le triangle a'AB, on a :

$$a\,\mathrm{B} = \mathrm{A}a' \operatorname{tang} \mathrm{V} = \varphi \operatorname{tang} \mathrm{V}.$$

Donc :

$$\mathrm{G}' - \mathrm{G} = \operatorname{tang} \mathrm{V} \times \varphi[\mathrm{séc}(\mathrm{L} + \varphi) + \ldots + \mathrm{séc}\,\mathrm{L}'],$$

et, comme nous avons vu que :

$$\varphi[\mathrm{séc}(\mathrm{L} + \varphi) + \ldots + \mathrm{séc}\,\mathrm{L}'] = \mathrm{L}'_c - \mathrm{L}_c,$$

on obtient finalement la relation :

$$\mathrm{G}' - \mathrm{G} = (\mathrm{L}'_c - \mathrm{L}_c) \operatorname{tang} \mathrm{V},$$

d'où :

$$\operatorname{tang} \mathrm{V} = \frac{\mathrm{G}' - \mathrm{G}}{\mathrm{L}'_c - \mathrm{L}_c},$$

formule qui permet de calculer V connaissant L, G, L′, G′, c'est-à-dire les coordonnées géographiques des points de départ et d'arrivée.

En posant, selon l'usage $\mathrm{G}' - \mathrm{G} = g$ et $\mathrm{L}'_c - \mathrm{L}_c = l_c$, la formule précédente devient :

$$\operatorname{tang} \mathrm{V} = \frac{g}{l_c}. \tag{1}$$

248. *Distance de deux points situés sur un même arc de loxodromie.* — Reprenons la figure précédente. Les triangles Aa' B, Bb' C, ..., L l' M étant rectangles et rectilignes donnent :

$$\begin{aligned} a'\mathrm{A} &= \mathrm{AB} \cos \mathrm{V}, \\ b'\mathrm{B} &= \mathrm{BC} \cos \mathrm{V}, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots, \\ l'\mathrm{L} &= \mathrm{LM} \cos \mathrm{V}. \end{aligned}$$

Ajoutant ces relations membre à membre, il vient, en remarquant que

a' A + b' B +...+ l' L n'est autre chose que la différence l entre les latitudes L et L′ des points A et M :

$$l = \cos V(AB + BC + \ldots + LM),$$

c'est-à-dire, en représentant par m la distance AM :

$$l = m \cos V. \tag{2}$$

On en déduit :

$$m = \frac{l}{\cos V}, \tag{2'}$$

formule qui permet de calculer m connaissant l et V.

Les triangles Aa' B, Bb' C, ..., Ll' M donnent aussi :

$$\begin{aligned} a'B &= AB \sin V, \\ b'C &= BC \sin V, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ l'M &= LM \sin V. \end{aligned}$$

On en déduit, en ajoutant ces relations membre à membre :

$$a'B + b'C + \ldots + l'M = (AB + BC + \ldots + LM) \sin V = m \sin V,$$

c'est-à-dire, en désignant par e *le chemin Est-Ouest*, ou la somme a'B +...+ l'M des déplacements du navire parallèlement à l'équateur :

$$e = m \sin V, \tag{3}$$

de sorte que l'on a :

$$m = \frac{e}{\sin V}. \tag{3'}$$

Pour utiliser cette dernière formule, comme e n'est pas connu *a priori*, il faut l'exprimer en fonction des coordonnées des points A et M. On y arrive très facilement en divisant (3) par (2), ce qui donne :

$$\operatorname{tang} V = \frac{e}{l}, \tag{4}$$

et, comme nous avons trouvé précédemment :

$$\operatorname{tang} V = \frac{g}{l_c},$$

il en résulte que :

$$\frac{e}{l} = \frac{g}{l_c}, \qquad \text{d'où} \qquad e = \frac{gl}{l_c}.$$

Si maintenant nous remplaçons e par sa valeur dans la relation (3′), il vient

$$m = \frac{gl}{lc \sin V}, \tag{3''}$$

formule qui permet de calculer m, mais qu'on emploie rarement.

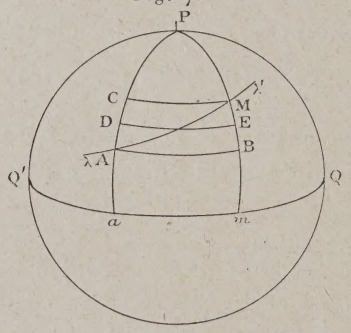
249. *Remarque.* — La formule

$$\operatorname{tang} V = \frac{e}{l}$$

nous montre que, si le chemin Est-Ouest e était connu, ou facile à déterminer, l'angle V pourrait s'obtenir sans avoir à faire usage de la Table des latitudes croissantes, plus simplement, par conséquent, qu'à l'aide de la formule (1).

Pour obtenir e on procède, pratiquement, de la manière suivante : soient encore A et M (*fig.* 76) deux points donnés situés sur une même

Fig. 76.



loxodromie $\lambda\lambda'$. Désignons par L et G les coordonnées géographiques de A, par L′ et G′ celles de M, et traçons les parallèles AB et CM de ces deux points. Il est clair que e, somme des déplacements Est-Ouest du navire, a une valeur intermédiaire entre celles des arcs AB et CM. Si donc DE est l'arc de parallèle équidistant de AB et de CM, on pourra poser, sans grande erreur,

$$e = \text{DE}.$$

D'ailleurs DE étant également éloigné de AB et de CM, la latitude $a\,\text{D} = \text{L}_m$ de ce parallèle a visiblement pour valeur :

$$\text{L}_m = \frac{a\,\text{C} + a\,\text{A}}{2} = \frac{\text{L} + \text{L}'}{2};$$

et, comme les arcs *am* et DE sont semblables, on peut écrire que :

$$am = \text{DE séc } L_m,$$

ou, en remarquant que $am = g$,

$$g = e \text{ séc } L_m.$$

On en déduit :

$$(5') \qquad e = \frac{g}{\text{séc } L_m},$$

et, par suite,

$$(4') \qquad \text{tang } V = \frac{g}{l \text{ séc } L_m},$$

formule très simple qui permet de calculer V, connaissant simplement les coordonnées géographiques des points de départ et d'arrivée.

Cette formule n'est pas rigoureusement exacte; mais comme les résultats qu'elle fournit sont toujours très sensiblement les mêmes que ceux obtenus par la formule (1), c'est toujours elle que l'on utilise dans la pratique; son emploi est d'ailleurs encore facilité par la Table V de Friocourt qui donne le facteur séc L_m.

250. *Remarque I.* — Lorsque les points A et M sont sur un même parallèle, on a exactement :

$$e = \frac{g}{\text{séc L}} = g \cos L,$$

et, si les deux points sont sur l'équateur :

$$e = g.$$

251. *Remarque II.* — Dans toutes les formules précédentes g, l_c, l, m et e doivent être évalués au moyen de la même unité. L'unité généralement adoptée pour évaluer les distances en mer est le *mille marin* qui représente la longueur d'un arc de méridien de 1′, c'est-à-dire $1852^{m},2$.

252. *Remarque III.* — En résumé, les formules :

$$\text{tang } V = \frac{g}{l_c}, \qquad m = \frac{l}{\cos V}, \qquad m = \frac{e}{\sin V}, \qquad e = \frac{gl}{l_c}$$

permettent de calculer rigoureusement l'angle de route à suivre et la distance à parcourir pour se rendre d'un lieu à un autre, en suivant la loxodromie qui joint ces deux points.

Les formules :

$$\operatorname{tang} V = \frac{e}{l}, \qquad e = \frac{g}{\operatorname{séc} L_m}, \qquad m = \frac{l}{\cos V}, \qquad m = \frac{e}{\sin V}$$

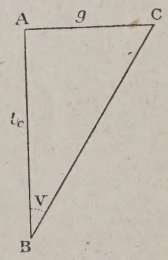
permettent de résoudre la même question d'une manière approchée, mais suffisamment exacte dans la pratique.

253. *Représentation graphique des formules loxodromiques.* — 1° Nous avons démontré en premier lieu la relation :

$$\operatorname{tang} V = \frac{g}{l_c}. \tag{1}$$

Cette formule nous montre que, si l'on construit un triangle rectangle ABC (*fig.* 77) ayant pour côtés de l'angle droit AC = g et

Fig. 77.



AB = l_c, l'angle ABC de ce triangle, opposé au côté AC, sera l'angle V.

En construisant ce triangle, on peut donc déterminer V sans aucun calcul, à l'aide de la règle et du rapporteur, de sorte que le triangle ABC représente, graphiquement, la formule précédente.

2° Nous avons vu également que l'on avait les relations :

$$l = m \cos V, \qquad e = m \sin V, \qquad \operatorname{tang} V = \frac{e}{l}.$$

Or, si l'on construit un triangle A′ B′ C′ (*fig.* 78), dans lequel l'angle B′ soit égal à V et le côté A′ B′ à l, l'hypoténuse B′ C′ et le côté A′ C′ représenteront, l'une m, l'autre e.

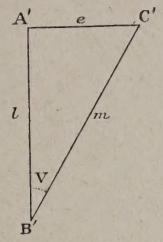
Le triangle A′ B′ C′ est donc la traduction graphique des trois formules précédentes et permet, par suite, d'obtenir sans calcul l'un quelconque des éléments m, e, l, V, connaissant deux d'entre eux.

3° Enfin, la formule approchée :

$$e = \frac{g}{\sec L_m} = g \cos L_m ,$$

peut aussi se représenter par un triangle rectangle A'' B'' C'' (*fig.* 79).

Fig. 78.



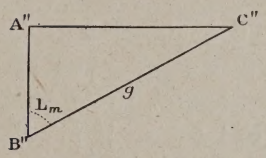
On voit, en effet, que si l'on construit ce triangle de telle sorte que :

$$A''B''C'' = L_m \qquad \text{et} \qquad B''C'' = g,$$

on aura :

$$A''B'' = g \cos L_m = e.$$

Fig. 79.



254. *Quartier de réduction.* — Cette propriété des formules loxodromiques de pouvoir se représenter graphiquement au moyen de triangles rectangles, a fait imaginer un instrument très simple, appelé *quartier de réduction*, qui permet d'obtenir sans calcul, par de simples lectures, l'un quelconque des éléments qui figurent dans les formules précédentes en fonction des deux autres éléments auxquels il se trouve lié.

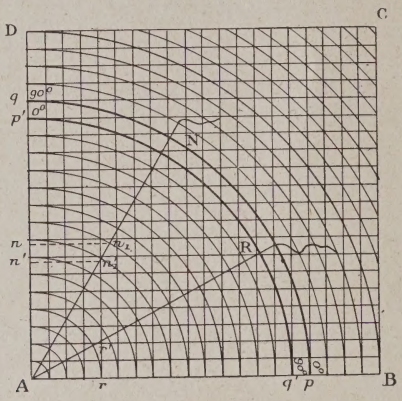
Cet instrument se compose d'un carton carré ABCD (*fig.* 80), quadrillé comme l'indique la figure.

Des arcs de cercles, ayant A pour centre, passent par les divers points de division des côtés, et un fil, dont l'extrémité, est fixée en A, peut être tendu à volonté de manière à former, soit avec AB, soit avec AD, un angle aigu quelconque qui s'évalue aisément au

moyen de deux arcs pq et $p'q'$ gradués en degrés et en sens inverse l'un de l'autre.

L'usage de cet instrument est des plus simples et se comprend à première vue. Montrons, par exemple, comment il faudrait l'utiliser

Fig. 80.



pour déterminer la route à suivre et la distance à parcourir pour se rendre d'un lieu donné dans un autre lieu donné.

1° *Méthode exacte.* — Connaissant les coordonnées géographiques des points de départ et d'arrivée, on en déduit l, g et l_c. Ceci fait, prenons sur AD une longueur An renfermant autant de divisions qu'il y a d'unités dans l_c, puis, sur la parallèle à AB passant par le point n, prenons un nombre de divisions nn_1 égal à g. Si nous tendons le fil suivant An_1, il est clair qu'il suffira de lire l'arc p' N pour avoir la valeur de V, puisque, par le fait, nous venons de construire le triangle rectangle qui représente la formule $\text{tang V} = \frac{g}{l_c}$.

Pour avoir m, tout en laissant le fil tendu suivant AN, prenons An' égal à l divisions, puis menons $m'\,n'_1$ parallèle à AB.

En évaluant An'_1, ce qui est facile à cause des arcs ayant A pour centre commun, nous aurons m, puisque le triangle A $n'\,n'_1$, que nous venons de construire, est celui qui représente la formule $m = \frac{l}{\cos \text{V}}$.

2° *Méthode approchée.* — Puisque l'on connaît les coordonnées géographiques des points de départ et d'arrivée, on connaît aussi l, g et L_m. Si donc nous tendons le fil de manière à former un angle RAB, égal à L_m, et si nous portons ensuite le long de ce fil un nombre de

divisions Ar', égal à g, nous aurons, en Ar, la valeur de e. Connaissant e, nous prendrons $An' = l$ et $n'n'_1 = e$, puis nous tendrons le fil suivant an'_1 N : nous aurons l'angle V en évaluant l'arc p' N, et m en mesurant $A\,n'_1$. Les opérations que nous avons effectuées n'ont eu, en effet, d'autre but que de construire les triangles représentant les formules :

$$e = \frac{g}{\text{séc}\,L_m}, \qquad \text{tang}\,V = \frac{e}{l}, \qquad m = \frac{l}{\cos V}.$$

255. *Table de point.* — La Table IV de Friocourt, appelée aussi *Table de point*, permet également de résoudre très simplement et très rapidement la question qui nous occupe. Cette Table n'est, en effet, que le relevé des résultats obtenus en résolvant le triangle rectangle de la figure 78 dont on a fait varier les éléments V et m dans des limites déterminées, c'est-à-dire V de 0° à 90° et m de 0 à 180 milles.

Toutes les formules loxodromiques, étant susceptibles d'être représentées par des triangles rectangles, pourront donc se calculer à l'aide de cette Table.

L'usage de la Table IV se trouve expliqué en détail dans l'ouvrage de M. Friocourt : nous prions le lecteur de s'y reporter.

256. *Remarque.* — Lorsque l'on calcule les formules loxodromiques par le quartier de réduction ou par la Table de point, il peut arriver que les éléments connus soient trop grands pour pouvoir être mesurés sur le quartier ou indiqués par les Tables.

On se contente alors de résoudre un triangle semblable au triangle donné, mais ayant des côtés 2, 3, ..., n fois plus petits.

Il est clair que l'on n'aura ensuite qu'à multiplier les résultats trouvés par 2, 3, ..., n pour avoir les éléments demandés, sauf bien entendu les angles qui restent les mêmes.

II. — CARTES MARINES.

257. Nous venons de montrer comment on peut s'y prendre pour déterminer la route à suivre et la distance à parcourir pour aller d'un lieu donné dans un autre lieu donné, en suivant un arc de loxodromie.

Mais il faut aussi pouvoir s'assurer que la route suivie n'est pas dangereuse et, pour cela, savoir exactement dans quels parages elle

doit faire passer. Il est donc indispensable de posséder une représentation aussi fidèle et aussi détaillée que possible de la surface de la Terre et des mers.

La Terre étant à peu près sphérique, on a été tout naturellement porté à la représenter par un globe que l'on construirait en suivant la même marche que pour construire un globe céleste. Cette manière de représenter la surface terrestre serait assurément de beaucoup la plus parfaite; mais, si l'on voulait faire figurer sur ce globe les détails simplement indispensables, il faudrait lui donner des dimensions telles qu'il deviendrait impossible de s'en servir.

On a donc été obligé d'avoir recours aux *cartes*, qui sont la représentation, sur un plan, de régions terrestres plus ou moins étendues; mais, comme la surface d'une sphère ne peut pas se développer sur un plan, il en résulte forcément que toute représentation cartographique de la surface terrestre entraînera une déformation plus ou moins grande de l'aspect des contrées représentées.

Dans les cartes marines, la déformation de l'aspect d'une contrée n'offre pas d'inconvénients bien sérieux : *ce que l'on a cherché à obtenir au moyen de ces cartes, c'est un mode de représentation tel, que les loxodromies soient figurées par des lignes droites et que les angles des loxodromies avec les méridiens soient conservés.*

Proposons-nous donc de construire une carte répondant à ces deux conditions : la première exige, tout d'abord, que les méridiens, les parallèles et l'équateur, qui sont des loxodromies, soient représentés par des droites; la deuxième exige, ensuite, que les droites qui représentent les méridiens soient perpendiculaires sur celles qui représentent l'équateur et les parallèles.

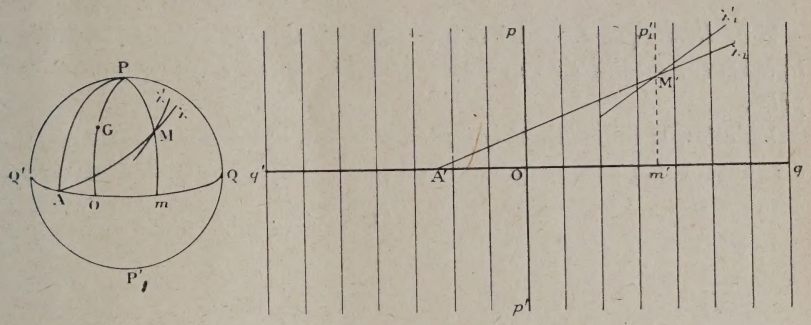
Soit donc qq' (*fig.* 81) une droite dont la longueur représente le développement de l'équateur terrestre : si nous divisons QQ′ et qq' en 360 parties égales, il résulte de ce que nous venons de dire que nous aurons la représentation des 360 méridiens terrestres, sur la carte, en menant, par chacun des points de division de qq', des perpendiculaires à cette droite.

Par suite, si O est le milieu de qq', le premier méridien PO sera représenté par la droite pOp', puisque les longitudes se comptent de part et d'autre du premier méridien de 0° à 180°.

Cherchons maintenant comment les divers points de la surface terrestre doivent être reportés sur la carte : pour cela, soient A un point de l'équateur, M un point quelconque dont nous désignerons la latitude par L, et AM l'arc de loxodromie qui joint ces deux points.

Supposons la carte construite, et soient A′ et M′ les points qui représentent A et M : les loxodromies étant, par hypothèse, figurées par des lignes droites et les angles de route conservés, A′ M′ est la

Fig. 81.



représentation de AM, l'angle constant que cette droite forme avec les divers méridiens de la carte étant égal à V, c'est-à-dire à l'angle constant que la loxodromie AM forme avec les méridiens sur le globe.

Traçons sur le globe et sur la carte les méridiens des points A et M : il résulte d'abord de la construction même du canevas de la carte que A′ m' n'est autre chose que le changement en longitude g pour aller de A en M, les points A′ et m' étant obtenus en portant, à partir du point O et dans le sens convenable, des longueurs renfermant autant de divisions que les longitudes des points A et M comprennent de degrés. Pour connaître entièrement la loi de construction d'une carte marine, il suffit donc de savoir évaluer la longueur m' M′ qui représente la latitude du point M. Or, le triangle rectangle A′ M′ m' donne :

$$A'm' = m'M' \operatorname{tang} A'M'm',$$

c'est-à-dire, puisque l'angle A′ M′ m' n'est autre chose que V :

$$g = m'M' \operatorname{tang} V.$$

On en déduit :

$$m'M' = \frac{g}{\operatorname{tang} V},$$

et, comme nous savons que le second membre de cette relation est la valeur de L_c, il en résulte que :

$$m'M' = L_c.$$

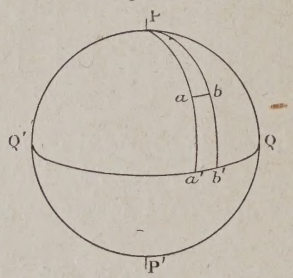
On voit donc que les divers points de la surface terrestre doivent être

reportés sur la carte à l'aide de leurs longitudes et de leurs latitudes croissantes, conditions faciles à réaliser, puisque les tables de latitudes croissantes sont construites en prenant pour unité la minute d'équateur.

258. *Remarque I.* — Il est facile de voir que, sur une carte marine, *la longueur du mille va en croissant à mesure que l'on se rapproche des pôles.*

En effet, le mille étant, comme on le sait, la longueur d'une minute d'équateur, supposons que l'arc *ab* (*fig.* 82) du parallèle de latitude L

Fig. 82.



ait une longueur égale à un mille équatorial et traçons les méridiens P*aa'* et P*bb'* des points *a* et *b*.

Il résulte de ce que nous avons dit au paragraphe précédent que, sur la carte, la longueur de l'arc *ab* est représentée par l'arc d'équateur *a' b'*, de sorte que si nous désignons par *m* le mille équatorial *ab* et par *m'* le mille par une latitude L, sur la carte, c'est-à-dire *a' b'*, on a, puisque les arcs *ab* et *a' b'* sont semblables :

$$m' = m \sec L,$$

ce qui montre bien que *m'* est plus grand que *m*, puisque sécL est plus grande que 1. Cette relation nous montre aussi que *m'* est d'autant plus grand que la latitude L est plus élevée : en particulier, lorsque L est très voisine de 90°, sécL étant alors infiniment grande, la longueur du mille devient infinie.

Il résulte de là qu'il est impossible de représenter, sur une carte marine, les régions voisines des pôles : cela n'a du reste aucun inconvénient, puisque l'on ne navigue pas, habituellement, par des latitudes supérieures à 65° ou 70°.

259. *Remarque II.* — Pour faciliter la lecture des cartes, on trace

habituellement des parallèles espacés d'un même nombre de degrés et l'on inscrit les latitudes de ces parallèles aux points où ils viennent rencontrer les méridiens extrêmes tracés sur les bords de la carte.

De plus, entre les points d'aboutissement de deux parallèles consécutifs quelconques, on trace, sur les méridiens extrêmes, une échelle dite *échelle de latitude*, dont les divisions correspondent aux latitudes intermédiaires, de minute en minute généralement.

260. *Remarque III.* — Puisque les angles que les loxodromies forment avec les méridiens sont les mêmes sur le globe et sur la carte, il en résulte nécessairement que l'angle de deux loxodromies quelconques est aussi le même sur le globe et sur la carte.

Soient, en effet, deux loxodromies $M\lambda$ et $M\lambda'$ (*fig.* 81) se coupant au point M sur le globe, $M'\lambda_1$ et $M'\lambda'_1$ les droites qui représentent ces deux loxodromies sur la carte. On a donc :

$$PM\lambda = V = p'_1 M'\lambda_1, \qquad PM\lambda' = V' = p'_1 M'\lambda'_1,$$

et, par suite,

$$\lambda M\lambda' = PM\lambda - PM\lambda' = V - V',$$
$$\lambda' M'\lambda'_1 = p'_1 M'\lambda_1 - p'_1 M'\lambda'_1 = V - V',$$

de sorte que :

$$\lambda M\lambda' = \lambda_1 M'\lambda'_1.$$

261. *Remarque IV.* — Il résulte de la remarque précédente que l'angle de deux courbes quelconques, tracées sur le globe, est le même que l'angle de ces deux courbes reportées sur la carte.

En effet, on peut toujours, sur la sphère terrestre, tracer, par le point d'intersection des deux courbes, deux loxodromies qui leur soient tangentes : l'angle des deux courbes étant alors le même que celui des deux loxodromies et ce dernier étant conservé sur la carte, il en est évidemment de même de l'angle des deux courbes.

262. *Remarque V.* — Il résulte des remarques précédentes qu'une région de très faible étendue est semblable à sa représentation sur la carte. En effet, sur le globe, la région en question peut être considérée comme un polygone formé d'éléments de loxodromies infiniment petits, c'est-à-dire rectilignes : sur la carte, elle est par conséquent représentée par un polygone ayant ses angles égaux à ceux du précédent (261). De plus, comme on peut considérer la longueur du mille comme invariable, pour une région de très faibles dimensions, les

côtés des deux polygones sont proportionnels : la région considérée est donc bien semblable à la partie de la carte qui la représente.

263. *Disposition des cartes marines.* — Les cartes marines, inventées en 1556 par Mercator, sont construites d'après les principes que nous venons d'indiquer, et l'on conçoit sans peine les services inappréciables qu'elles rendent continuellement aux Navigateurs, en leur permettant de tracer très simplement et très rapidement la route suivie par le navire, et en leur indiquant toutes les particularités des régions qu'elle doit traverser.

Les cartes marines indiquent, en effet, le contour des côtes, leurs points remarquables, leurs feux, les balises, les écueils, les courants, les sondes rapportées au niveau des plus basses mers (*zéro des cartes françaises*), la couleur et la nature du fond, etc.

Elles sont appelées *cartes à petits points* ou *routiers, cartes à grands points* ou *cartes générales ; cartes à très grands points* ou *cartes particulières*, suivant la grandeur de l'échelle adoptée et, par suite, suivant l'étendue de la surface représentée.

Les bords horizontaux inférieur et supérieur de la carte sont gradués en longitude, tandis que les deux côtés verticaux sont gradués en latitude.

La graduation des bords horizontaux constitue l'*échelle des longitudes ;* la graduation des côtés verticaux forme l'*échelle des latitudes.*

Nous allons voir que les cartes marines permettent de résoudre très simplement et sans aucun calcul le premier problème de navigation.

Usage des cartes marines.

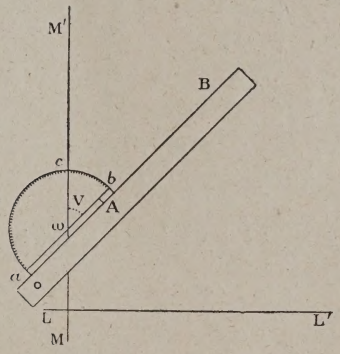
264. Problème I. — *Porter un point sur la carte connaissant ses coordonnées géographiques.* — Pour résoudre ce problème il suffit, évidemment, de tracer le méridien et le parallèle qui correspondent, sur les échelles de la carte, aux coordonnées du point donné : l'intersection de ces deux droites sera le point demandé.

265. Problème II. — *Trouver les coordonnées géographiques d'un point porté sur la carte.* — Pour résoudre ce problème il suffit, évidemment, de mener le méridien et le parallèle du point donné, et de lire sur les échelles de latitude et de longitude les coordonnées demandées.

266. Problème III. — *Déterminer l'angle de route à suivre pour se rendre d'un lieu à un autre en suivant un arc de loxodromie.* — Soient A (*fig.* 83) le point de départ et B le point d'arrivée reportés sur la carte.

Les loxodromies étant représentées, sur la carte, par des lignes droites, si nous traçons AB, cette droite représente le chemin que devra suivre le navire pour aller de A en B.

Fig. 83.



De plus, comme les angles tracés sur le globe sont conservés sur la carte, nous aurons l'angle de route demandé en évaluant, à l'aide d'un rapporteur, l'angle V que AB forme avec le méridien le plus voisin, MM', tracé sur la carte.

Pratiquement, on place une règle plate le long de AB et l'on fait glisser le rapporteur contre la règle jusqu'à ce que son centre ω se trouve sur le méridien MM' : il n'y a plus alors qu'à lire la division *c* du rapporteur qui coïncide avec le méridien.

267. Problème IV. — *Déterminer la distance loxodromique de deux points donnés.* — Soient A et B (*fig.* 84) les points donnés reportés sur la carte.

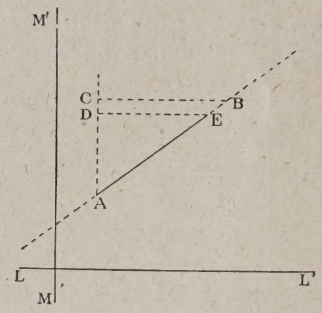
Si nous traçons la route loxodromique AB qui joint les deux points, nous venons de voir que l'angle CAB n'est autre chose que l'angle de route V qu'il faut suivre pour aller de A en B.

l étant la différence en latitude de ces deux points, prenons *sur l'échelle des longitudes* (échelle de parties égales) un nombre de divisions égal à *l* et portons la longueur ainsi obtenue en AD, sur le méridien du point A, puis, par le point D, menons DE parallèle à CB. La distance exacte sera AE, *évaluée au moyen de l'échelle des longi-*

tudes, car le triangle ADE donne :

$$AE = \frac{AD}{\cos V},$$

Fig. 84.

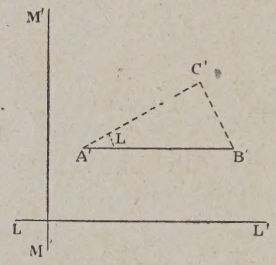


ou, puisque AD représente *l*, à l'échelle adoptée :

$$AE = \frac{l}{\cos V} = m.$$

268. *Cas particuliers.* — 1° Les deux points donnés A′ et B′

Fig. 85.



(*fig.* 85) sont situés sur le même parallèle. — Dans ce cas la formule :

$$m = \frac{e}{\sin V}$$

devient, puisque V est égal à 90°,

$$m = e.$$

De plus, comme A′ B′ est parallèle à l'équateur et représente, sur la carte, la différence en longitude *g* des points A′ et B′, on a :

$$e = g \cos L.$$

Par conséquent, si nous formons en A′ un angle B′ A′ C′ égal à L et si, du point B′, nous abaissons B′ C′ perpendiculaire sur A′ C′, le triangle B′A′C′ donne :

$$A'C' = g \cos L = e = m.$$

Il suffit donc, pour avoir m, d'évaluer A′ C′ à la même échelle que A′ B′, c'est-à-dire *à l'échelle des longitudes.*

2° Les deux points donnés A″ et B″ (*fig.* 86) sont sur le même méridien. — La formule :

$$m = \frac{l}{\cos V},$$

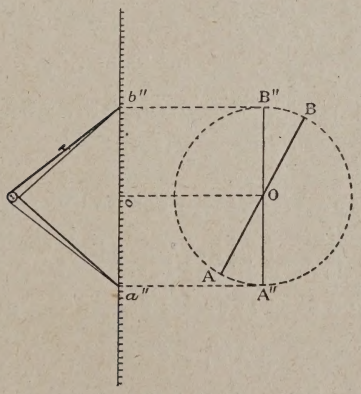
devient ici, puisque V = 0°,

$$m = l.$$

Il en résulte que, pour avoir m, il suffit de lire, sur l'échelle des latitudes, le nombre de minutes intercalées entre les parallèles des points A″ et B″.

269. *Remarque.* — Lorsque les deux points A et B (*fig.* 86) dont

Fig. 86.



on désire connaître la distance ne sont pas très éloignés, les Marins emploient, de préférence, le procédé suivant, qui n'est pas très rigoureux, mais qui est expéditif et suffit dans la pratique : on prend à vue le milieu O de AB et le point *o* de l'échelle des latitudes qui lui correspond. Au moyen d'un compas on porte ensuite, sur l'échelle des latitudes, une longueur égale à AB, en ayant soin de placer les pointes à peu près à égale distance du point *o*.

En lisant sur l'échelle de latitude le nombre de minutes interceptées entre les pointes du compas, on aura une valeur approchée de m.

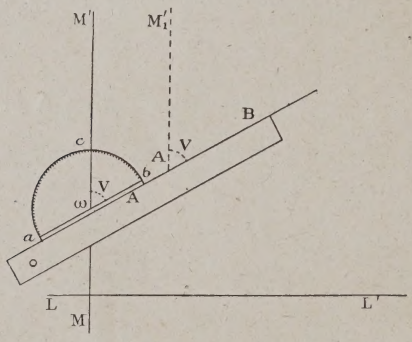
Ce procédé revient, en définitive, à considérer la longueur du mille comme invariable dans la région comprise entre les points A et B, ce qui ne peut évidemment s'admettre, sans erreur sensible, que si ces deux points ne sont pas trop éloignés l'un de l'autre.

Si les deux points A et B étaient très éloignés, on partagerait la distance qui les sépare en plusieurs parties que l'on évaluerait ensuite séparément, comme nous venons de l'indiquer.

270. Problème V. — *Mener une droite passant par un point donné et faisant avec les méridiens un angle* V.

1° Le point donné A (*fig.* 87) est voisin d'un méridien tracé sur

Fig. 87.



la carte. — Plaçons un rapporteur contre une règle plate, puis faisons tourner l'ensemble formé par ces deux instruments autour de A jusqu'à ce que l'angle $b\omega c$, lu sur le rapporteur, soit égal à V. En traçant la droite AB, on aura la droite demandée, puisque :

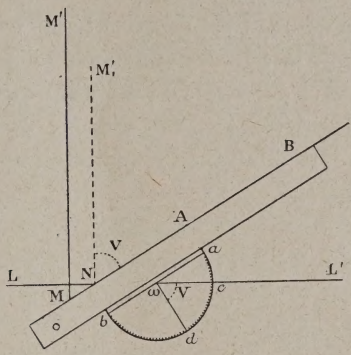
$$\mathrm{BAM'_1} = b\omega c = \mathrm{V}.$$

2° Le point A (*fig.* 88) est voisin d'un parallèle tracé sur la carte. — Plaçons un rapporteur contre une règle plate et faisons encore tourner l'ensemble des deux instruments autour de A, jusqu'à ce que l'angle $a\omega c$, lu sur le rapporteur, soit égal à 90° — V, ou l'angle $d\omega c$ égal à V.

En traçant la droite AB, on aura la droite demandée, puisque les angles $\mathrm{M'_1NB}$ et $d\omega c$ sont égaux comme ayant leurs côtés perpendiculaires.

271. *Remarque.* — Il est clair que, si le point A était très voisin d'un méridien ou d'un parallèle, il serait inutile de se servir de la

Fig. 88.



règle : le côté rectiligne du rapporteur en tiendrait lieu. Si donc, on a soin de se munir d'un rapporteur d'environ $0^m,20$ de diamètre, l'emploi d'une règle sera inutile la plupart du temps.

272. *Lecture des cartes françaises.* — Toutes les cartes sont orientées le Nord en haut et les longitudes y sont rapportées au méridien de Greenwich.

Ces cartes représentent tout ce qui est visible au moment des plus basses mers.

Les sondes et les altitudes sont exprimées en mètres et rapportées au niveau des plus basses mers; les feux font, toutefois, exception à cette règle : leurs hauteurs sont rapportées, en effet, au niveau des plus hautes mers.

Les relèvements, les alignements, les directions des courants et des vents sont rapportés au méridien vrai.

Les déclinaisons marquées sur une carte se rapportent au millésime indiqué dans l'avertissement; la carte en indique généralement les variations annuelles probables.

Les hauteurs (au-dessus du zéro des cartes) des bancs de sable, plages, bancs de roche ou de vase, etc., qui couvrent et découvrent, sont indiquées par des chiffres italiques soulignés.

Dans les parages à marées, la hauteur d'un rocher isolé, au-dessus du zéro, s'indique par un chiffre droit souligné et mis entre parenthèses.

Les sondes sont inscrites en chiffres italiques et exprimées en mètres

et décimètres pour les profondeurs inférieures à 10^m; en mètres seulement pour les profondeurs supérieures à 10^m.

Une sonde surmontée d'un trait indique que l'on n'a pas trouvé le fond à la profondeur indiquée.

La direction d'un courant est représentée par une flèche : s'il s'agit d'un courant général, la flèche est barbelée des deux côtés; elle est barbelée d'un seul côté s'il s'agit d'un courant de flot; elle n'est barbelée d'aucun côté s'il s'agit d'un courant de jusant. Quant à la vitesse du courant, son maximum, exprimé en nœuds et dixièmes, est écrit le long de la flèche.

Pour attirer l'attention sur un danger isolé de peu d'étendue, on l'entoure d'un trait pointillé; on signale de la même manière les fonds qui peuvent être dangereux par mauvais temps, ainsi que les roches isolées voisines de la côte.

Une croix entourée de points indique une roche dangereuse isolée. Une sonde entourée de points et marquée R indique une roche dangereuse qui ne découvre jamais.

Un banc de roches ou de coraux est représenté par un groupe de croix entouré de points.

Un banc de sable dangereux est indiqué par un trait pointillé accompagné de la lettre S.

Un alignement indiquant une passe est formé de deux traits parallèles très rapprochés dans toute la partie que doit suivre le navire; au delà, l'alignement est continué par un simple trait.

Un feu flottant est indiqué par un bateau muni d'autant de mâts et de boules qu'il y a de feux.

Les bouées, balises, tourelles, phares, sémaphores, églises et moulins à vent sont représentés en élévation et avec leur aspect normal.

Tous les détails qui précèdent ne se rencontrent que dans les cartes particulières. Dans les cartes à grands points, appelées encore *cartes d'atterrage*, on ne conserve que les détails les plus importants, mais on indique, par des cercles, la portée moyenne de chaque feu; quant à la côte, elle est indiquée par un simple trait si elle est basse, par un trait double si elle est élevée.

Enfin, dans les cartes à petits points (routiers), on ne conserve que les indications nécessaires pour la navigation de haute mer : la côte se réduit à une simple ligne et l'on n'indique que les rochers, îlots et bancs du large, ainsi que les feux importants.

273. *Lecture des cartes anglaises.* — L'emploi des cartes anglaises,

au lieu de nos cartes françaises, exige que l'on ne perde pas de vue certaines particularités importantes, savoir :

1° L'*échelle* est divisée en *milles marins* et en *encablures*, l'encablure étant la dixième partie du mille, soit 185^{m}.

2° Les *sondes*, au lieu d'être rapportées au niveau des plus basses mers, sont rapportées au niveau des basses mers de vives eaux moyennes dont le coefficient, comme nous le verrons plus loin, est 94 au lieu de 120.

Il résulte de là qu'aux époques de grandes marées, *on peut, sur un fond donné, trouver moins d'eau que n'en indiquent les cartes anglaises : la différence peut atteindre* 1^{m}.

De plus, les sondes ne sont pas exprimées en mètres, mais tantôt en brasses (fathoms) et tantôt en pieds (feet) : l'unité de mesure adoptée est indiquée sous le titre de la carte.

Il faudra donc se rappeler que la brasse vaut $1^{m},83$ et le pied $0^{m},30$.

Ne pas oublier, également, que les nombres placés entre parenthèses, à côté des roches, barres, etc., indiquent tantôt la hauteur de ces roches et barres au-dessus du niveau de la basse mer, tantôt leur niveau au-dessus du niveau de la haute mer ; il est, par suite, essentiel de lire l'avis qui est donné, à ce sujet, au-dessous du titre de la carte.

3° Les *relèvements* indiqués sur la carte sont des relèvements magnétiques et non des relèvements vrais.

4° Les conventions relatives aux *courants* sont les mêmes que pour les cartes françaises. La vitesse de ces courants est exprimée en nœuds (knots) et fractions ; elle se rapporte au 1^{er}, 2^{e}, 3^{e} et 4^{e} quart de la marée, selon que l'on trouve, à côté du chiffre indiquant la vitesse, les notations 1^{st} Q^{r}, 2^{nd} Q^{r}, 3^{rd} Q^{r}, 4^{th} Q^{r}.

A la fin de l'*Annuaire des Marées*, recueil dont nous parlerons en détail un peu plus loin, on trouve des Tables pour la conversion des mesures anglaises en mesures françaises, ainsi que la nomenclature des abréviations employées sur les cartes anglaises.

III. — MARÉES.

274. *Définition.* — Abstraction faite des ondulations accidentelles plus ou moins fortes que l'action des vents produit à sa surface, le niveau de l'eau, dans les mers d'une grande étendue, est animé d'un

mouvement continu et périodique d'élévation ou d'abaissement, qui constitue ce que l'on appelle le *phénomène des marées.*

Les cartes marines françaises, comme nous l'avons vu précédemment, indiquent les sondes qui, par mesure de précaution, sont rapportées au niveau des plus basses mers de chaque localité : il peut donc très bien arriver qu'un navire puisse, à certains moments, passer dans des parages où les cartes indiquent un *brassiage* insuffisant, ce qui est très avantageux dans certains cas, et peut abréger considérablement une traversée.

Il est par suite indispensable pour le Navigateur d'étudier le phénomène des marées et d'en connaître les lois.

275. *Description du phénoméne.* — Imaginons que l'on ait dressé, dans un lieu où la marée se fait sentir, une échelle verticale graduée en décimètres.

Si l'on suit sur cette échelle les variations de hauteur du niveau de l'eau, on constate que la mer s'élève graduellement pendant environ 6 heures : c'est là la période de *flux* ou *flot.*

Parvenu à une certaine hauteur, d'ailleurs variable d'un jour à l'autre, le niveau de l'eau cesse de monter : on dit alors que la mer est haute ou qu'il y a *pleine mer.*

On voit ensuite le niveau de l'eau s'abaisser continuellement pendant environ 6 heures : c'est la période de *reflux* ou *jusant.*

A la fin de cette période on voit le niveau de l'eau cesser de descendre : on dit alors que la mer est basse ou qu'il y a *basse mer.*

A partir de ce moment on voit les mêmes alternatives de montée ou de descente du niveau de la mer se reproduire indéfiniment dans le même ordre.

Lorsque la mer est haute, le niveau de l'eau ne baisse qu'après être resté stationnaire quelques instants : le temps pendant lequel le niveau de l'eau reste fixe, au moment d'une pleine mer, s'appelle l'*étale de haute mer.*

De même, lorsque la mer est basse, le niveau de l'eau reste stationnaire pendant quelques instants avant de commencer à s'élever : le temps pendant lequel le niveau de l'eau reste fixe, au moment d'une basse mer, s'appelle l'*étale de basse mer.*

On appelle *heure d'une pleine ou d'une basse mer* l'instant milieu de l'étale correspondante.

Enfin, on appelle *grandeur, marnage* ou *amplitude d'une marée,* l'élévation de la pleine mer au-dessus de la basse mer précédente.

Si l'on a pris soin de noter les heures des pleines et basses mers, on remarque que l'intervalle de temps qui sépare deux pleines mers ou deux basses mers consécutives a pour valeur moyenne $12^h\,25^m$; il y a par suite deux marées complètes en $24^h\,50^m$, c'est-à-dire (Astronomie, 297) dans l'espace de temps qui correspond au jour lunaire moyen.

On remarque aussi que les heures des pleines mers, en un lieu quelconque, sont, à peu près, les heures des passages de la Lune au méridien supérieur et inférieur de ce lieu.

De plus, on constate que les hauteurs des pleines mers ne sont pas les mêmes dans tous les lieux et qu'elles varient d'un jour à l'autre dans une même localité; que, sur les côtes de France, les marées les plus fortes ont lieu 36 heures après une syzygie du Soleil et de la Lune; que les marées les plus faibles ont lieu également 36 heures après les quadratures de ces deux astres; que les marées de syzygies sont d'autant plus fortes et celles de quadrature d'autant plus faibles que le Soleil et la Lune sont, à ce moment, plus voisins de l'équateur; enfin, que plus le niveau de l'eau s'est élevé au moment d'une pleine mer et plus il s'abaisse à la basse mer suivante.

Les marées de syzygies sont dites des marées de *vive eau* et celles de quadratures, marées de *morte-eau*.

276. *Explication élémentaire du phénomène des marées.* — Tout ce que nous venons de dire nous montre que le phénomène des marées est intimement lié au mouvement du Soleil et de la Lune autour de la Terre, l'influence de la Lune étant plus considérable que celle du Soleil.

Nous allons voir, en effet, que ce sont bien la Lune et le Soleil qui déterminent les marées, et que l'action attractive de ces astres sur les eaux de la mer explique très bien tous les phénomènes que nous venons de constater.

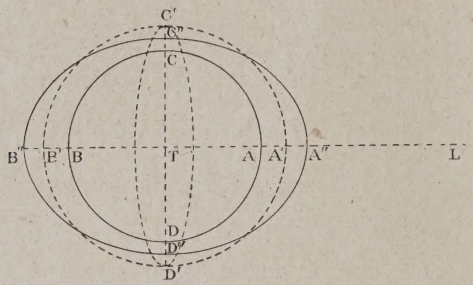
Considérons d'abord la seule influence de la Lune : menons un plan quelconque passant par les centres T et L de la Terre et de la Lune et soit C′ D′ (*fig.* 89) l'intersection de la sphère terrestre, recouverte d'eau, par un plan perpendiculaire à TL, mené par le centre T de la Terre.

En vertu de la loi d'attraction universelle, découverte par Newton, les molécules d'eau qui se trouvent sur l'hémisphère A′C′D′ sont attirées par la Lune avec une force d'autant plus grande qu'elles sont plus voisines de cet astre, c'est-à-dire du point A′. Pour la même

raison, dans l'hémisphère B′ C′ D′, les molécules liquides sont d'autant moins attirées par la Lune qu'elles sont plus rapprochées du point B′.

Il résulte évidemment de là que la pression qui s'exerce sur la surface libre des mers est maximum dans les régions traversées par le grand cercle C′ D′ et minimum en A′ et en B′.

Fig. 89.



L'eau qui recouvre les régions traversées par le grand cercle C′ D′ s'écoule donc vers les points A′ et B′, déterminant ainsi deux protubérances dont les sommets A″ et B″ sont situés sur la ligne LT, qui joint le centre de la Terre au centre de la Lune.

Comme la Lune tourne autour de la Terre en $24^h\,50^m$ en moyenne, les deux protubérances liquides sont elles-mêmes entraînées dans le même sens, et font le tour de la Terre dans le même intervalle de temps : on voit bien, par conséquent, qu'en un lieu quelconque il doit y avoir pleine mer chaque fois que la Lune passe au méridien supérieur ou inférieur, c'est-à-dire toutes les $12^h\,25^m$, et basse mer, chaque fois que la Lune traverse l'horizon de ce lieu, c'est-à-dire également toutes les $12^h\,25^m$.

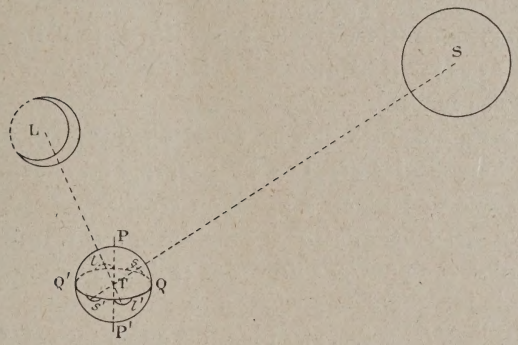
Enfin, comme il doit s'écouler $6^h\,12^m$ environ entre le moment où la Lune passe au méridien supérieur et le moment où elle traverse l'horizon, il s'ensuit qu'il doit s'écouler également $6^h\,12^m$ environ entre l'heure d'une pleine mer et celle de la basse mer suivante et que, pendant cet intervalle de temps, le niveau de l'eau doit baisser constamment, ce qui concorde bien avec ce que nous avons constaté.

277. *Influence simultanée de la Lune et du Soleil sur le phénomène des marées.* — Tout ce que nous venons de dire à propos de la Lune peut évidemment se répéter à propos du Soleil; mais, comme cet astre est beaucoup plus éloigné de la Terre, son action est bien

moindre que celle de la Lune : elle est loin cependant d'être négligeable et nous allons voir que l'action combinée des deux astres explique toutes les particularités présentées par le phénomène des marées.

Soient en effet P (*fig.* 90) le pôle et QQ′ l'équateur terrestres. Sup-

Fig. 90.



posons, pour plus de simplicité, le Soleil et la Lune dans le plan de l'équateur, l'un en S, l'autre en L.

Nous venons de voir que, par suite de l'action attractive de la Lune, il se produit deux protubérances liquides, l'une en *l*, l'autre en *l*′ ; sous l'action du Soleil il s'en produit aussi deux autres, l'une en *s*, l'autre en *s*′.

Or, comme le Soleil et la Lune n'ont pas le même mouvement en ascension droite, il s'ensuit que les protubérances engendrées par ces deux astres ont, entre leurs sommets, un écart variant de 0° à 180°, soit dans un sens, soit dans l'autre.

Donc, lorsque S et L seront dans la même direction, c'est-à-dire quand les deux astres seront en syzygie, les deux protubérances liquides déterminées par ces astres seront superposées et, par suite, on devra avoir à ce moment les hautes mers les plus hautes et les basses mers les plus basses.

Au contraire, quand les deux astres seront en quadrature, c'est-à-dire quand l'angle LTS sera égal à 90°, la dépression produite par un astre coïncidera avec la protubérance déterminée par l'autre et, par suite, on devra avoir à ce moment les marées les plus faibles.

Enfin, comme la Lune passe au méridien d'un lieu, tantôt avant, tantôt après le Soleil, il en résulte que l'heure de la pleine mer doit

osciller, comme cela a lieu réellement, de part et d'autre de l'instant où aurait lieu la pleine mer lunaire si elle était seule.

278. *Remarque I.* — Si la Terre était entièrement couverte d'eau et si le fond de la mer était bien sphérique, le mouvement des protubérances liquides ne rencontrant aucun obstacle, les pleines mers de syzygie ou de quadrature devraient se produire exactement au moment de ces phénomènes célestes.

Mais, comme les continents et les inégalités du fond de la mer gênent le mouvement des protubérances, il doit se produire un retard dans la propagation des marées.

Or, comme on constate que les marées les plus fortes et les plus faibles n'ont lieu, sur les côtes de France, que 36 heures après que le Soleil et la Lune étaient en syzygie ou en quadrature, il en résulte qu'*une marée quelconque doit être considérée, sur les côtes de France, comme le résultat des positions du Soleil et de la Lune* 36 *heures avant.*

279. *Remarque II.* — Le calcul montre que les marées ne devraient pas dépasser 75^{cm} aux syzygies et 32^{cm} aux quadratures : or, en réalité, elles sont beaucoup plus fortes.

On explique ce fait de la manière suivante : l'onde de marée, en approchant des côtes et en se trouvant gênée dans sa marche par la déclivité du sol sous-marin, grossit et se gonfle comme une lame qui va déferler sur une plage, produisant ainsi une surélévation du niveau de l'eau le long du rivage.

280. *Remarque III.* — Le niveau de la mer varie avec la pression atmosphérique : il résulte de nombreuses observations que le niveau de l'eau s'élève de $13^{mm},3$ environ quand la hauteur barométrique baisse de 1^{mm} et inversement.

Sur les côtes, le niveau de l'eau varie également avec la force et la direction du vent.

281. *Phénomènes particuliers que présentent les marées en certains parages.* — Les marées présentent, dans certains parages, des anomalies dues à la configuration des côtes et aux obstacles qu'éprouve l'onde de marée pour se propager librement.

C'est ainsi, par exemple, que, dans la Manche, l'onde de marée se trouvant brusquement gênée dans son mouvement par la presqu'île du Cotentin, s'élève contre cet obstacle, produisant ainsi au Mont

Saint-Michel, à Cancale et à Granville des marées extrêmement fortes, beaucoup plus considérables que celles des localités voisines.

Dans les mers d'une faible étendue relative, comme la Méditerranée, la Caspienne, la mer Noire, etc., les marées sont au contraire presque insensibles.

Enfin, dans certains parages (Tahiti), il n'y a qu'une seule marée par jour, se produisant sensiblement à la même heure, comme si elle était due à la seule action du Soleil : on ne connaît pas l'explication de cette anomalie.

282. *Niveau moyen. Marée totale.* — On appelle *niveau moyen* de la marée, en un lieu donné, celui que l'on obtient en prenant sur l'échelle des marées, pendant une longue période de temps, la moyenne d'un même nombre de pleines et de basses mers consécutives.

Le niveau moyen est fixe en un même lieu : on en obtient une valeur approchée en prenant, sur l'échelle, la moyenne des hauteurs de l'eau au moment d'une pleine mer et de la basse mer suivante.

On appelle *marée totale* la demi-somme des élévations de deux PM consécutives au-dessus du niveau de la basse mer intermédiaire : l'expérience montre que le niveau moyen correspond à peu près exactement au niveau de la demi-marée totale.

283. *Unité de hauteur.* — On appelle *unité de hauteur* d'un port, la hauteur de la pleine mer au-dessus du niveau moyen, dans ce port, à la pleine mer la plus haute qui suit une syzygie équinoxiale, lorsque le Soleil et la Lune sont à leurs moyennes distances de la Terre : sur les côtes françaises de l'Atlantique, la pleine mer la plus haute qui suit une syzygie équinoxiale a lieu 36 heures après celle-ci.

On constate que l'unité de hauteur est constante dans un lieu donné, mais qu'elle n'est pas la même partout : les cartes et les instructions nautiques indiquent la valeur de l'unité de hauteur des ports ayant quelque importance. Sur les cartes, l'unité de hauteur d'un port est indiquée en chiffres arabes.

284. *Coefficient de la marée.* — On appelle *coefficient de la marée* le facteur numérique par lequel il faut multiplier l'unité de hauteur d'un port donné pour obtenir, à une époque déterminée, la hauteur de la pleine mer au-dessus du niveau moyen, ou la dépression de la basse mer au-dessous du niveau moyen.

Le coefficient de marée est généralement donné en centièmes et

porte souvent, pour ce motif, le nom de *centième de marée :* il est donné, pour chaque jour, par divers recueils nautiques et, en particulier, par l'*Annuaire des Marées*, dont nous parlerons plus loin.

Les PM et BM correspondantes ont les mêmes centièmes dans tous les ports; c'est pour cela que, dans l'*Annuaire des Marées*, les centièmes sont donnés uniquement pour le port de Brest. Par conséquent, pour avoir le centième d'une PM dans un port, il faut toujours chercher, au préalable, quelle est la PM de Brest qui lui correspond.

L'observation montre que la valeur maximum du centième de marée, c'est-à-dire celle qui correspond aux plus fortes marées de vive eau est $\frac{120}{100}$ ou 1,20; elle montre également que la valeur minimum du centième de marée, c'est-à-dire celle qui correspond aux plus faibles marées de morte-eau est de 0,30.

Les marées pour lesquelles le coefficient est de 0,94 sont dites *marées de vives eaux moyennes ;* celles pour lesquelles il est égal à 0,45 *marées de mortes-eaux moyennes.*

285. *Zéro des cartes.* — On appelle *zéro des cartes* le niveau à partir duquel sont comptées les sondes portées sur les cartes marines.

En France, on a adopté pour zéro des cartes le niveau des plus basses mers, c'est-à-dire le niveau qui correspond à un centième de 1,20.

En Angleterre, le zéro des cartes est celui qui correspond aux basses mers de vives eaux moyennes, c'est-à-dire à un coefficient de 0,94.

Quand le centième de marée dépasse 0,94, *il y a donc moins d'eau sur le fond que n'en indique une carte anglaise :* en un lieu dont l'unité de hauteur est u, la différence est d'autant plus grande que le centième est plus près de 1,20.

Pour un centième de 1,20, cette différence serait :

$$d = (1,20 - 0,94)u = 0,26\,u,$$

de sorte que si l'on avait $u = 4^{m}$, par exemple, la différence serait de $1^{m},04$.

Il résulte de la définition qui précède que, si u désigne l'unité de hauteur d'un port donné, c le coefficient d'une marée, et h la hauteur de la pleine mer au-dessus du niveau moyen, ou la dépression de la basse mer au-dessous du niveau moyen, on a :

$$h = u \times c.$$

Par suite aussi, la hauteur des plus hautes mers au-dessus du niveau

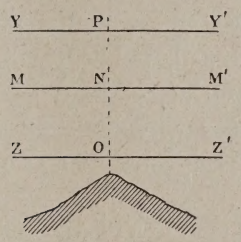
moyen, ou la dépression des plus basses mers au-dessous du niveau moyen, est :

$$h = 1,20 \times u.$$

286. *Hauteur d'une pleine mer.* — On appelle *hauteur d'une pleine mer* l'élévation de cette pleine mer au-dessus du niveau des plus basses mers, c'est-à-dire au-dessus du zéro des cartes.

Si donc YY′, MM′ et ZZ′ (*fig.* 91) représentent le niveau de la pleine

Fig. 91.



mer considérée, le niveau moyen et le zéro des cartes, on voit sur la figure que l'on a :

$$OP = ON + NP,$$

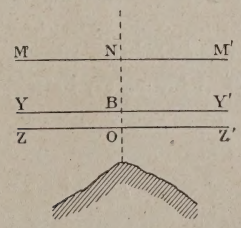
c'est-à-dire :

$$\text{Hauteur } PM = 1,20u + uc = u(1,20 + c).$$

287. *Hauteur d'une basse mer.* — On appelle *hauteur d'une basse mer* l'élévation de cette basse mer au-dessus du zéro des cartes.

Si donc YY′, MM′ et ZZ′ (*fig.* 92) représentent le niveau de la basse

Fig. 92.



mer considérée, le niveau moyen et le zéro des cartes, on voit que l'on a :

$$OB = ON - NB,$$

c'est-à-dire :

$$\text{Hauteur } BM = 1,20u - uc = u(1,20 - c).$$

288. *Établissement d'un port.* — On appelle *Établissement d'un port* l'heure vraie locale de la pleine mer qui, dans ce port, suit une syzygie équinoxiale, pour laquelle le Soleil et la Lune se trouvent à leurs moyennes distances de la Terre. Cet élément, qui est constant pour un même lieu, n'est pas le même partout : sa valeur, pour les ports de quelque importance, est donnée par les cartes ou par les instructions nautiques.

Sur les cartes, l'établissement d'un port est indiqué en chiffres romains. L'établissement du port de Brest est de $3^h\,46^m$.

289. *Annuaire des Marées* — L'*Annuaire des Marées*, déjà cité plusieurs fois, est un recueil, publié chaque année par le Service hydrographique de la Marine, et dans lequel sont réunis tous les éléments nécessaires pour obtenir promptement et simplement la solution des divers problèmes que l'on peut avoir à résoudre à propos des marées.

On trouve en premier lieu, dans l'*Annuaire*, un tableau contenant les heures et les hauteurs des pleines et basses mers de chaque jour, dans les 17 ports principaux français suivants : Socoa, Le Boucau, Cordouan, Ile d'Aix, La Rochelle, Saint-Nazaire, Port-Louis, Brest, Héaux de Brehat, Saint-Malo, Charbourg, Le Havre, Fécamp, Dieppe, Boulogne, Calais et Dunkerque.

L'*Annuaire* renferme, en outre, plusieurs autres Tables d'un usage courant, savoir :

1° Une Table A qui donne, par une simple addition ou soustraction, les heures temps légal des pleines et basses mers de la plupart des ports français, ainsi que les hauteurs correspondantes;

2° Une Table donnant, pour chaque jour, les centièmes de la marée;

3° Une Table donnant les établissements des 17 ports principaux;

4° Une Table donnant, d'heure en heure, les hauteurs de la marée à Brest, à Saint-Malo et au Havre;

5° Une Table A_1 qui donne, en temps moyen local, les heures et le hauteurs des pleines mers d'un certain nombre de ports des côtes d'Europe, au moyen des éléments correspondants donnés pour Brest;

6° Une Table E donnant, en temps moyen local, les heures des pleines mers d'un certain nombre de ports étrangers;

7° Une Table donnant les heures et les hauteurs détaillées des pleines mers de Queenstown, Devonport, Portsmouth et Douvres;

8° Une Table A′ permettant d'obtenir les heures temps moyen

local et les hauteurs des pleines mers d'un certain nombre de ports des Iles Britanniques, au moyen des éléments correspondants donnés pour les quatre ports de la Table précédente;

9° Une Table D qui permet de tenir compte de l'influence du baromètre.

Dans ces diverses Tables, les hauteurs d'eau sont exprimées en décimètres et demi-décimètres : les décimètres sont donnés en chiffres, les demi-décimètres sont indiqués par un point. Ainsi, par exemple, 12 signifie $12^{dm},5$.

L'usage de l'*Annuaire des Marées* est on ne peut plus simple : du reste, les exemples et explications qui se trouvent à la fin du recueil indiquent très clairement le mode d'emploi de chaque Table.

Problèmes sur les marées.

290. Problème I. — *Trouver l'heure de la pleine mer pour une localité et une époque déterminées.* — 1° *La localité figure dans l'*Annuaire. — Le problème se résout immédiatement et sans aucune difficulté par la Table A, la Table A′ ou la Table E, selon qu'il s'agit d'un port français, d'un port anglais ou d'un port étranger quelconque. Rappelons que l'heure trouvée est une heure temps moyen légal ou temps moyen local, selon qu'il s'agit d'une localité française ou étrangère.

2° *La localité ne figure pas dans l'*Annuaire. — Soient E′ l'établissement du port de Brest et E celui de la localité : la différence E — E′ représente donc (288) le temps vrai qui s'écoule entre le moment des plus hautes pleines mers qui suivent une syzygie équinoxiale, à Brest et dans la localité considérée.

Or, on constate que cette différence est sensiblement la même pour toutes les autres pleines mers, de sorte que, si Tvg et Tvg′ représentent les heures vraies locales de la pleine mer considérée dans le le lieu et à Brest, on a :

$$\mathrm{Tvg} - \mathrm{Tvg}' = \mathrm{E} - \mathrm{E}',$$

et, comme on sait que :

$$\mathrm{Tvg} = \mathrm{Tmg} + \mathrm{E}_m, \qquad \mathrm{Tvg}' = \mathrm{Tmg}' + \mathrm{E}'_m,$$

il en résulte que :

$$\mathrm{Tmg} + \mathrm{E}_m - \mathrm{Tmg}' - \mathrm{E}'_m = \mathrm{E} - \mathrm{E}'$$

ou, plus simplement, puisque E_m et E'_m ont sensiblement la même valeur aux époques Tvg et Tvg' :

$$Tmg - Tmg' = E - E'.$$

On en déduit :

$$Tmg = Tmg' + E - E'.$$

Or, les heures des pleines mers à Brest étant données par l'*Annuaire* en temps moyen légal, c'est-à-dire en temps moyen de Greenwich, on a :

$$Tmg' = Tmp' - 18^m,$$

puisque la longitude de Brest est de 18^m à l'Ouest de Greenwich. La relation précédente devient donc, en remplaçant Tmg' par sa valeur :

$$Tmg = Tmp' - 18^m + E - E'.$$

Si, au lieu de l'heure locale, on voulait l'heure temps moyen de Greenwich, on aurait, évidemment,

$$Tmp = Tmg + G = Tmp' - 18^m + E - E' + G,$$

G étant la longitude du lieu considéré.

291. Problème II. — *Trouver l'heure de la basse mer pour une localité et une époque déterminées.* — 1° *La localité figure dans l'*Annuaire. — Le problème se résout sans la moindre difficulté à l'aide de la Table A : l'heure est obtenue en temps moyen légal.

2° *La localité ne figure pas dans l'*Annuaire. — On sait que la basse mer a lieu sensiblement au milieu de l'intervalle qui sépare la pleine mer qui la précède de celle qui la suit ; toutefois, l'expérience a montré que la période de flot est plus courte que celle de jusant de 10^m pour les ports situés à l'Ouest de Brest et de 30^m pour ceux qui sont situés à l'Est.

Il résulte de là que, si H est l'heure qui tient le milieu entre celles des deux pleines mers qui comprennent la basse mer considérée, on a :

$$TmgBM = H + 10^m \quad \text{ou} \quad TmgBM = H + 30^m,$$

selon que la localité est à l'Ouest ou à l'Est de Brest.

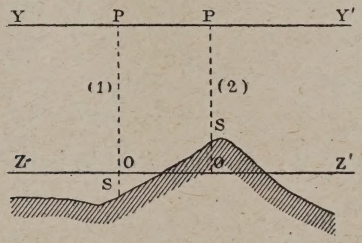
Pratiquement, pour obtenir H, on se contente de calculer l'heure de la pleine mer locale qui précède ou qui suit la basse mer demandée, et de lui ajouter ou de lui retrancher, selon le cas, la demi-différence des heures des deux pleines mers de Brest qui correspondent aux

pleines mers locales comprenant la basse mer considérée : l'expérience prouve, en effet, que la différence entre deux pleines mers consécutives correspondantes est sensiblement la même pour tous les ports. On peut donc poser :

$$H = \frac{1}{2} \text{ diff. heures PM de Brest.}$$

291. Problème III. — *Calculer, au moment d'une pleine ou basse mer, la hauteur d'eau, ou brassiage qui se trouve sur un point dont la sonde est connue.* — 1° *Pleine mer.* — Soient YY′ (*fig.* 93) le niveau

Fig. 93.



de la pleine mer; ZZ′ celui des plus basses mers et S le point donné.

Dans le cas de la figure de gauche, qui correspond à une sonde positive $+ s$, on a :

$$PS = PO + OS = PO + s,$$

tandis que dans celui de la figure de droite, qui correspond à une sonde négative $- s$, on a :

$$PS = PO - OS = PO - s,$$

de sorte que, dans tous les cas, on peut écrire :

$$PS = PO \pm s,$$

c'est-à-dire :

$$\text{Hauteur d'eau} = \text{hauteur PM} \pm s.$$

Si donc le point S se trouve dans le voisinage d'un port figurant dans l'*Annuaire*, on a :

$$\text{Hauteur d'eau} = \text{Hauteur PM dans le portprincipal} + \text{Corr. Table A} \pm s,$$

s'il s'agit d'un port français, et :

$$\text{Hauteur d'eau} = \text{Hauteur PM dans le port principal} + \text{Corr. Table A}_1 \pm s,$$

s'il s'agit d'un point situé dans le voisinage d'une localité anglaise.

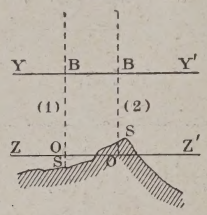
Si le point considéré ne se trouvait pas dans le voisinage d'un port mentionné dans l'*Annuaire*, on aurait (286) :

$$\text{Hauteur d'eau} = (1,20 + c)u \pm s,$$

u étant l'unité de hauteur en ce point et c le centième de la marée.

2° *Basse mer.* — Soient S (*fig.* 94) le point donné, $\pm s$ la sonde,

Fig. 94.



ZZ′ le zéro des cartes, YY′ le niveau de la basse mer. On voit que l'on a :

$$BS = BO + OS = BO + s,$$

dans le cas de la figure de gauche, et :

$$BS = BO - OS = BO - s,$$

dans le cas de la figure de droite. On a donc, dans tous les cas,

$$BS = BO \pm s,$$

c'est-à-dire :

$$\text{Hauteur d'eau} = \text{Hauteur BM} \pm s.$$

Si donc le point S est dans le voisinage d'un port mentionné dans l'*Annuaire*, on a :

$$\text{Hauteur d'eau} = \text{Hauteur BM dans le port principal} + \text{Corr. T.A.} \pm s.$$

Dans le cas contraire, on aurait (287) :

$$\text{Hauteur d'eau} = (1,20 - c)u \pm s,$$

u étant l'unité de hauteur et c le centième de la marée.

293. *Remarque.* — La Table des centièmes ne donne ces coefficients que pour les PM. Pour les basses mers l'expérience a montré que le centième qui leur convient est la moyenne des centièmes des deux pleines mers qui l'encadrent.

En désignant par c' et c'' les centièmes des pleines mers locales qui encadrent la BM considérée, et qui sont les mêmes que les centièmes des pleines mers correspondantes de Brest, on aura donc, pour expression de la hauteur de l'eau au moment de la basse mer, dans un lieu dont l'unité de hauteur est u :

$$\text{Hauteur d'eau} = \left(1{,}20 - \frac{c' + c''}{2}\right) u \pm s.$$

294. Problème IV. — *Calculer la hauteur d'une basse mer dans un port pour lequel l'*Annuaire des Marées *indique seulement les heures des pleines mers.* —

C'est le cas des ports figurant dans la Table E. Soient H′ et H″ les hauteurs des deux pleines mers qui encadrent la basse mer considérée, c' et c'' les centièmes correspondants. En désignant par u l'unité de hauteur du port, nous venons de voir que l'on a :

$$\text{(1)} \qquad \text{Hauteur BM} = \left(1{,}20 - \frac{c' + c''}{2}\right) u.$$

Or nous savons que l'on a aussi :

$$H' = (1{,}20 + c')\,u,$$
$$H'' = (1{,}20 + c'')\,u,$$

d'où, en additionnant membre à membre,

$$H' + H'' = (2 \times 1{,}20 + c' + c'')\,u = 2\left(1{,}20 + \frac{c' + c''}{2}\right) u.$$

On en déduit :

$$u = \frac{H' + H''}{2} \times \frac{1}{1{,}20 + \dfrac{c' + c''}{2}},$$

et, en portant cette valeur dans la relation (1),

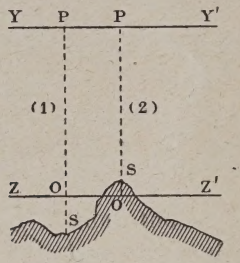
$$\text{Hauteur BM} = \frac{H' + H''}{2} \times \frac{1{,}20 - \dfrac{c' + c''}{2}}{1{,}20 + \dfrac{c' + c''}{2}}.$$

295. *Remarque.* — Si l'on voulait avoir la hauteur d'eau, au moment de la BM, sur un point dont la sonde est $\pm s$, on aurait évidemment, d'après ce que nous avons vu,

$$\text{Hauteur d'eau} = \frac{H' + H''}{2} \times \frac{1{,}20 - \dfrac{c' + c''}{2}}{1{,}20 + \dfrac{c' + c''}{2}} \pm s.$$

296. Problème V. — *Quelle est la sonde de la carte qui correspond à une profondeur trouvée en sondant au moment d'une pleine mer ou d'une basse mer ?* — 1° *Pleine mer.* — Soient PS = p (*fig.* 95) la

Fig. 95.



profondeur trouvée, YY′ le niveau de la pleine mer et ZZ′ celui du zéro des cartes. On voit que l'on a :

$$PS = PO + OS,$$

dans le cas de la figure 95 (1), et :

$$PS = PO - OS,$$

dans celui de la figure 95 (2). On a donc, dans tous les cas,

$$\pm OS = PS - PO = p - PO,$$

c'est-à-dire :

$$\text{Sonde à chercher} = p - \text{hauteur PM}.$$

Il en résulte que :

$$\text{Sonde à chercher} = p - (\text{Hauteur PM dans le port principal} + \text{Corr. Table A ou } A_1),$$

si le point S est voisin d'un port mentionné dans l'*Annuaire*, et :

$$\text{Sonde à chercher} = p - (1{,}20 + c)u,$$

si l'on connaît simplement le centième de marée et l'unité de hauteur.

2° *Basse mer.* — p désignant encore la profondeur trouvée, YY′ (*fig.* 96) le niveau de la basse mer et ZZ′ celui du zéro des cartes, on voit que l'on a :

$$\pm OS = BS - BO,$$

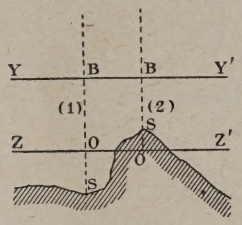
le signe + correspondant à la figure de gauche, le signe — à la figure de droite. Il en résulte que :

$$\text{Sonde à chercher} = p - \text{hauteur BM},$$

et, par suite, on a :

$$\text{Sonde à chercher} = p - (\text{Hauteur BM dans le port principal} + \text{Corr. Table A ou } A_1),$$

Fig. 96.



si le point S est voisin d'un port mentionné dans l'*Annuaire*, et :

$$\text{Sonde à chercher} = p - (1{,}20 - c)u,$$

si l'on connait simplement l'unité de hauteur et le centième de la marée.

297. *Calcul des corrections* TA *ou* TA_1. — Dans les problèmes qui précèdent, nous avons eu à faire usage de la T. A ou de la T. A_1.

Dans ces Tables, les corrections à faire subir aux heures et hauteurs d'un port principal, pour en déduire les heures et hauteurs dans un port donné, sont indiquées pour les plus fortes marées de vive eau (coefficient 1,20) et pour les plus faibles marées de morte-eau (coefficient 0,30).

En appelant VE et ME les corrections données par la Table A ou A_1, pour les marées de vive eau et de morte-eau, la correction correspondant à une marée dont le coefficient est c est fournie par l'une ou par l'autre des deux formules suivantes :

$$\text{Correct. T.A.} = \text{VE} - \frac{\text{VE} - \text{ME}}{90}(120 - c),$$

ou :

$$\text{Correct. T.A.} = \text{ME} + \frac{\text{VE} - \text{ME}}{90}(c - 30),$$

selon que l'on prend pour point de départ VE ou ME.

Pour établir la première de ces formules, par exemple, nous dirons : quand le centième varie de 30 à 120, c'est-à-dire de 90, la correction à employer varie de VE — ME. Donc, quand le centième varie de 1, la correction varie de $\frac{\text{VE} - \text{ME}}{90}$ et quand il varie de $120 - c$, cette correction varie de $\frac{\text{VE} - \text{ME}}{90}(120 - c)$.

La correction cherchée étant comprise entre VE et ME, on aura donc bien :

$$\text{Correct. T.A.} = \text{VE} - \frac{\text{VE} - \text{ME}}{90^\circ}(120^\circ - c).$$

La seconde formule se démontrerait d'une manière analogue.

Il va sans dire que, en appliquant ces formules, *on doit prendre* VE *et* ME *avec leurs signes et faire le calcul algébriquement.*

Ainsi, par exemple, supposons que l'on ait :

$$\text{VE} = -1, \qquad \text{ME} = -3, \qquad c = 43.$$

On aura :

$$\text{Correct. T.A.} = \text{VE} - \frac{\text{VE} - \text{ME}}{90^\circ}(120^\circ - c) = -1 - \frac{-1+3}{90^\circ}(120^\circ - 43^\circ)$$

$$= -1 - \frac{2 \times 77}{90} = -1 - 1{,}7 = -2{,}7$$

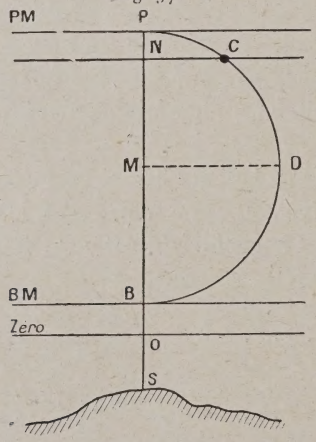
ou :

$$\text{Correct. T.A.} = \text{ME} + \frac{\text{VE} - \text{ME}}{90^\circ}(c - 30^\circ) = -3 + \frac{-1+3}{90^\circ}(43^\circ - 30^\circ).$$

$$= -3 + \frac{2 \times 13}{90} = -3 + 0{,}3 = -2{,}7.$$

298. Problème VI. — *Trouver, pour un instant quelconque, la hauteur de l'eau au-dessus du zéro des cartes, en un lieu donné.* — Traçons, sur une feuille de papier, une ligne verticale PS (*fig.* 97) représentant l'échelle des marées et supposons-la graduée en divisions égales correspondant aux divisions en décimètres de l'échelle de marées réelle.

Fig. 97.



Ceci fait, marquons, sur notre épure, les points P, B et O qui correspondent, le premier au niveau de la PM, le deuxième au niveau

de la BM suivante par exemple, le troisième au zéro des cartes. Enfin, sur PB comme diamètre, décrivons une demi-circonférence. En notant avec soin les variations du niveau de l'eau pendant la période de jusant, nous constaterons qu'à un instant quelconque, le niveau de l'eau est indiqué à peu près exactement, sur notre épure, par la position qu'occuperait un mobile C, assujetti à se mouvoir d'un mouvement uniforme sur la demi-circonférence décrite sur l'amplitude A = PB de la marée comme diamètre, le mobile devant se trouver en P à l'heure de la PM, en B au moment de la BM et en D à mi-marée, c'est-à-dire à l'instant où le niveau de l'eau se confond sensiblement avec le niveau moyen.

Nous ferons d'ailleurs une constatation identique pour la période du flot, le diamètre BP représentant, cette fois, la différence entre le niveau de la BM et celui de la PM suivante.

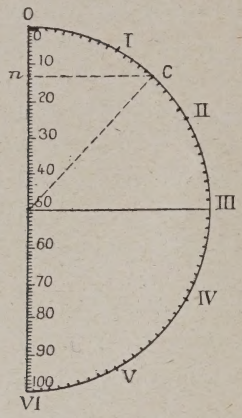
Ceci posé, si l'on appelle *heure de marée* la sixième partie de la durée du jusant ou du flot (intervalle qui diffère assez peu, d'ailleurs, d'une heure de temps moyen, puisque la durée moyenne du flot ou du jusant est d'environ 6 heures 12 minutes), il résulte de ce que nous venons de dire que lorsqu'il s'écoulera un intervalle de temps égal à 1, 2, 3, ... heures de marée, depuis la PM, le niveau de l'eau sera indiqué, sur notre épure, par le pied de la perpendiculaire CN abaissée du point C sur le diamètre PB, le point C ayant parcouru, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, ..., du demi-grand cercle PDB.

On voit donc que l'abaissement du niveau de l'eau, depuis la PM, est mesuré par la fraction d'amplitude de la marée représentée par le rapport $\frac{PN}{PB}$.

Pratiquement, pour trouver la hauteur de l'eau au-dessous d'une PM, à un instant quelconque, nous ferons usage désormais du *graphique circulaire*, représenté par la figure 98, ce graphique étant la reproduction du demi-grand cercle PDB de notre épure précédente. Pour rendre plus commode l'usage de ce graphique, nous le disposerons de la manière suivante : nous diviserons le diamètre vertical en 100 parties égales numérotées de 10 en 10; de même nous diviserons la demi-circonférence en six parties égales représentant les heures de marées et numérotées de 0 à VI, chacune de ces parties étant elle-même subdivisée en dixièmes. Pour expliquer le mode d'emploi de ce graphique supposons, pour fixer les idées, que h' soit l'heure de la PM et H′ sa hauteur, que h'' soit l'heure et H″ la hauteur de la BM suivante et proposons-nous de trouver la hauteur H

du niveau de l'eau à une heure h comprise entre h' et h''.

Fig. 98.



Nous commencerons par calculer l'amplitude de la marée qui a pour valeur :

$$A = H' + H'',$$

puis l'intervalle de temps correspondant $h'' - h'$ qui, divisé par 6, nous fera connaître la valeur de *l'heure de marée* pour la marée considérée. Ayant aussi calculé l'intervalle $h' - h$, qui sépare l'instant donné de celui de la PM, nous aurons pour valeur de cet intervalle, en prenant pour unité l'heure de marée,

$$t = \frac{h' - h}{\frac{h'' - h'}{6}} = \frac{6 \times (h' - h)}{h'' - h'}.$$

Avec cette valeur nous pourrons alors marquer, sur le graphique circulaire le point c qui correspond à t et abaisser la perpendiculaire cn sur le diamètre vertical. Il est évident que l'abaissement On du niveau de l'eau, depuis la PM, aura pour valeur :

$$\text{abaissement} = \frac{n\,A}{100},$$

cet abaissement étant exprimé en fonction de la même unité que A. On aura, par suite,

$$H = H' - \frac{n\,A}{100}.$$

Comme on le voit, l'emploi de ce graphique est des plus simples, surtout si, pour éviter toute construction, il est dessiné sur du papier quadrillé, les côtés du quadrillage étant les uns parallèles, les autres perpendiculaires au diamètre vertical.

On pourrait, pour calculer la hauteur de l'eau au-dessus de la BM, construire un deuxième graphique circulaire gradué de 0 à 100 et de 0 à VI, de bas en haut; mais un seul graphique suffit pour tous les cas, si l'on convient de regarder le point 0 comme se rapportant indifféremment à l'origine du flot ou à celle du jusant : dans le premier cas, la valeur de $\frac{nA}{100}$ fournie par ce graphique devra s'ajouter à la hauteur de la BM; dans le second cas, cette valeur devra se retrancher de la hauteur de la PM.

La hauteur d'eau au-dessus du zéro des cartes, à un instant quelconque, sera donc fournie par la formule :

$$H = H' \pm \frac{nA}{100},$$

le signe + correspondant à la période de flot, le signe — à celle du jusant, H′ représentant la hauteur de la BM dans le premier cas, celui de la PM dans le second.

Enfin la hauteur d'eau, ou brassiage, sur un fond marqué $\pm s$ sur la carte, sera, par suite, dans les mêmes conditions :

$$\text{Hauteur d'eau} = H' \pm \frac{nA}{100} \pm s.$$

Pour Brest, Saint-Malo et le Havre, l'*Annuaire des Marées* donnant d'heure en heure les hauteurs du niveau de l'eau (289, 4°), la question qui nous occupe n'exige qu'une courte interpolation numérique entre deux des nombres fournis par l'Annuaire.

299. *Remarque I.* — Si l'on mesure, sur le graphique circulaire, les élévations ou abaissements du niveau de l'eau qui correspondent à I, II, ... heures de marée, on constate que l'on peut énoncer la règle approximative suivante connue sous le nom de *règle des douzièmes :*

Pendant la 1re heure de marée, la mer monte ou baisse de $\frac{1}{12}$ de l'amplitude;

» 2e » » $\frac{2}{12}$ » ;

» 3e » » $\frac{3}{12}$ » ;

» 4e » » $\frac{3}{12}$ » ;

» 5e » » $\frac{2}{12}$ » ;

» 6e » » $\frac{1}{12}$ » ;

le mot *heure de marée* représentant, il ne faut pas l'oublier, le sixième de la durée du flot ou du jusant.

300. *Remarque II.* — Le calcul de la hauteur de l'eau, à un instant quelconque, soit par le graphique circulaire, soit par la règle des douzièmes (cette dernière méthode étant bien moins précise), s'applique assez bien aux ports de l'océan Atlantique, mais bien moins exactement aux ports de la Manche et de la mer du Nord.

L'incertitude qui existe sur la hauteur de l'eau, ainsi calculée, s'appelle le *pied du pilote :* il est donc prudent, quand on calcule la hauteur de l'eau par le graphique circulaire, d'évaluer à $0^m,30$ le pied du pilote et de l'évaluer à $0^m,50$, si l'on a fait simplement usage de la règle des douzièmes.

301. *Signaux de marée.* — On appelle ainsi des signaux faits par les services maritimes des ports et destinés uniquement à indiquer le sens du mouvement vertical de la marée et les hauteurs de celle-ci, soit au-dessus du zéro des cartes, soit au-dessus d'un repère fixe indiquant généralement la profondeur d'eau minimum existant dans le chenal ou dans les passes du port.

On trouvera dans l'*Annuaire des Marées* les indications générales sur le mode d'exécution de ces signaux; quant aux indications relatives aux signaux de marée, particuliers à tel ou tel port, on les trouvera dans les *Instructions nautiques* publiées pour les divers ports français ou étrangers et dans les *livres des Phares et Fanaux* édités chaque année, vers le 1er mars, par le Service Hydrographique de la Marine, pour toutes les côtes d'Europe.

302. *Courants de marée.* — Il va de soi que le phénomène des marées entraînant le déplacement d'énormes masses liquides détermine, nécessairement, des courants d'intensité et de direction variables.

Nous avons dit (272-273) que les cartes marines indiquent la direction et la vitesse des courants généraux et des courants de marée : ces renseignements ne sont qu'approximatifs, car la force et la direction des courants varient avec le vent, la pression barométrique, les saisons, etc.

303. *Cartes du Pilote Hédouin.* — Ces cartes, au nombre de douze, donnent la direction et la vitesse des courants, d'heure en heure,

pour la Manche et le Pas de Calais. Ces renseignements sont donnés depuis 5 heures avant jusqu'à 6 heures après l'instant de la PM de Cherbourg.

La direction d'un courant est indiquée par une flèche dont la pointe indique le sens vers lequel porte le courant; les chiffres inscrits à côté des flèches de direction indiquent en nœuds les vitesses correspondant au coefficient 100.

Bien que les vitesses ne varient pas proportionnellement aux coefficients, on aura néanmoins une évaluation satisfaisante de la vitesse d'un courant en multipliant la vitesse indiquée sur la carte par le coefficient de la marée.

Ainsi, par exemple, si la flèche indiquant un courant portant à l'E porte l'indication d'une vitesse de 3 nœuds et si le coefficient de marée actuel est de 80, la vitesse actuelle du courant sera d'environ $0{,}8 \times 3 = 2{,}4$ nœuds.

Mais il ne faut pas oublier que cette vitesse peut être notablement modifiée par les vents : si le vent souffle dans la direction du courant, il en augmente la vitesse; il la diminue s'il souffle en sens contraire.

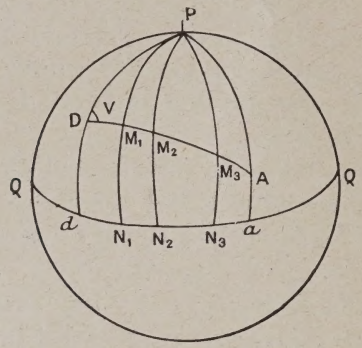
IV. — NAVIGATION ORTHODROMIQUE.

304. Nous avons vu, en Géométrie, que la plus courte distance entre deux points situés sur le Globe terrestre était l'arc de grand cercle ou *orthodromie*, moindre qu'une demi-circonférence, joignant ces deux points. Il y a donc avantage à suivre la *route orthodromique* pour aller d'un lieu à un autre, toutes les fois qu'il y a une différence sensible entre cette route et la route loxodromique.

Or, la loxodromie étant la seule courbe qui rencontre les méridiens sous un angle constant, il en résulte que, toutes les fois que les points de départ et d'arrivée ne se trouvent pas sur un même méridien ou sur l'équateur, on ne peut suivre l'arc de grand cercle joignant ces deux points qu'en changeant continuellement le cap du navire, ce qui est pratiquement irréalisable. Voici alors comment on procède : soient D (*fig.* 99) le point de départ; A le point d'arrivée; P le pôle de même nom que la latitude du point de départ; PN_1, PN_2, PN_3, ... un certain nombre de méridiens *choisis* entre ceux du point D et du point A; M_1, M_2, M_3, ... les points d'intersection de ces méridiens avec l'arc de grand cercle DA.

Au lieu de nous rendre par arc de grand cercle de D en A, nous suivrons alors l'arc de loxodromie joignant D et M_1; puis l'arc de loxodromie joignant M_1 et M_2, ..., et ainsi de suite. Il est clair que le chemin ainsi parcouru ne sera pas égal à DA, mais il en différera d'autant moins que les points M_1, M_2, M_3, ... seront plus rapprochés.

Fig. 99.



Or, pour déterminer les points M_1, M_2, M_3, ..., il suffit de connaître leurs latitudes, puisque nous avons choisi leurs longitudes, et, pour cela, il faut savoir calculer les côtés PM_1, PM_2, PM_3, ... des triangles sphériques DPM_1, DPM_2, ..., dans lesquels on connaît $PD = 90^o - L$, $DPM_1 = g_1$, $DPM_2 = g_2$, ...

Mais, comme deux éléments sont insuffisants pour déterminer un triangle sphérique, il est nécessaire de calculer, au préalable, l'angle PDA commun à ces divers triangles, angle que nous représenterons par V et que nous appellerons, suivant l'usage, l'*angle de route orthodromique* pour aller de D en A.

De tout ce que nous venons de dire, il résulte que, pour pouvoir naviguer par l'arc de grand cercle, il faut savoir :

1° Déterminer l'angle de route orthodromique pour aller d'un point à un autre;

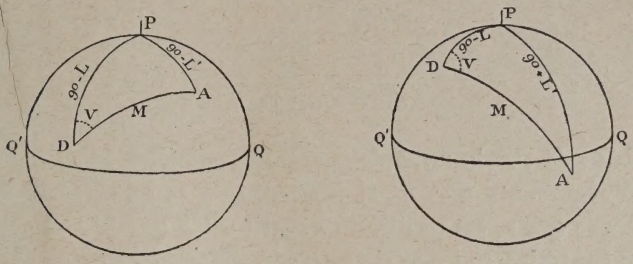
2° Déterminer la distance orthodromique du point de départ au point d'arrivée;

3° Déterminer les coordonnées géographiques d'un certain nombre de points situés sur l'arc de grand cercle joignant le point de départ au point d'arrivée.

305. Problème I. — *Déterminer l'angle de route orthodromique pour se rendre d'un lieu à un autre.* — Soient (*fig.* 100) D le point de

départ, A le point d'arrivée, L et G les coordonnées géographiques du premier, L′ et G′ celles du second. Si nous supposons les points D

Fig. 100.



et A (*fig.* 100) dans le même hémisphère, les quatre éléments V, 90° — L, g et 90° — L′ étant consécutifs, on a :

$$\cos g \sin L = \operatorname{tang} L' \cos L - \cot V \sin g.$$

Si les points D et A sont dans des hémisphères différents, les quatre éléments consécutifs étant V, 90° — L, g et 90° + L′, on a de même :

$$\cos g \sin L = - \operatorname{tang} L' \cos L - \cot V \sin g,$$

de sorte que l'on a, dans tous les cas,

$$\cos g \sin L = \operatorname{tang} L' \cos L - \cot V \sin g,$$

à condition de regarder L′ comme positive ou négative selon qu'elle a le nom de L ou un nom contraire.

Ceci posé, la relation précédente peut s'écrire :

$$\cot V = \frac{\operatorname{tang} L' \cos L}{\sin g} - \frac{\sin L}{\operatorname{tang} g},$$

et, comme le second membre est de la forme $a \cos L - b \sin L$, on pourrait le rendre logarithmique par la méthode ordinaire, ou encore calculer séparément les deux termes du second membre par logarithmes, en faire la somme algébrique et en déduire cot V, donc V. On peut aussi calculer V à l'aide des Tables de Perrin. Pour cela, nous remarquerons que la relation précédente peut s'écrire :

$$\frac{\cot V}{\cos L} = \frac{\operatorname{tang} L'}{\sin g} - \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} g},$$

et qu'elle est, alors, tout à fait identique, comme forme, à celle qui nous a servi pour calculer l'azimut par les Tables de Perrin, Si donc

nous posons :

$$\frac{\operatorname{tang} L'}{\sin g} = \rho_1, \qquad -\frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} g} = \rho_2,$$

on a :

$$\frac{\cot V}{\cos L} = \rho_1 + \rho_2 = \rho,$$

et, par suite,

$$\cot V = \rho \cos L.$$

La Table I de Perrin nous donne, toute calculée, la valeur de ρ_1 à l'aide des arguments g et L′ et il résulte de ce que nous avons dit tout à l'heure que ρ_1 est positif ou négatif selon que L′ a le nom de L ou le nom contraire, puisque sin g est toujours positif.

La Table II donne ensuite, toute calculée, la valeur de ρ_2 à l'aide des arguments g et L. Comme tang L est toujours positive, on voit que ρ_2 a toujours un signe contraire à celui de tang g, de sorte que ρ_2 est positif ou négatif selon que g est plus grand ou plus petit que 90°. ρ_1 et ρ_2 étant connus, on en fait la somme algébrique qui donne ρ : la Table III, dans laquelle on entre alors avec ρ et L comme arguments, fait connaître l'angle V, cet angle se comptant à partir du pôle de même nom que L.

Comme cos L est toujours positif cot V a le même signe que ρ et, par suite, V est aigu ou obtus, selon que ρ est positif ou négatif. Dans le premier cas, V se comptera à partir du pôle de même nom que L; dans le second il sera égal au supplément de l'angle fourni par la Table. Si l'on voulait garder pour angle de route l'angle fourni par la Table, qui est toujours aigu, on devrait le compter à partir du pôle de nom contraire à L.

D'ailleurs, pour éviter toute chance d'erreur, les règles à suivre sont inscrites en haut des pages impaires.

306. Problème II. — *Calculer la distance orthodromique de deux points dont les coordonnées géographiques sont connues.* — Soient encore (*fig.* 100) D le point de départ; A le point d'arrivée; L et G les coordonnées géographiques du premier; L′ et G′ celles du second et M l'arc DA.

Si les deux points sont dans un même hémisphère et si l'on trace leurs méridiens, le triangle PDA est déterminé, puisque l'on connaît :

$$DP = 90° - L, \qquad PA = 90° - L', \qquad P = g.$$

On a donc :

$$\cos M = \sin L \sin L' + \cos L \cos L' \cos g.$$

Si les points D et A sont, au contraire, dans des hémisphères différents, en traçant les méridiens PD et PA on voit que le triangle DPA est encore déterminé, puisque l'on connaît :

$$DP = 90^\circ - L, \qquad PA = 90^\circ + L', \qquad P = g,$$

et, par suite, on a :

$$\cos M = -\sin L \sin L' + \cos L \cos L' \cos g.$$

On voit donc que l'on a, dans tous les cas,

$$\cos M = \sin L \sin L' + \cos L \cos L' \cos g,$$

L′ étant considérée comme positive ou négative selon qu'elle a même nom que L ou un nom contraire.

Pour calculer M, on pourrait rendre le second membre calculable par logarithmes par les méthodes habituelles, mais il vaut mieux procéder autrement. Si l'on pose :

$$a = \sin L \sin L', \qquad b = \cos L \cos L' \cos g,$$

la relation précédente devient :

$$\cos M = a + b,$$

a et b pouvant se calculer par logarithmes ou à l'aide des Tables de lignes naturelles. Connaissant $a + b$, ces mêmes Tables feront connaître M sans ambiguïté possible : il suffira donc de réduire M en minutes pour avoir DA en milles.

On remarquera d'ailleurs que a est positif ou négatif, selon que L et L′ sont de même nom ou de noms contraires et que b est positif, ou négatif, selon que g est inférieur ou supérieur à 90°.

On peut aussi calculer M en se servant de la Table de Perrin, l'angle V ayant été calculé au préalable.

En effet, V étant connu, si l'on écrit la relation qui lie les quatre éléments consécutifs :

$$P = g, \qquad 90^\circ - L, \qquad V \text{ et } M,$$

on a :

$$\cos V \sin L = \cot M \cos L - \cot g \sin V.$$

On en déduit :

$$\frac{\cot M}{\sin V} = \frac{\cot g}{\cos L} + \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} V},$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$\frac{\cot M}{\cos(90^\circ - V)} = \frac{\cot g}{\cos L} + \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} V}.$$

Posons alors :

$$\frac{\cot g}{\cos L} = m_1, \qquad \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} V} = m_2, \qquad m = m_1 + m_2,$$

on aura :

$$\frac{\cot M}{\cos(90^\circ - V)} = m_1 + m_2 = m.$$

L'expression $\frac{\cot g}{\cos L} = m$, étant de la forme $\frac{\cot Z}{\cos L} = p'$ fournie par la Table III de Perrin, nous entrerons dans cette Table avec L comme argument horizontal et nous descendrons la colonne correspondante jusqu'à ce que nous trouvions la valeur de g exprimée en degrés et dixièmes, ou son supplément, si g est plus grand que 90°; nous trouverons alors en regard, à gauche, dans la colonne « coefficient Pagel », la valeur de m_1. Comme m_1 a toujours le signe de cot g, nous lui donnerons le signe + si g est aigu, le signe — si g est obtus.

L'expression $\frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} V} = m_2$ étant de la forme $\frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} P} = p_2$ fournie par la Table II de Perrin, nous entrerons dans cette Table avec V comme argument horizontal et L comme argument vertical. Nous obtiendrons ainsi la valeur de m_2 qui sera positive ou négative selon que tang V sera elle-même positive ou négative, c'est-à-dire selon que V sera compté à partir du pôle de même nom que L ou à partir du pôle opposé.

m_1 et m_2 étant connus, nous en ferons la somme algébrique, ce qui nous fera connaître $m = \frac{\cot M}{\cos(90^\circ - V)}$. Cette expression étant de la forme $p' = \frac{\cot L}{\cos Z}$, fournie par la Table III de Perrin, nous entrerons enfin dans cette Table, avec $90^\circ - V$ (ou $V - 90^\circ$), comme argument horizontal et m' comme argument vertical. L'angle obtenu en faisant cadrer ces deux éléments représentera, en degrés et dixièmes, la distance cherchée M, si m est positif, son supplément, si m est négatif.

Il suffira donc de multiplier la valeur ainsi obtenue par 60 pour avoir la distance M en milles et dixièmes.

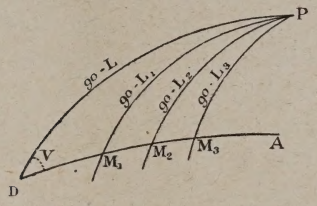
307. Problème III. — *Déterminer les coordonnées géographiques d'un certain nombre de points situés sur l'arc de grand cercle joignant le point de départ au point d'arrivée.* — Soient D et A (*fig.* 101) les points de départ et d'arrivée; M_1, M_2, M_3, ... des points intermédiaires ayant pour longitudes $G + g_1$, $G + g_2$, ...

Nous avons trouvé, pour calculer V, la relation :

$$\frac{\cot V}{\cos L} = \frac{\operatorname{tang} L'}{\sin g} - \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} g} = \varphi,$$

et, comme φ ne dépend que deV et L, il en résulte que sa valeur reste la même lorsqu'on remplace L′ par L_1, L_2, ... et g par g_1, g_2, ...

Fig. 101.



Si donc on veut calculer la latitude L_1 du point M_1, on a :

$$\varphi = \frac{\operatorname{tang} L_1}{\sin g_1} - \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} g_1},$$

de sorte que :

$$\frac{\operatorname{tang} L_1}{\sin g_1} = \varphi - \left(-\frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} g_1}\right).$$

Or φ est connu et, comme g_1 est donné, en entrant dans la Table II de Perrin avec g_1 et L comme arguments, on obtient la valeur de $-\frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} g_1}$. Le second membre étant alors connu, en désignant sa valeur par φ_1, on a :

$$\frac{\operatorname{tang} L_1}{\sin g_1} = \varphi_1.$$

Si donc on entre dans la Table I de Perrin avec g_1 comme argument horizontal, en descendant la colonne correspondante jusqu'à ce que l'on trouve φ_1, on aura L_1 dans la colonne de gauche, sur la même ligne que φ_1. De plus, comme φ_1 a, comme on l'a vu, le signe + ou le signe — selon que L_1 et L sont de même signe ou de signes différents, il en résulte que le signe de φ_1 fera connaître le nom de L_1.

On déterminerait de même L_2, L_3, ... Si l'on ne possède par les Tables de Perrin, la détermination de L_1, L_2, ..., pourrait également se faire par logarithmes, en écrivant les formules qui lient les éléments V, 90° — L, g_1 et 90° — L_1 dans le triangle DPM_1; puis les éléments V, 90° — L, g_2 et 90° — L_2 dans le triangle DPM_2; et ainsi de suite.

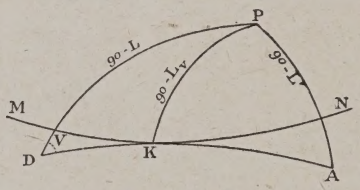
Nous laissons au Lecteur le soin d'étudier la question par cette méthode qui ne présente ,d'ailleurs, aucune difficulté.

308. *Remarque.* — Il peut arriver que la route orthodromique fasse passer dans des régions trop voisines des régions polaires : il est par suite indispensable de connaître quelle est la latitude la plus élevée par laquelle on devrait passer en suivant la route orthodromique joignant le point de départ au point d'arrivée.

Il nous reste donc, pour élucider complètement la question de la navigation orthodromique, à montrer comment se calculent les coordonnées du *vertex*, c'est-à-dire du point de plus haute latitude, situé entre les points de départ et d'arrivée, puis, si ce point est trop voisin des glaces, à déterminer la route la plus courte pour aller du point de départ au point d'arrivée, sans dépasser un parallèle de latitude donnée.

309. Problème IV. — *Calculer les coordonnées du vertex.* — Soient DA (*fig.* 102) la route orthodromique conduisant de D en A et K le vertex de cette route.

Fig. 102.



Traçons le méridien PK et désignons par L_v et G_v les coordonnées du point K.

Le parallèle MN de latitude L_v étant tangent à DA au point K, le méridien PK, qui est perpendiculaire sur MN, l'est aussi sur DA. Le triangle PDK est donc rectangle au point K et donne :

$$\cos PD = \cot DPK \cot V,$$

c'est-à-dire :

$$\sin L = \cot g \cot V,$$

g désignant la différence en longitude des points D et K.

On en déduit :

$$\cot g = \sin L \operatorname{tang} V,$$

relation qui fait connaître g. On a donc :

$$G_v = G \pm g.$$

Si l'on trouve pour g une valeur supérieure à la différence des longitudes des points D et A, il est clair que le vertex ne se trouve pas entre ces deux points et il est inutile de pousser plus loin le calcul de ses coordonnées. Dans le cas contraire, il reste à déterminer sa latitude L_φ. Or le triangle PDK donne encore :

$$\operatorname{tang} PK = \operatorname{tang} PD \cos DPK,$$

c'est-à-dire :

$$\cot L_\varphi = \cot L \cos g,$$

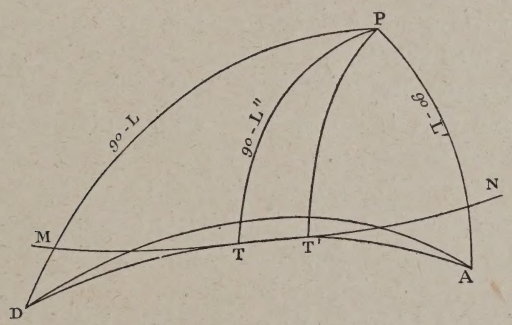
et, par suite,

$$\operatorname{tang} L_\varphi = \frac{\operatorname{tang} L}{\cos g},$$

relation qui fait connaître L_φ, puisque g et L sont connus.

310. Problème V. — *Déterminer la route la plus courte à suivre lorsqu'on ne veut pas dépasser un parallèle donné.* — Lorsque l'on a reconnu, en résolvant le problème précédent, que la route orthodromique conduit dans des parages dangereux, on peut procéder de la manière suivante (*fig.* 103) : on mène par les points D et A les arcs

Fig. 103.



de grands cercles DT et AT′ tangents au parallèle MN que l'on ne veut pas dépasser, puis l'on se rend du point de départ au point d'arrivée en parcourant successivement l'arc de grand cercle DT, l'arc de parallèle TT′ et l'arc de grand cercle T′ A.

Le problème qu'il faut alors résoudre consiste à trouver les longitudes des points T et T′ dont les latitudes sont égales à celle du parallèle MN que l'on s'est imposé de ne pas dépasser.

Or, puisque DT est tangent à MN, le triangle DPT est rectangle en T et donne :

$$\operatorname{tang} TP = \operatorname{tang} DP \cos DPT,$$

c'est-à-dire, en désignant par L'' et G'' les coordonnées de T

$$\cot L'' = \cot L \cos g,$$

g représentant le changement en longitude des points D et T.

On a donc :

$$\cos g = \frac{\operatorname{tang} L}{\operatorname{tang} L''},$$

relation qui fait connaître g.

On aura, par conséquent, pour coordonnées du point T :

$$G'' = G \pm g \qquad \text{et} \qquad L''.$$

On calculerait d'une manière analogue les coordonnées du point T' à l'aide du triangle APT'.

311. *Cartes Hilleret.* — Pour simplifier la résolution des problèmes de navigation orthodromique, mon ancien Professeur d'Analyse et de Mécanique à l'École navale, M. Hilleret, a eu l'idée de rechercher un mode de représentation cartographique dans lequel tout grand cercle serait représenté par une ligne droite. Il a donc imaginé de placer l'œil de l'observateur au centre de la Terre et de projeter sa surface sur trois plans tangents à notre Globe en des points situés sur l'équateur à 120° les uns des autres.

ω étant l'un de ces points (*fig.* 104), soient T le centre de la Terre, PP' son axe, QQ' l'équateur et Z le plan tangent, parallèle à PP', mené par le point ω.

Le point T étant le centre commun de tous les grands cercles que l'on peut tracer sur le Globe, il est clair que les plans de tous ces grands cercles prolongés couperont le plan Z suivant des droites qui en seront la représentation sur la carte.

Par conséquent l'équateur sera représenté par la droite $Q_1 Q_1'$, tandis que les méridiens des points C, ω, M, ... seront représentés par les droites $C_1 C_1'$, $P_1 P_1'$, $M_1 m$, ..., perpendiculaires à $Q_1 Q_1'$.

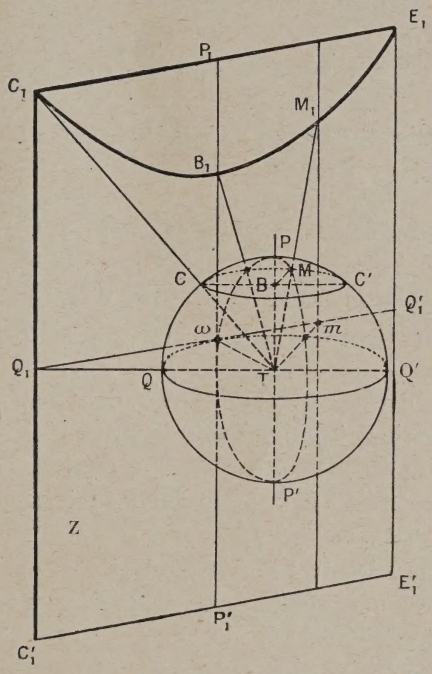
Quant au parallèle CC', de latitude L, il sera évidemmentre présenté, sur la carte, par l'intersection du plan Z avec la surface d'un cône de révolution ayant T pour sommet et $90° - L$ comme angle au sommet : comme l'axe TP de ce cône est parallèle au plan Z, la Géométrie nous enseigne que son intersection avec le plan Z est une hyperbole $C_1 B_1 E_1$ ayant $P_1 P_1'$ pour grand axe et $Q_1 Q_1'$ pour petit axe.

Cette hyperbole peut, d'ailleurs, être considérée, également, comme

engendrée par la droite TC, supposée assujettie à tourner autour du point T, en s'appuyant constamment sur le petit cercle CC′ qui correspond à la latitude L.

Le canevas de la carte de Hilleret se compose donc d'une droite

Fig. 104.



représentant l'équateur, de droites perpendiculaires à cette dernière, représentant les méridiens, et d'hyperboles représentant les parallèles de latitude.

Pour achever d'expliquer le mode de construction des cartes de Hilleret, il reste donc à montrer comment doit être reporté sur cette carte, un point M de latitude L et de longitude G.

Soient donc r le rayon de la Terre, M_1 le point où le rayon TM prolongé vient rencontrer le plan Z et $M_1 m$ le méridien de la carte qui correspond au point M_1. En désignant par L_H le segment qui, sur la carte, représente la latitude du point M_1 et par G_H la longitude du point M_1 *par rapport au point* ω, on aura :

$$L_H = m M_1, \qquad G_H = \omega m.$$

Or les triangles $T\omega m$ et $m\,TM_1$ étant rectangles l'un en ω, l'autre

en m, on a :

$$(1) \qquad \omega m = \omega T \operatorname{tang} \omega T m,$$

et, comme :

$$\omega T = T m \cos \omega T m, \qquad \text{d'où} \qquad T m = \frac{\omega T}{\cos \omega T m},$$

on a aussi :

$$(2) \qquad m M_1 = T m \operatorname{tang} m T M_1 = \frac{\omega T \operatorname{tang} m T M_1}{\cos \omega T m},$$

de sorte que g désignant l'écart en longitude entre les points ω et M, les relations (1) et (2) peuvent s'écrire :

$$G_H = r \operatorname{tang} g, \qquad L_H = \frac{r \operatorname{tang} L}{\cos g} = r \operatorname{tang} L \operatorname{séc} g,$$

expressions faciles à calculer, en prenant pour r une valeur arbitraire : la construction des cartes Hilleret n'offre donc aucune difficulté.

Il y a lieu de remarquer que $\operatorname{tang} g$ ne variant pas proportionnellement à g, les méridiens équidistants sur le Globe ne sont pas équidistants sur la carte; de même, sur chaque méridien de la carte, les points qui correspondent à des parallèles équidistants sur le Globe ne sont pas équidistants.

La figure 105 représente l'aspect général d'une carte Hilleret.

Cette carte permet de résoudre très simplement les problèmes de navigation orthodromique:

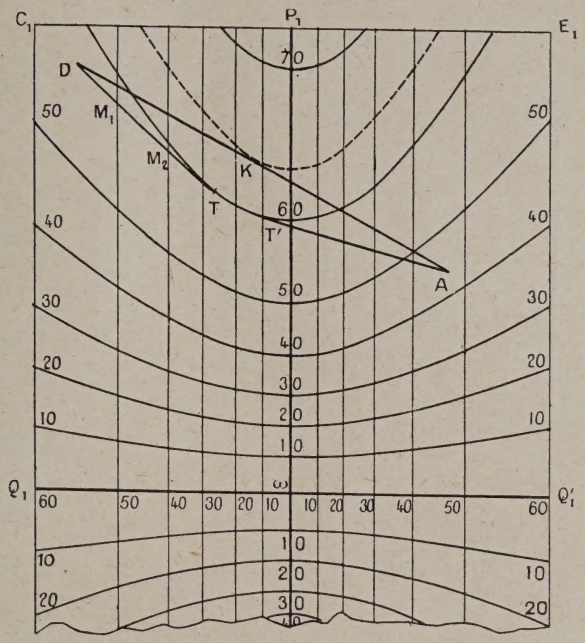
Soient, en effet, D le point de départ, A le point d'arrivée : en traçant la droite DA, nous aurons, d'après les explications qui précèdent, la route orthodromique à suivre pour se rendre de D en A. En traçant à vue l'hyperbole tangente à DA, on aura évidemment en K le *vertex* dont les coordonnées se relèveront facilement sur la carte.

Si le point K est jugé trop près des glaces polaires et si l'on veut se rendre de D en A sans dépasser le parallèle de 60° par exemple, il suffira, pour avoir la route à suivre, de mener par les points D et A les tangentes DT et AT′ à l'hyperbole qui représente le parallèle de 60° : la route à suivre se composera donc de l'arc de grand cercle représenté par DT, de l'arc de parallèle représenté par TT′ et de l'arc de grand cercle représenté par T′A.

On relèveraa lors sur la carte les coordonnées des points M_1, M_2, T, ... et l'on reportera ces points sur la carte marine : en mesurant

sur cette dernière les distances DM_1, M_1M_2, M_2T, TT', ... et en les totalisant, on aura la véritable distance à parcourir suivant le che-

Fig. 105.



min DTT' A, ce qui permettra d'évaluer le bénéfice réel résultant de la substitution de la route orthodromique à la route loxodromique.

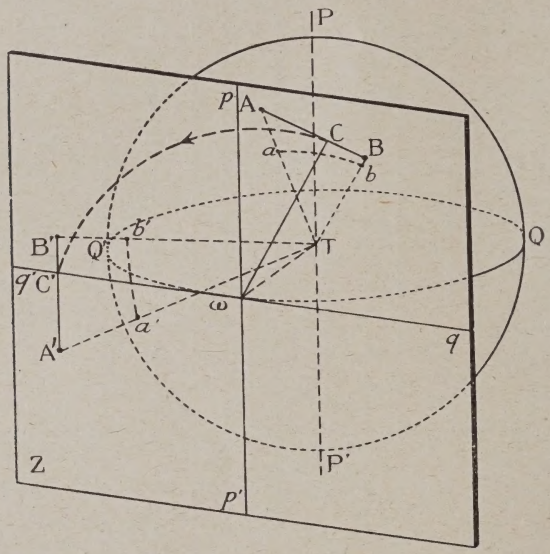
Remarque I. — La distance orthodromique de deux points peut s'obtenir directement, sur la carte de Hilleret, par une construction graphique très simple.

Soient, en effet, *a* et *b* (*fig.* 106) les deux points du Globe projetés en A et B sur la carte de Hilleret : il s'agit d'évaluer AB en milles.

Pour cela, ω étant le point central de la carte, c'est-à-dire le point de contact du Globe terrestre T avec le plan de projection Z, du point ω abaissons la perpendiculaire ωC sur AB, puis rabattons la droite ω C sur l'équateur qq'. Le point C viendra alors occuper une position C' telle que ω C' = ω C, de sorte que, si nous traçons A' B' perpendiculaire sur qq', en prenant C' B' = CB et C' A' = CA, nous obtiendrons en A' B' une droite de même longueur que AB et parallèle aux méridiens de la carte.

Les latitudes des extrémités A′ et B′ de cette droite étant lues sur la carte nous allons voir que le changement en latitude de ces deux points, exprimé en minutes de degré, représentera, en milles, la distance orthodromique des points A et B.

Fig. 106.



Pour le démontrer il suffira, évidemment, de prouver que AB et A′ B′ représentent, sur la carte, des arcs de grands cercles égaux ab et $a'\,b'$.

En effet, ω C et ω C′ étant égales et perpendiculaires à AB et à A′ B′, les distances des points A′ et B′ au point ω sont respectivement égales aux distances des points A′ et B′ à ce même point ω. Il en résulte que les droites TA et TB seront respectivement égales aux droites TA′ et TB′ comme obliques s'écartant également du pied ω de la perpendiculaire Tω au plan Z, de sorte que les deux triangles TAB et TA′ B′ sont égaux comme ayant leurs trois côtés égaux chacun à chacun.

Par conséquent l'angle ATB est égal à l'angle A′TB′ et $ab = a'\,b'$.

Pour avoir la distance orthodromique AB il suffira donc bien de mesurer la distance orthodromique A′ B′, c'est-à-dire d'évaluer, en milles, le changement en latitude entre les points A′ et B′.

Donc : *Pour évaluer la distance orthodromique de deux points marqués sur la carte de Hilleret il suffit d'amener la droite qui joint*

ces deux points dans une position perpendiculaire à l'équateur en prenant le centre de la carte comme centre de rotation. La distance orthodromique cherchée sera le changement en latitude entre les extrémités de la droite ainsi obtenue, exprimée en minutes de degré.

Remarque II. — Comme on le voit par ce qui précède, les cartes de Hilleret sont le moyen le plus simple, le plus rapide et le plus pratique pour résoudre tous les problèmes relatifs à la navigation orthodromique.

Nous ne saurions donc trop recommander l'emploi de ces cartes.

CHAPITRE IV.

TROISIÈME PROBLÈME DE NAVIGATION : FAIRE LE POINT.

314. Le troisième problème de navigation peut se résoudre par plusieurs procédés. Nous allons examiner successivement ceux qui sont actuellement employés pour déterminer le point à la mer.

I. — POINT ESTIMÉ.

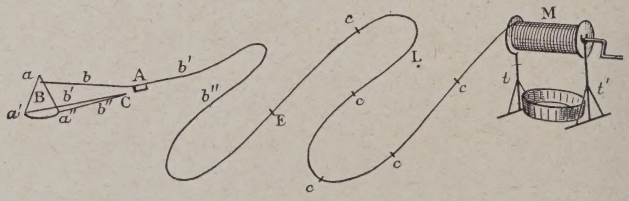
315. Nous avons vu que l'on pouvait toujours, à l'aide du compas, déterminer la route vraie suivie par un navire qui se meut sur la surface de la Terre.

Un navire se déplaçant toujours sur le Globe en suivant des arcs de loxodromies, il est clair que si l'on connaît le point de départ, la route vraie et la vitesse, on pourra déterminer aisément, à l'aide des formules loxodromiques, les coordonnées géographiques du lieu où se trouve le navire à un instant déterminé.

Le point obtenu par ce procédé porte le nom de *point estimé.*

316. *Loch. Nœud. Sablier.* — Pour déterminer la vitesse d'un navire, on se sert d'instruments appelés *lochs.*

Fig. 107



Le loch le plus simple est le *loch à bateau*, inventé en 1550. Il se compose (*fig.* 107) d'une *ligne de loch*, c'est-à-dire d'une cordelette L

de plusieurs centaines de mètres de longueur, enroulée sur un cylindre en bois M appelé *tour de loch*. Le tour de loch, muni de deux tourillons, est supporté par deux tiges verticales t et t', munies de coussinets, afin de permettre à la ligne de se dérouler sans effort.

Un petit secteur en bois B, appelé *bateau de loch*, est lesté avec une lame de plomb, afin qu'il puisse flotter verticalement lorsqu'on le jette à la mer. L'extrémité de la ligne vient se fixer au sommet a du bateau de loch; deux autres bouts de ligne b' et b'', ayant même longueur, sont fixés aux deux autres sommets a' et a'' et viennent se réunir sur une cheville en bois C qui peut être introduite, avec un léger effort, dans un cylindre creux A, amarré sur la ligne L, à une distance A a légèrement supérieure à la longueur des bouts de ligne b' et b''.

Si l'on jette le bateau de loch à la mer après l'avoir *mâté*, c'est-à-dire après avoir introduit la cheville C dans le cylindre A, le bateau se met à flotter, et l'expérience montre que, lorsqu'il s'est éloigné du bord d'environ une fois et demie la longueur du navire, il reste sensiblement immobile à la surface de l'eau. Si donc on mesure la quantité de ligne filée pendant un certain intervalle de temps, à partir de l'instant où le bateau de loch est devenu immobile, on en déduira sans peine la longueur de ligne qu'il faudrait dévider en 1 heure en supposant, bien entendu, que la vitesse du navire reste uniforme.

Pour faciliter la mesure de la vitesse du navire au moyen du loch, celui-ci est gradué de la manière suivante : à une distance du bateau de loch égale à deux fois la longueur du navire on fixe sur la ligne un morceau d'étamine E de couleur voyante, appelé *houache*, puis l'on divise le reste de la ligne en parties égales, appelées *nœuds*, au moyen de petits morceaux de cuir c introduits entre les torons.

La longueur du nœud a, de plus, été choisie de telle sorte qu'un navire, qui filerait n nœuds en 30 secondes, filerait n milles à l'heure, sa vitesse étant supposée uniforme.

On a donc, d'après cela,

$$\frac{1 \text{ nœud}}{1 \text{ mille}} = \frac{30^s}{1^h} = \frac{30}{60 \times 60} = \frac{1}{120},$$

et, par suite,

$$1 \text{ nœud} = \frac{1 \text{ mille}}{120} = \frac{1852^m, 2}{120} = 15^m, 43.$$

Cette longueur est ce que l'on appelle le *nœud théorique*. Mais comme l'expérience a prouvé que le bateau de loch est toujours quelque peu entraîné, il en résulte que le nœud théorique donne des vitesses trop

faibles. A la suite de nombreuses expériences, on a adopté $14^{m},62$ pour longueur pratique du nœud : c'est en *nœuds pratiques* que sont graduées les lignes de loch.

Le loch est toujours accompagné d'une *ampoulette*, ou sablier, dont la durée d'écoulement est de 30 secondes pour l'évaluation des petites vitesses et de 15 secondes pour les grandes.

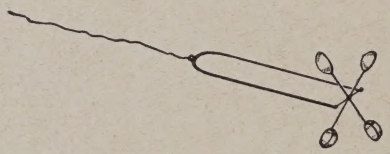
Il est clair que, lorsqu'on se sert de l'ampoulette de 15 secondes, on doit compter chaque demi-nœud pour un nœud.

317. *Sillomètres ou lochs constants.* — Avec les grandes vitesses que l'on atteint maintenant, il devient nécessaire de mesurer fréquemment la vitesse du navire. Comme l'usage du loch à bateau entraîne, dans ces conditions, une grande fatigue pour le personnel et exige un temps assez long, on a imaginé des appareils installés d'une manière permanente.

Parmi ceux-ci, nous citerons le loch à moulinet de l'Amiral Fleuriais et les sillomètres à hélice.

Le *loch Fleuriais* (*fig.* 108) est constitué par un *moulinet* à quatre

Fig. 108.



branches, terminées par des coupes hémisphériques, et remorqué par le bâtiment.

Cet instrument a la propriété de tourner d'autant plus vite que la vitesse du navire est plus grande, et il est disposé de telle sorte que chaque tour de moulinet soit signalé électriquement à bord par une sonnerie ou un téléphone.

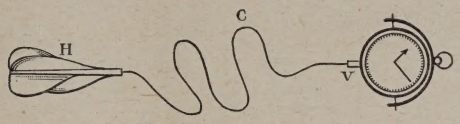
Le loch Fleuriais est gradué par comparaison, c'est-à-dire que l'on a dressé un Tableau indiquant, pour chaque vitesse, le nombre de tours faits par l'appareil en 30 secondes. Il suffit donc de compter le nombre de tours effectués en 30 secondes pour en déduire, au moyen du Tableau, la vitesse correspondante du navire.

Les *sillomètres à hélice* se composent d'une petite hélice H (*fig.* 109) reliée à une vis sans fin V à l'aide d'un petit câble d'acier. La vis V est logée dans un boîtier fixé à l'arrière du bâtiment et met en mouve-

ment, au moyen de roues dentées, deux aiguilles qui se déplacent sur un cadran divisé en 100 parties égales.

Comme le pas de l'hélice a été calculé de telle sorte que, lorsque le

Fig. 109.



navire avance d'un mille, la petite aiguille décrive les 100 divisions du cadran et la grande une seule, on voit que cet instrument donne le chemin parcouru en milles, dixièmes et centièmes.

Un poussoir spécial permet de ramener les deux aiguilles à zéro le cas échéant.

L'inconvénient des sillomètres que nous venons de décrire est qu'ils ne peuvent enregistrer que des vitesses assez considérables; quand un navire marche lentement, en effet, l'instrument coule à pic et ne donne plus d'indications précises. Il faut alors le rentrer, afin qu'il ne risque pas de s'engager dans les hélices.

318. Problème I. — *Le point de départ étant* $L_d = ...$, $G_d = ...$, *on a parcouru m milles au cap au compas* C_c. *Déterminer les coordonnées* L_a *et* G_a *du point d'arrivée, sachant que la variation du compas est* W *et la dérive* ∂. — La première chose à faire est de déterminer la route vraie V suivie par le navire à l'aide de la formule connue :

$$V = R_v = C_c + W + \partial.$$

Ceci fait, le problème peut s'achever de trois manières différentes :

1° *Par le calcul.* — Si nous connaissions le changement en latitude l et le changement en longitude g entre le point de départ et le point d'arrivée, le problème serait résolu. Or, la Table de Point nous donne le chemin NS et le chemin EO correspondant à la route R_v et au nombre de milles parcourus m. On a donc immédiatement :

$$L_a = {}^{l}_{L}L_d + l.$$

Pour calculer g, nous savons que l'on a, pratiquement,

$$g = e \text{ séc } L_m,$$

L_m étant la latitude moyenne. On a donc :

$$L_m = \frac{L_d + L_a}{2} = \frac{L_d + L_d - L_d + L_a}{2} = \frac{2L_d + (L_a - L_d)}{2} = L_d + \frac{l}{2},$$

et, comme la Table V de Friocourt donne le facteur $f =$ séc L^m en fonction de L_m, il en résulte que :

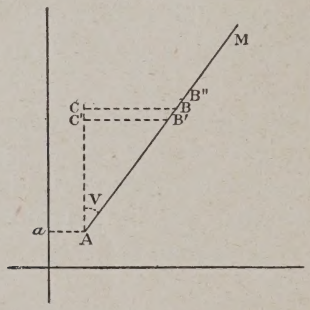
$$g = e \times f,$$

et, par suite,

$$G_a = G_d + g.$$

2° *Par la carte.* — Soient A (*fig.* 110) le point de départ et AM la

Fig. 110.



route suivie par le navire. Prenons sur l'échelle des longitudes une longueur contenant m divisions, puis portons cette longueur en AB′. Si nous menons le méridien AC′ et le parallèle B′ C′, il est clair que AC′ représentera l à l'échelle des longitudes, puisque :

$$AC' = AB' \cos V = m \cos V = l.$$

Si donc nous prenons AC représentant l à l'échelle des latitudes, en menant le parallèle CB, nous aurons en B le point d'arrivée: Il ne reste plus qu'à lire, sur les bords de la carte, les coordonnées géographiques de ce point.

Si l'on voulait opérer plus rapidement, on se contenterait de prendre à l'échelle des latitudes, à partir de a, une longueur égale à m divisions. En portant cette longueur en AB″, le point B″ serait un point très voisin du point demandé : il suffirait, par suite, d'en déterminer les coordonnées.

3° *Par le quartier de réduction.* — l et g peuvent se déterminer très simplement à l'aide du quartier de réduction. L'angle V ayant été calculé, tendons en effet le fil suivant OA′ (*fig.* 111), de telle

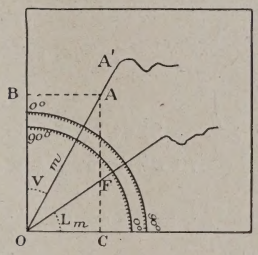
sorte que BOA′ = V; puis, à l'aide des cercles concentriques, portons en OA un nombre de divisions égal à m. On sait que :

$$OB = l,$$

et, par suite, on peut écrire immédiatement :

$$L_a = L_d + l.$$

Fig. 111.



Pour avoir g tendons le fil suivant OF, de telle sorte que FOC = L_m.

Le triangle FOC donne :

$$OC = OF \cos L_m,$$

et, comme OC = e, il en résulte que :

$$OF = \frac{OC}{\cos L_m} = \frac{e}{\cos L_m} = e \sec L_m = g.$$

g étant alors connu, la relation :

$$G_a = G_d + g,$$

fera connaître G_a.

319. *Remarque I.* — Si la route est E ou O, on a V = 90°.

Les formules :

$$m = \frac{l}{\cos V}, \qquad m = \frac{e}{\sin V}$$

donnent alors :

$$l = m \cos 90° = 0, \qquad e = m \sin 90° = m,$$

et, comme $L_m = L_d = L_a$, on a :

$$g = e \sec L_d = m \times f.$$

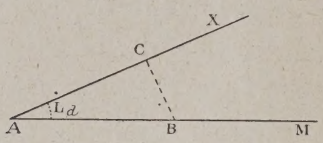
Si l'on voulait résoudre le problème par la carte, on procéderait de la manière suivante : puisque, dans le cas d'un angle de route

égal à 90°,

$$e = m \qquad \text{et} \qquad g = e \sec L_d = \frac{m}{\cos L_d},$$

il en résulte que si, au point A (*fig.* 112), on forme un angle

Fig. 112.



MAX = L_d, en prenant AC = m et en élevant la perpendiculaire CB à AX on obtient, en B, le point d'arrivée. On a, en effet :

$$AC = AB \cos L_d,$$

et, par suite,

$$AB = \frac{AC}{\cos L_d} = \frac{m}{\cos L_d} = \frac{e}{\cos L_d} = g.$$

320. *Remarque II.* — Quelle que soit la méthode employée, il ne faut pas oublier que :

1° Si le point d'arrivée est dans le Nord du point de départ, l est Nord; il est Sud dans le cas contraire. De même, si le point d'arrivée est dans l'Est ou dans l'Ouest du point de départ, e et g sont Est ou Ouest en même temps;

2° Un changement en latitude Nord s'ajoute à une latitude Nord et se retranche d'une latitude Sud; un changement en latitude Sud s'ajoute à une latitude Sud et se retranche d'une latitude Nord. De même un changement de longitude Est s'ajoute à une longitude Est et se retranche d'une longitude Ouest, et inversement.

321. *Remarque III.* — Si le navire avait parcouru plusieurs routes successives à des caps différents, depuis le point de départ, on commencerait par déterminer la route vraie correspondant à chacune de ces routes au compas, puis on calculerait les coordonnées des points où le navire a changé de cap en employant l'une quelconque des méthodes précédentes. On trouverait ainsi, sans difficulté, les coordonnées du point d'arrivée.

Pratiquement, comme en cours de navigation les routes sont portées régulièrement sur la carte, on connaît toujours, à un instant

quelconque, les coordonnées du point où se trouve le navire, sans avoir à faire aucun calcul.

322. *Remarque IV.* — Dans le cas de plusieurs routes successives, si l'on veut résoudre le problème du point par le calcul seul (Table de Point), on procède de la manière suivante :

m, m', m'', ..., étant les milles parcourus aux routes vraies R_v, R'_v, R''_v, ..., on commence par déterminer les chemins NS et EO correspondant à chacune de ces routes. En désignant ces chemins par :

$$l', \quad e'; \qquad l'', \quad e'', \qquad l''', \quad e'''; \qquad \ldots,$$

il est alors évident qu'en faisant la somme algébrique $l' + l'' + l'''$, ... on obtiendra le changement total en latitude l du navire; de même, la somme algébrique $e' + e'' + e'''$ +... représentera le chemin total EO, que nous désignerons par e. On aura donc :

$$l = l' + l'' + l''' + \ldots, \qquad e = e' + e'' + e''' + \ldots,$$

et, par conséquent,

$$L_a = L_d + l.$$

On aura ensuite :

$$g = e \operatorname{séc} L_m = e \operatorname{séc} \frac{L_a + L_d}{2} = ef,$$

et, finalement,

$$G_a = G_d + g.$$

323. Problème II. — *Le point de départ étant* L_d =..., G_d =... *et le point d'arrivée* L_a =..., G_a =..., *on demande le nombre de milles à parcourir et la route vraie que devra suivre le navire.* — Ce problème n'est autre chose que le premier problème de navigation.

Pratiquement, on le résout toujours par les cartes; mais, si on voulait le traiter par le calcul, on déterminerait d'abord l et g au moyen des relations :

$$l = L_a - L_d, \qquad g = G_a - G_d.$$

On aurait ensuite :

$$L_m = L_a + \frac{l}{2},$$

et l'on trouverait, dans la Table V, le facteur correspondant f. Comme on a :

$$g = ef,$$

on en déduirait :

$$e = \frac{g}{f}.$$

On aurait ensuite R_v et m au moyen des formules :

$$\operatorname{tang} R_v = \frac{e}{l}, \qquad m = \frac{l}{\cos R_v}, \qquad m = \frac{e}{\operatorname{sin} R_v}.$$

Habituellement ces formules ne se calculent pas par logarithmes : on les résout à l'aide de la Table de Point.

Pour avoir R_v et m, on cherche dans cette Table les éléments NE et EO qui cadrent le mieux avec l et e : l'angle de route correspondant est R_v et le nombre de milles se lit dans la colonne verticale de gauche, sur la ligne horizontale qui contient les deux éléments que l'on a fait cadrer.

En résolvant ce problème il est important de ne pas oublier que R_v doit avoir les noms de l et de e.

324. *Détermination d'un courant.* — Lorsqu'un navire se trouve au milieu d'un courant, il est évidemment entraîné dans sa direction avec la même vitesse que l'eau qui l'entoure.

Par conséquent, comme le loch ne donne la vitesse du navire que par rapport à l'eau qui l'environne, on obtiendra une position inexacte du navire si l'on néglige l'influence du courant. Pour en tenir compte, il faudra donc considérer le navire comme ayant fait une route de plus dans la direction du courant et parcouru un nombre de milles égal au chemin fait par ce courant pendant que le navire a été soumis à son action.

Inversement, si, après avoir calculé le point estimé, on a déterminé la position exacte du navire sur le Globe, on pourra connaître, *a posteriori*, la vitesse et la direction du courant qui avait entraîné le bâtiment, à condition toutefois que l'estime ait été faite très soigneusement.

On n'aura pour cela qu'à *prendre le point estimé pour point de départ, le point exact comme point d'arrivée*, et à déterminer l'angle de route et la distance correspondants. On obtiendra la vitesse moyenne du courant en divisant la distance trouvée par l'intervalle de temps pendant lequel le navire a été soumis à son action.

325. *Journal de bord.* — Le journal de bord, écrit à la fin de chaque quart, contient tous les éléments nécessaires à la détermination du point estimé.

Il indique pour chaque heure, et plus souvent s'il y a lieu, le cap au compas, la vitesse en milles, la dérive et la variation.

Le journal de bord doit contenir, en outre, toutes les indications concernant la voilure, la direction et la force du vent, l'état de la mer, l'allure de la machine, les terres et navires en vue ainsi que leurs relèvements.

On ne saurait porter assez de soin à la rédaction du journal de bord, qui a souvent permis aux Capitaines, à la suite d'un sinistre, de justifier leurs manœuvres.

326. *Avantages et inconvénients du point estimé.* — Le point estimé a l'avantage d'être très simple à faire et de pouvoir être déterminé à tout instant.

En revanche, il est nécessairement entaché d'erreurs par suite des courants inconnus qui ont pu entraîner le bâtiment; par suite de la non-uniformité absolue du mouvement du navire; etc.

Aussi le point estimé ne convient-il que pour de courtes traversées, ou si l'on n'a pas le moyen d'opérer avec plus de précision.

II. — POINT PAR RELÈVEMENTS.

327. Lorsque l'on navigue en vue des côtes, la position du navire peut se déterminer, avec une très grande exactitude, par divers procédés que nous allons passer en revue.

328. *Déterminer la position du navire à l'aide des relèvements de deux points connus.* — Soient A et B (*fig.* 113) deux points de la côte reportés sur la carte. Supposons qu'au même instant le Navigateur relève au compas les points A et B, et soient Z_c et Z'_c ces relèvements. La variation du compas étant supposée connue, on aura :

$$Z_v = Z_c + W, \qquad Z'_v = Z'_c + W.$$

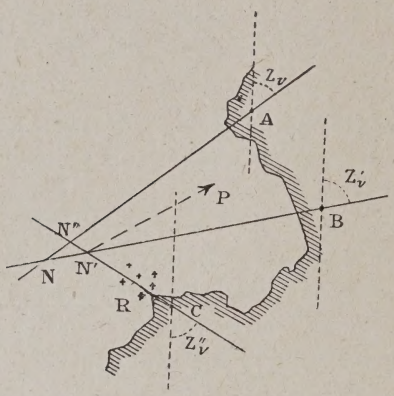
Il est alors évident que si par les points A et B nous menons des droites AN et BN formant avec les méridiens des angles respectivement égaux à Z_v et Z'_v, l'intersection de ces deux droites donnera la position du navire.

Il est clair, d'ailleurs, que cette position sera d'autant mieux déterminée que l'angle ANB sera plus voisin de 90°.

Pratiquement, pour éviter toute chance d'erreur, on prend toujours

les relèvements simultanés de trois points; si les trois relèvements portés sur la carte se coupent au même point N, c'est que les relèvements ont été pris d'une manière parfaite, et la position du navire

Fig. 113.



est alors rigoureusement connue. Mais, à cause de la non-simultanéité parfaite des observations, à cause surtout des mouvements du navire qui gênent l'observateur, les trois relèvements ne se coupent pas, en général, au même point, mais forment un triangle $NN'N''$, ou *chapeau*, d'autant plus petit que les relèvements ont été mieux pris. Quand ce triangle est trop grand, il faut donc prendre de nouveaux relèvements; mais, quand il est petit, on se contente de considérer le navire comme placé au centre du cercle inscrit dans ce triangle, ce qui revient à admettre que les erreurs sont les mêmes sur chaque relèvement.

Si l'on se trouve dans le voisinage d'une côte malsaine, il est préférable, par mesure de prudence, de supposer le navire au point le plus dangereux.

Ainsi, le navire faisant une route parallèle à $N'P$, s'il y a des rochers en R, on supposera le navire placé en N', point le plus rapproché de ces dangers.

329. *Remarque.* — En représentant, sur la carte, un relèvement par une droite, nous admettons, par le fait, que l'intersection du vertical du point observé avec le Globe terrestre est une loxodromie, ce qui est inexact, à moins que le point relevé ne soit précisément sur le méridien de l'observateur.

En opérant comme nous venons de le dire, nous remplaçons donc

l'arc de grand cercle joignant le navire au point relevé, par l'arc de loxodromie passant par ces deux points.

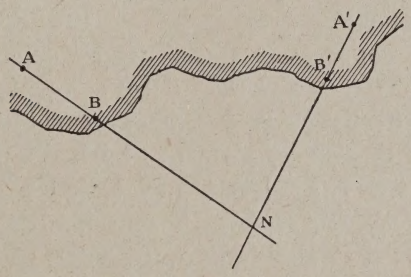
Comme les points relevés sont en général assez peu éloignés, cette substitution est sans aucun inconvénient dans la pratique; mais, en tout cas, on voit que la position du navire est d'autant mieux déterminée que les points relevés sont moins éloignés.

330. *Déterminer la position du navire connaissant le relèvement d'un point en vue et la distance à laquelle il se trouve de ce point.*

Il suffira, évidemment, pour avoir la position du navire, de mener par le point en vue la direction qui correspond à son relèvement, puis de porter, à partir de ce point, une longueur égale à la distance, évaluée en milles, et mesurée sur l'échelle des latitudes.

331. *Déterminer la position du navire à l'aide de deux alignements.* — Supposons que l'on aperçoive simultanément A et B (*fig.* 114)

Fig. 114.



sur un même alignement, ainsi que A′ et B′. Il est clair que, si l'on trace sur la carte les alignements AB et A′ B′, ces deux droites se rencontreront en un point N qui est la position exacte du navire.

Lorsque ce procédé peut être employé, on voit que la détermination du point est très simple, très rapide et ne nécessite aucun calcul.

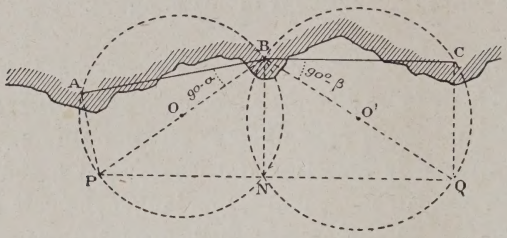
L'intersection des deux alignements est d'autant meilleure, c'est-à-dire le point d'autant plus précis, que l'angle des deux alignements est plus voisin de 90°.

332. *Déterminer la position du navire à l'aide de deux segments capables.* — Soient A, B, C trois points connus reportés sur la carte. Supposons que l'on ait mesuré, au même moment, à l'aide du sextant la distance angulaire α des points A et B, ainsi que la distance angulaire β des points B et C.

Plusieurs cas peuvent se présenter :

1° *Les angles* α *et* β *sont tous les deux aigus.* — On sait, par la Géométrie, que si l'on décrit sur AB (*fig.* 115), le segment capable

Fig. 115.



de l'angle α, on obtient un premier lieu géométrique du navire; on en obtient un deuxième en décrivant de même sur BC le segment capable de l'angle β.

Par conséquent, la position N du navire est à l'intersection de ces deux segments capables.

L'emploi du compas pour tracer des circonférences détériorant rapidement les cartes, on a cherché à trouver la position N du navire sans construire effectivement les segments capables. Voici comment l'on y parvient : menons les diamètres BOP et BO'P, ainsi que les cordes AP, PN, BN, NQ et QC. Les triangles BAP et CBQ sont rectangles, puisque les angles A et C sont inscrits dans des demi-circonférences, et il résulte de la construction géométrique des segments capables que l'on a :

$$\text{ABP} = 90^\circ - \alpha, \qquad \text{CBQ} = 90^\circ - \beta.$$

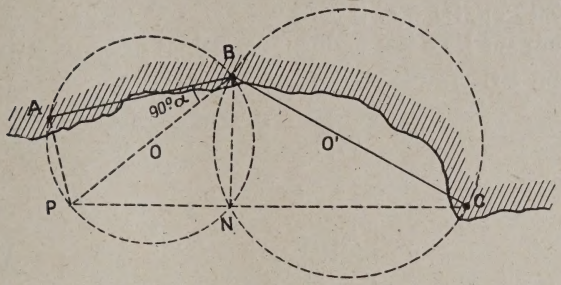
On obtiendra donc les points P et Q en formant en B des angles égaux à $90^\circ - \alpha$ et à $90^\circ - \beta$ et en élevant aux points A et C des perpendiculaires AP et CQ à AB et à BC.

Ceci fait, si l'on remarque que les deux triangles BNP et BNQ sont inscrits dans des demi-circonférences, on voit que les angles en N sont droits et, par suite, PNQ est une ligne droite. Dès lors le point N n'est autre chose que le pied de la perpendiculaire BN, abaissée du point B sur la droite PQ.

2° *L'un des deux angles, l'angle* β *par exemple, est droit.* — En raisonnant comme dans le cas précédent, on voit que le navire se trouve, à la fois, sur le segment capable de l'angle α décrit sur AB

comme corde (*fig.* 116) et sur la circonférence décrite sur BC comme diamètre. Les triangles BAP, BPN et BNC étant tous rectangles,

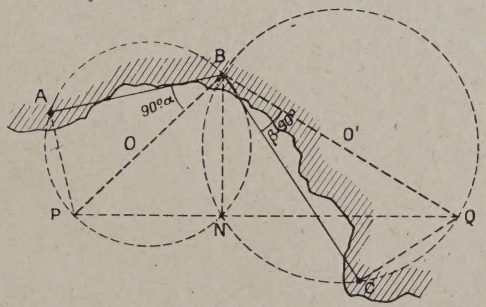
Fig. 116.



on voit que PNC est une ligne droite, de sorte que, pour obtenir la position du point N, il faut, après avoir déterminé le point P comme dans le cas précédent, le joindre au point C, puis abaisser du point B la perpendiculaire BN sur PC.

3° *L'un des deux angles, l'angle* β *par exemple, est obtus.* — On voit que, dans ce cas, le navire se trouve, à la fois, sur le segment capable de l'angle α décrit sur AB comme corde (*fig.* 117) et sur le segment capable de l'angle β, décrit sur BC comme corde.

Fig. 117.

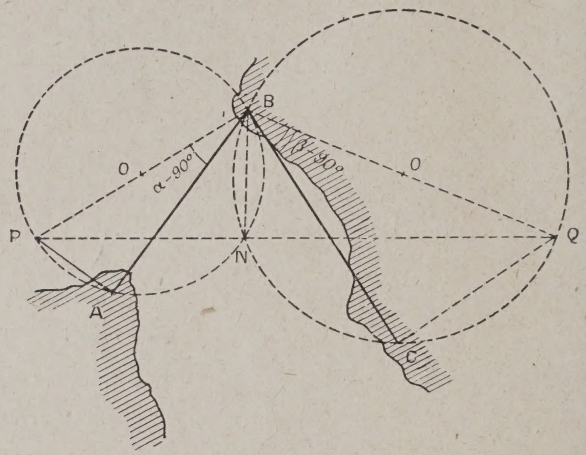


En se reportant au deuxième livre de Géométrie, on voit alors que, pour obtenir le diamètre BO′ Q, il faut faire en B, à l'opposé de la région où se trouve le navire, un angle égal à β — 90°. Par conséquent, le triangle BQC étant rectangle en C et les deux triangles BPN et BQN en N, on voit que, après avoir déterminé le point P comme dans le cas précédent, on mènera au point B une droite formant avec BC, vers la région opposée à celle où se trouve le navire, un

angle $\beta - 90^{\circ}$ et, au point C, une perpendiculaire sur BC. Le point Q étant ainsi déterminé, on obtiendra la position du navire en traçant la droite PQ et en abaissant sur elle la perpendiculaire BN.

4° *Les deux angles* α *et* β *sont obtus.* — Dans ce cas le navire se trouve encore sur les deux segments capables des angles α et β décrits sur AB et sur BC comme cordes (*fig.* 118).

Fig. 118.



La figure montre, en outre, qu'il faut ici former en B, avec BA et BC, des angles respectivement égaux à $\alpha - 90^{\circ}$ et $\beta - 90^{\circ}$, puis élever en A et en C des perpendiculaires aux cordes AB et BC, les angles et les perpendiculaires étant portés à l'opposé de la région où se trouve le navire : joignant par une droite les points P et Q ainsi obtenus et abaissant du point B la perpendiculaire sur PQ, on obtiendra la position du navire en N.

Donc en résumé :

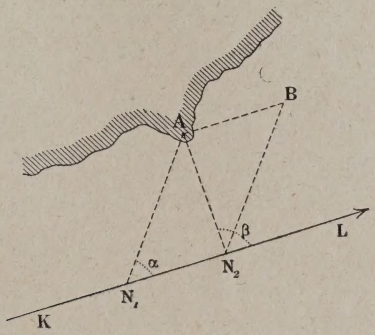
RÈGLE. — *Au point* B *former avec* BA *et* BC *des angles respectivement égaux aux compléments des angles* α *et* β, *ces angles étant tracés vers la région où se trouve le navire, ou vers la région opposée, selon qu'ils sont aigus ou obtus. Mener ensuite, par les points* A *et* C, *des perpendiculaires à* AB *et à* BC *et chercher leurs intersections* P *et* Q *avec les directions résultant des constructions qui précèdent : on obtiendra la position* N *du navire en abaissant du point* B *la perpendiculaire* BN *sur la droite* PQ.

Dans le cas où l'un des deux angles donnés est droit, remplacer le point P *ou* Q *par le point extrême* A *ou* C *correspondant.*

333. *Remarque.* — La solution des problèmes qui précèdent est la même, qu'il y ait ou non du courant : ces méthodes doivent donc toujours être préférées aux suivantes où le courant influe sur la détermination du point et il suffit que ce courant soit imparfaitement connu — ce qui est le cas le plus fréquent — pour que la position du navire soit plus ou moins douteuse.

334. *Déterminer la position du navire par deux relèvements d'un même point et la route suivie dans l'intervalle.* — 1° *Solution par la carte seule.* — Supposons que KL (*fig.* 11ᵏ) soit, sur la carte, la direc-

Fig. 119.



tion suivie par le navire et que N_1 et N_2 soient les positions du navire quand on relève successivement le point A à α et β degrés de la route vraie, ces deux angles se déduisant des relèvements vrais correspondants du point A et de la route vraie suivie par le navire.

Si l'on a noté soigneusement les heures où les deux relèvements ont été pris, ainsi que la vitesse du navire dans l'intervalle, on en déduit aisément la longueur $N_1 N_2$.

Pour obtenir le point N_2, menons par le point A une parallèle à KL et prenons AB égal à $N_1 N_2$: si nous traçons BN_2, le quadrilatère $ABN_2 N_1$, ayant deux côtés AB et $N_1 N_2$ égaux et parallèles, est un parallélogramme et l'on voit que, pour obtenir N_2, il suffit :

1° De tracer par le point A deux droites formant avec les méridiens des angles égaux aux relèvements obtenus ;

2° De mener par le point A une parallèle AB à la route du navire ;

3° De porter sur cette parallèle le chemin parcouru pendant l'intervalle des observations ;

4° De mener, par le point ainsi obtenu, une parallèle au premier relèvement jusqu'à sa rencontre avec le second.

Le point N_2, ainsi obtenu, représente la position du navire au moment du second relèvement.

2° *Solution par le calcul.* — Soient α et β les angles que la route vraie du navire forme avec N_1A et N_2A (*fig.* 113). Le triangle N_1N_2A donne :

$$\frac{N_1N_2}{\sin A} = \frac{AN_2}{\sin\alpha}.$$

Or on a :

$$\beta = \alpha + A,$$

et, par suite,

$$A = \beta - \alpha.$$

Si donc nous représentons par m le nombre de milles parcourus entre les deux relèvements, on peut écrire que :

$$\frac{m}{\sin(\beta-\alpha)} = \frac{AN_2}{\sin\alpha},$$

et, par suite,

$$AN_2 = \frac{m\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}.$$

La Table des lignes naturelles donne $\sin\alpha$ et $\sin(\beta-\alpha)$: il suffit donc de former le quotient de ces deux nombres et de le multiplier par m pour avoir la valeur de la distance du navire au point A, au moment de la seconde observation.

Par conséquent, sur la carte, on tracera simplement le second relèvement AN_2 du point A, puis l'on portera sur ce relèvement une longueur AN_2, égale à la valeur de $\frac{m\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}$: le point N_2 ainsi obtenu représentera la position du navire au moment où l'on a pris le second relèvement.

La Table XXXV de Friocourt permet de résoudre très rapidement cette question. Cette Table, dans laquelle on entre en effet avec α et $\beta-\alpha$ comme arguments, donne, toute calculée, la valeur de $\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}$; il suffit, par conséquent, de la multiplier par m.

Cas particulier. — Soient encore A (*fig.* 120) un point de la côte et MP la trajectoire suivie par le navire. En N_1 prenons l'angle formé par la route vraie et le relèvement du point, puis notons soigneusement la vitesse du navire et l'heure. Le bâtiment conservant le même cap, il arrivera un moment où l'angle formé par la trajectoire MP et le relèvement du point A sera égal à 2α : soit N_2 la position du navire à cet instant. Le triangle AN_1N_2 nous montre que

l'on a alors :

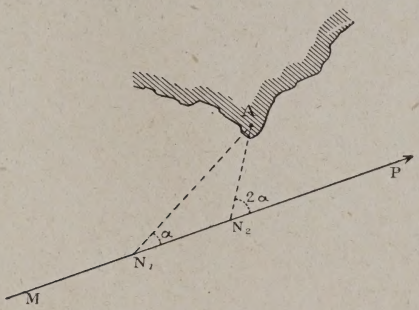
$$PN_2A = \alpha + A = 2\alpha,$$

et, par suite,

$$A = 2\alpha - \alpha = \alpha.$$

Le triangle AN_1N_2 étant isoscèle il en résulte que $N_2A = N_1N_2$. Par conséquent, arrivé en N_2, le navire se trouve éloigné du point A précisément d'une distance égale au chemin parcouru dans l'intervalle des deux observations.

Fig. 120.



335. *Remarque.* — Lorsqu'il y a du courant, la résolution du problème précédent exige qu'on en tienne compte, sans quoi on s'expose, comme nous allons le voir, à commettre de très grandes erreurs sur la position du navire.

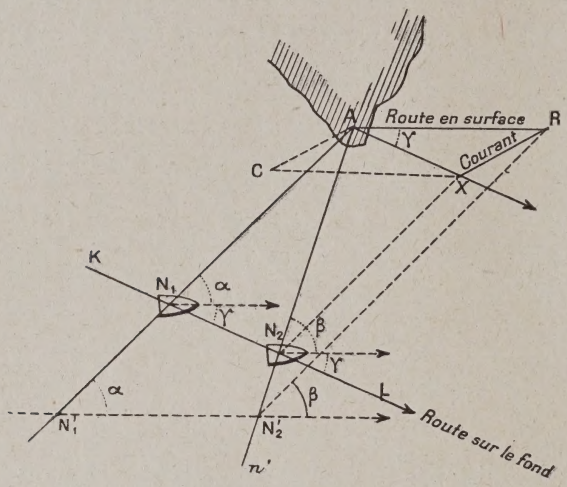
Pour tenir compte du courant qui entraîne le navire, nous rappellerons que l'on démontre, en Mécanique, que lorsqu'un mobile est animé, simultanément, de deux mouvements uniformes, le chemin résultant est représenté, en grandeur et en direction, par la résultante des deux chemins composants.

Si donc V est la vitesse du navire par rapport à l'eau qui l'environne, v la vitesse du courant et t l'intervalle qui s'écoule entre les deux relèvements successifs du point A (*fig.* 121), le chemin parcouru par le navire sur le fond sera, en grandeur et en direction, la diagonale du parallélogramme construit sur le chemin $AR = Vt$ qu'il parcourrait dans la direction de sa route en surface et sur le chemin $AC = vt$ qu'il parcourrait dans la direction du courant, si le courant seul entraînait le navire.

Il résulte de là que si, par le point A, nous menons AR parallèle à la route en surface et égale à Vt, puis AC parallèle au courant et

égale à vt, le chemin parcouru sur le fond sera parallèle et égal à la diagonale AX du parallélogramme ARXC ou, ce qui revient au même, parallèle et égal à la résultante du contour ARX.

Fig. 121.



Le navire s'est donc déplacé, non pas dans le sens AR, mais dans la direction AX, qui forme avec AR un angle γ facile à relever sur la carte.

Le navire devant alors se trouver sur le relèvement AN_1 au moment du premier relèvement, et sur le relèvement AN_2 au moment du second, en menant par le point X une parallèle XN_2 à AN_1, puis une parallèle $KN_1\,N_2\,L$ à AX, nous aurons, en N_2, la position du navire à l'instant du deuxième relèvement et en N_1N_2, la grandeur et la position du chemin effectivement parcouru sur le fond entre les deux relèvements.

Si donc nous n'avions pas tenu compte du courant, nous aurions placé le navire en N'_2 et nous aurions considéré $N'_1\,N'_2$ comme sa trajectoire réelle ce qui montre que l'erreur sur la position du navire et sur sa trajectoire eussent été considérables.

Le calcul de la distance AN_2 n'offre aucun intérêt pratique car, pour l'effectuer, il faudrait commencer par déterminer l'angle $RAX = \gamma$, les angles à utiliser dans le calcul étant non pas α et β, mais $\alpha + \gamma$ et $\beta + \gamma$; or la construction du contour RAX représente la presque totalité du graphique qui déterminerait le point N_2.

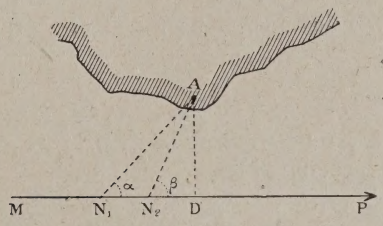
Donc, en résumé :

Règle. — *Pour déterminer la position du navire par deux relèvements successifs d'un même point, il faut :* 1° *tracer par ce point, sur la carte, un chemin égal à* Vt, *parallèlement à la route en surface,* V *étant la vitesse du navire et* t *l'intervalle des deux relèvements;* 2° *mener, par l'extrémité de ce chemin, s'il y a lieu, un chemin parallèle à la direction du courant et égal à* vt, v *étant la vitesse de ce courant;* 3° *par l'extrémité de ce dernier chemin, mener une parallèle au premier relèvement jusqu'à son intersection avec le deuxième. Le point d'intersection ainsi obtenu sera la position du navire cherchée.*

Quant à la route sur le fond on l'obtiendra en menant, par le point où se trouve le navire, une parallèle à la résultante du contour dont les composantes sont Vt *et* vt.

336. *Déterminer par le calcul à quelle distance d'un point de la côte passera le navire.* — Soient MP (*fig.* 122) la trajectoire du navire;

Fig. 122.



A un point de la côte; α et β les angles formés en N_1 et en N_2 par la direction suivie par le navire et les relèvements successifs du point A : nous nous proposons de calculer AD. Or, les triangles AN_1D et AN_2D donnent :

$$N_1D = AD\cot\alpha \qquad \text{et} \qquad N_2D = AD\cot\beta.$$

Donc :

$$N_1D - N_2D = N_1N_2 = AD(\cot\alpha - \cot\beta),$$

et, par conséquent,

$$AD = \frac{N_1N_2}{\cot\alpha - \cot\beta}.$$

Il suffit donc, pour avoir AD, d'évaluer N_1N_2, chemin parcouru entre les deux relèvements, et de le diviser par la différence des cotangentes des angles correspondants.

Pour se servir de cette formule, sans être astreint à se servir de Tables il suffit de dresser à l'avance et de coller sur une planchette,

suspendue dans la chambre des cartes, un tableau des angles que l'on doit observer successivement pour que leurs cotangentes diffèrent de fractions simples. Ainsi, par exemple, si α et β sont deux angles dont les cotangentes diffèrent de $\frac{1}{2}$, on aura :

$$AD = \frac{N_1 N_2}{\frac{1}{2}} = 2\, N_1 N_2.$$

Dans ce cas, la distance cherchée sera égale à deux fois le chemin parcouru entre les deux relèvements.

Les angles :

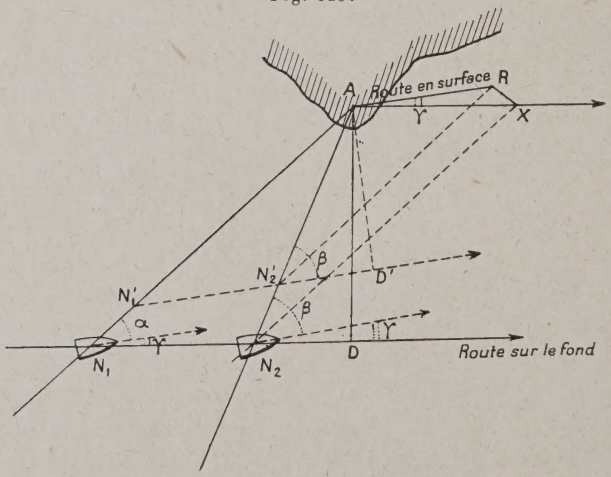
$$22^\circ,\quad 26^\circ,5,\quad 34^\circ,\quad 45^\circ,\quad 63^\circ,\quad 90^\circ,$$

forment une suite telle que la différence des cotangentes de deux termes consécutifs est égale à $\frac{1}{2}$ ou 0,5. Par conséquent, en relevant successivement le même point à 22° et à 26°,5 de la route; ou à 26°,5 et 34° ; ou à 34° et 45°, etc., on passera à une distance de ce point égale au double du chemin parcouru entre ces deux relèvements.

Il en est de même des angles 22°, 27° et 34°,5; des angles 30°, 39°, 55°, 77°, etc.

337. *Remarque.* — De même que dans le problème précédent, s'il y a du courant, il est indispensable d'en tenir compte si l'on veut éviter des erreurs grossières.

Fig. 123.



En nous reportant à ce que nous avons vu précédemment (335), on voit que si A (*fig.* 123) est le point relevé successivement à α et

β degrés de la route en surface, la trajectoire du navire sur le fond sera $N_1 N_2$, le point N_2 étant obtenu en construisant, en A, la résultante du contour ARX dans lequel AR est le chemin parcouru par le navire supposé soustrait à l'influence du courant et RX le chemin qu'il parcourrait sous la seule influence de ce courant. L'angle $\gamma = RAX$ ayant été déterminé, on voit que la distance AD à laquelle on passera du point A a pour expression :

$$AD = \frac{N_1 N_2}{\cot(\alpha + \gamma) - \cot(\beta + \gamma)},$$

$N_1 N_2$ étant égal à AX.

Si l'on avait négligé le courant, on aurait trouvé AD′ pour distance, c'est-à-dire une distance pouvant différer beaucoup de AD.

Dans ce cas encore, et pour les mêmes raisons que dans le cas précédent, la solution graphique est seule intéressante quand il y a du courant.

III. — POINT OBSERVÉ PAR RECTIFICATIONS SUCCESSIVES.

338. L'étude des circonstances favorables aux calculs de latitude et de longitude nous a montré que, si l'on possède un sextant et un chronomètre réglé, on peut obtenir séparément la longitude et la latitude du navire dans de très bonnes conditions, en observant aux moments convenables.

Mais, comme les circonstances favorables à ces deux calculs ont lieu à des instants différents, il en résulte que les deux coordonnées géographiques du navire ne pourront être déterminées simultanément avec exactitude : on déterminera donc l'une d'elles, puis on fera l'estime avec le plus grand soin, jusqu'à ce que l'on soit en mesure de déterminer la seconde. Le point, au moment de la seconde observation, sera alors déterminé par la première coordonnée, modifiée de l'estime, et par la seconde coordonnée prise telle quelle.

Détermination de la latitude.

339. L'étude des circonstances favorables au calcul de latitude nous a montré que l'on se trouvait dans les meilleures conditions, pour obtenir cet élément, en observant le plus près possible du méridien.

Il résulte de là que les observations méridiennes et circumméridiennes sont particulièrement avantageuses pour la détermination de la latitude, ainsi que l'observation de la Polaire, qui ne s'éloigne jamais beaucoup du méridien, la distance polaire de cet astre étant d'environ 1°,1.

340. *Latitude par l'observation de hauteurs méridiennes.* — La formule :

$$l = p \cos \mathrm{L} \operatorname{tang} \mathrm{Z},$$

qui donne l'erreur l sur la latitude, provenant d'une erreur p sur l'angle au pôle, nous montre que lorsqu'un astre passe au méridien, l'erreur l est nulle, quelle que soit l'erreur p : par conséquent, la relation qui permet de calculer la latitude méridienne doit être indépendante de P.

Pour obtenir cette relation, examinons successivement tous les cas qui peuvent se présenter :

1° *L'astre passe au méridien en* A_1 (*fig.* 124) *entre l'équateur et l'horizon.* — La figure montre que :

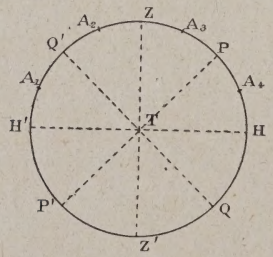
$$\mathrm{Q'Z} = \mathrm{ZA_1} - \mathrm{Q'A_1},$$

c'est-à-dire, en désignant par N la distance zénithale :

$$\mathrm{L} = \mathrm{N} - \mathrm{D}.$$

Pendant l'observation, on voit que l'observateur tourne le dos au

Fig. 124.



pôle élevé et nous remarquons que, dans ce cas, la latitude et la déclinaison sont de noms contraires.

2° *L'astre passe au méridien en* A_2, *entre l'équateur et le zénith.* — Dans ce cas, on voit que L et D sont de même nom et que L est plus

grande que D. De plus, pendant l'observation, l'observateur tourne le dos au pôle élevé. Or, la figure montre aussi que l'on a :

$$Q'Z = Q'A_2 + A_2Z.$$

On a donc, dans le cas qui nous occupe :

$$L = N + D.$$

3° *L'astre passe au méridien en* A_3, *entre le zénith et le pôle élevé.* — On voit que, dans ce cas, D et L sont de même nom, mais que D est plus grande que L. Or on a, sur la figure :

$$Q'Z = Q'A_3 - ZA_3,$$

c'est-à-dire :

$$L = D - N.$$

On voit d'ailleurs que, pendant l'observation, l'observateur tourne le dos au pôle abaissé.

4° *L'astre passe au méridien en* A_4, *entre le pôle élevé et l'horizon.* — On voit que, dans ce cas, L et D sont de même nom et que D est plus grande que la colatitude QH. La figure nous montre aussi que :

$$Q'Z = 180° - QZ,$$

et, comme :

$$QZ = QA_4 + A_4Z,$$

on a :

$$Q'Z = 180° - (QA_4 + A_4Z),$$

c'est-à-dire :

$$L = 180° - (N + D).$$

D'ailleurs, pendant l'observation, l'observateur tourne le dos au pôle abaissé.

341. *Remarque I.* — Il résulte de ce que nous venons de voir que, pour un passage au méridien supérieur, on a :

$$L = \pm N \pm D,$$

N étant positive ou négative selon que, pendant l'observation, l'observateur tourne le dos au pôle élevé ou au pôle abaissé, et D étant positive ou négative selon qu'elle est de même nom que L ou de nom contraire.

Par conséquent, si l'on convient de donner à la distance zénithale le nom du pôle auquel on tourne le dos pendant l'observation, on a dans tous les cas :

$$L = N + D,$$

N et D s'ajoutant quand elles sont de même nom, se retranchant quand elles sont de noms contraires.

342. *Remarque II.* — Dans le cas d'un passage au méridien inférieur, il est inutile de donner un nom à N. On vient de voir en effet que l'on a dans tous les cas :

$$L = 180^\circ - (D + N).$$

343. *Remarque III.* — Lorsqu'on se propose d'obtenir une latitude méridienne, il est indispensable de calculer à l'avance l'heure approchée du passage, afin de pouvoir se mettre en observation en temps utile.

Le problème à résoudre est donc le suivant : *A une heure donnée* Tvg′, *on se propose d'observer ultérieurement la hauteur méridienne d'un astre. En quel lieu se trouvera le navire au moment du passage et quelle sera l'heure approchée que marquera la montre d'habitacle au moment de l'observation ?*

Nous allons voir que ce problème se résout très facilement, d'une manière approchée, quel que soit l'astre observé.

I. *L'astre que l'on veut observer à son passage méridien est le Soleil.* — Lorsque le Soleil passera au méridien, on sait que l'heure vraie Tvg sera égale à 24^h et, comme l'heure vraie actuelle est Tvg′, il s'écoulera environ $24 —$ Tvg′ heures jusqu'à l'instant du passage.

Connaissant le point estimé L'_e, G'_e à l'heure Tvg′, la route et la vitesse, nous pourrons donc calculer les coordonnées approchées L_e et G_e du lieu où se trouvera le navire à l'heure Tvg $= 24^h$ par un simple calcul de point estimé.

L'heure approchée que marquera la montre d'habitacle, à l'instant de la méridienne, sera donc $(92 — 1^0)$:

$$\text{Tvg} = 24^h + g,$$

g désignant le changement en longitude du navire dans l'intervalle de temps $24^h —$ Tvg′, g étant pris avec le signe — ou le signe + selon qu'il est Est ou Ouest.

Il suffira, par conséquent, de monter sur le pont et de se mettre en observation quelques instants avant que la montre d'habitacle ne marque l'heure précédente.

II. *L'astre dont on veut observer le passage méridien est la Lune.* —

A l'aide des éphémérides méridiennes de la Lune et de la longitude G'_e (transformée en longitude Ouest si elle était Est), on obtiendra l'heure Tmg du passage de la Lune au méridien. Cette heure, combinée avec E_m, prise à vue pour le jour considéré, fera connaître l'heure Tvg du passage.

Faisant alors la différence Tvg — Tvg′, on aura l'intervalle de temps approximatif pendant lequel le navire aura à marcher avant l'observation de la méridienne.

Nous pourrons donc calculer les coordonnées L_e, G_e du lieu où se trouvera le navire à cet instant.

En désignant par g le changement en l'instant correspondant à l'intervalle Tvg — Tvg′, l'heure que marquera la montre d'habitacle à l'instant de l'observation méridienne sera donc, à quelques minutes près (92-1°) :

$$\text{Tvg} = \text{Tvg}' + g,$$

g étant négatif ou positif selon qu'il est Est ou Ouest.

III. *L'astre dont on veut observer la hauteur méridienne est une planète.* — Pour les planètes, l'heure du passage en un lieu quelconque différant très peu de l'heure du passage à Greenwich, donnée par la *Connaissance des Temps* dans les éphémérides de chaque planète, on obtiendra, par une simple lecture de ces éphémérides, l'heure approchée Tmg du passage de la planète au méridien du navire. Tmg étant connue, on aura :

$$\text{Tvg} = \text{Tmg} + E_m,$$

E_m étant prise à vue. On fera donc un calcul de point estimé pour le chemin parcouru dans l'intervalle de temps Tvg — Tvg′, ce qui donnera les coordonnées approchées L_e, G_e du lieu où se trouvera le navire au moment du passage.

Quant à l'heure approchée que marquera la montre d'habitacle, au moment du passage, on l'obtiendra par la relation :

$$\text{Tvg} = \text{Tvg}' + g$$

comme dans les cas précédents.

IV. *L'astre dont on veut observer la hauteur méridienne est une étoile.* — Au moment du passage, on aura :

$$\text{Tsg} = \text{AR}\star = \text{Tvg} + \text{AR}_v,$$

d'où :

$$\text{Tvg} = \text{AR}\star - \text{AR}_v,$$

$\text{Æ}_\star$ et Æ_φ étant pris à vue. On fera donc le point estimé pour l'intervalle de temps Tvg — Tvg′ et l'on en déduira les coordonnées approchées L_e, G_e du lieu où se trouvera le navire à l'instant du passage.

Enfin, l'heure approchée que marquera la montre d'habitacle, au moment du passage sera, comme dans les cas précédents :

$$\text{Tvg} = \text{Tvg}' + g,$$

g étant le changement en longitude du navire dans l'intervalle de temps Tvg — Tvg′.

344. *Observation d'une hauteur méridienne.* — Nous avons vu en Astronomie (89-3°) que, dans un lieu donné, une étoile atteint sa plus grande hauteur, c'est-à-dire sa hauteur de culmination quand elle passe au méridien, tandis que le Soleil, la Lune et les planètes n'atteignent leur hauteur maximum que *dans le voisinage* du méridien (Astronomie, 95-2°).

Il résulte de là que si l'on voulait observer rigoureusement la hauteur méridienne d'un astre, il faudrait l'observer à l'instant de son passage au méridien calculé avec précision et non pas par la méthode approchée que nous venons d'indiquer.

Mais, comme l'instant de la culmination d'un astre quelconque diffère toujours peu de celui du passage au méridien, et comme la hauteur varie très lentement pendant les quelques minutes qui précèdent ou qui suivent la culmination, on peut, sans inconvénient dans la partique, considérer la hauteur de culmination comme étant la hauteur méridienne.

On se mettra donc en observation quelques minutes avant l'heure du passage, puis l'on suivra le mouvement de l'astre à l'aide du sextant : quand on verra l'astre commencer à *mordre* l'horizon, c'est-à-dire commencer à s'abaisser au-dessous de lui, on notera l'heure M du compteur et on lira la hauteur correspondante. L'heure M permettra de calculer Tmp et, par suite, d'obtenir la déclinaison, élément qui figure dans la formule de la latitude méridienne.

Dans la pratique, on utilise, pour déterminer les éléments de la *Connaissance des Temps*, l'heure approchée, calculée comme nous l'avons indiqué ci-dessus, ce qui suffit toujours.

345. *Latitude par l'observation de hauteurs circumméridiennes.* — Soit H′ la hauteur circumméridienne d'un astre, c'est-à-dire la hauteur que l'on obtiendrait en observant cet astre un peu avant

ou un peu après son passage méridien. Désignons par Tmp′ l'heure de l'observation et soit H_m la hauteur méridienne que l'on obtiendrait *dans le même lieu*, à l'heure Tmp.

Comme H_m est plus grande que H′, on peut poser :

$$H_m = H' + h',$$

de sorte que, si l'on connaissait h', on pourrait déduire H_m de H′ et, par suite, calculer la latitude absolument comme si l'on avait observé la hauteur méridienne.

Calculons donc h'. Pour cela, remarquons que si P′ désigne l'angle au pôle correspondant à la hauteur H′, on a :

$$\sin H' = \sin L \cos \Delta' + \sin \Delta' \cos L \cos P', \tag{1}$$

L étant la latitude exacte du navire au moment de l'observation de H′. Or, en supposant que Δ′ soit la même aux heures Tmp′ et Tmp, on aurait, dans le même lieu, au moment du passage méridien :

$$\sin H_m = \sin L \cos \Delta' + \sin \Delta' \cos L, \tag{2}$$

puisqu'au moment du passage l'angle au pôle est nul. D'ailleurs, comme $H_m = H' + h'$, cette relation peut s'écrire :

$$\sin H' \cos h' + \sin h' \cos H' = \sin L \cos \Delta' + \sin \Delta' \cos L. \tag{2'}$$

Retranchant membre à membre la relation (1) de la relation (2′) il vient :

$$\sin H' (\cos h' - 1) + \sin h' \cos H' = \sin \Delta' \cos L (1 - \cos P'),$$

c'est-à-dire :

$$\sin H' (\cos h' - 1) + \sin h' \cos H' = 2 \sin \Delta' \cos L \sin^2 \frac{P'}{2}.$$

Or, si l'on n'a pas observé trop loin du méridien, h' est très petit et l'on peut alors poser, sans erreur sensible,

$$\cos h' = 1, \qquad \sin h' = h' \sin 1'',$$

de sorte que la relation précédente devient :

$$h' \sin 1'' \cos H' = 2 \sin \Delta' \cos L \sin^2 \frac{P'}{2}.$$

De même, P′ étant très petit et exprimé en minutes de temps et dixièmes, on peut remplacer $\sin \frac{P'}{2}$ par $\frac{P'}{2} \sin 1^m$ et écrire, par con-

séquent,

$$h' \sin 1'' \cos H' = 2 \sin \Delta' \cos L \sin^2 1^m \frac{P'^2}{4},$$

d'où il résulte que :

$$h' = \frac{\sin \Delta' \cos L \sin^2 1^m}{2 \sin 1'' \cos H'} P'^2, \tag{3}$$

P′ se calculant, soit directement par la formule de Borda, soit, de préférence, par la méthode que nous indiquerons plus loin.

La latitude L qui figure dans cette formule n'est pas connue, puisque c'est elle qu'on se propose de déterminer; mais, comme on a supposé l'astre très voisin du méridien au moment de l'observation, on peut pratiquement lui substituer, sans erreur sensible, la latitude L′ que l'on obtiendrait en considérant H′ comme une hauteur méridienne. Plusieurs cas peuvent alors se présenter :

1° *L'astre passe au méridien en* A_1 (*fig.* 125) *entre l'horizon et l'équateur.* — Dans ce cas, on voit que L′ et D′ sont de noms contraires, de sorte que :

$$\Delta' = 90^\circ + D' \qquad \text{et} \qquad \sin \Delta' = \cos D'.$$

De plus, en traitant H′ comme une hauteur méridienne, on a, puisque $N' = 90^\circ - H'$ et D′ sont de noms contraires et que N′ est plus grande que D′ :

$$L' = 90^\circ - H' - D'.$$

On en déduit :

$$H' = 90^\circ - D' - L' = 90^\circ - (L' + D'),$$

et, par suite,

$$\cos H' = \sin (L' + D').$$

La relation (3) prend alors la forme :

$$h' = \frac{\cos D' \cos L' \sin^2 1^m}{2 \sin 1'' \sin (L' + D')} P'^2. \tag{3'}$$

2° *L'astre passe au méridien en* A_2 (*fig.* 125) *entre l'équateur et le zénith.* — On sait que, dans ce cas, L′ et D′ sont de même nom et que L′ est plus grande que D′. Par conséquent :

$$\Delta' = 90^\circ - D' \qquad \text{et} \qquad \sin \Delta' = \cos D'.$$

De plus, en traitant H′ comme une méridienne, on a :

$$L' = N' + D' = 90^\circ - H' + D',$$

et, par suite,

$$H' = 90^\circ + D' - L' = 90^\circ - (L' - D'),$$

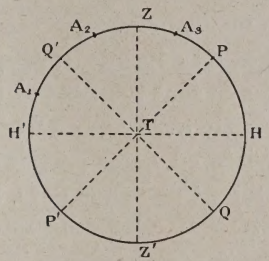
de sorte que :

$$\cos H' = \sin (L' - D').$$

La relation (3) devient alors :

$$(3'') \qquad h' = \frac{\cos D' \cos L' \sin^2 1^m}{2 \sin 1'' \sin (L' - D')} P'^2.$$

Fig. 125.



3° *L'astre passe au méridien en* A_3 (*fig.* 125) *entre le zénith et le pôle.* — Dans ce cas, L′ et D′ sont encore de même nom, mais L′ est plus petite que D′. On a alors :

$$\Delta' = 90^\circ - D', \qquad \text{d'où} \qquad \sin \Delta' = \cos D',$$

et

$$L' = D' - N' = D' - 90^\circ + H', \qquad \text{d'où} \qquad H' = 90^\circ + L' - D' = 90^\circ - (D' - L'),$$

de sorte que :

$$\cos H' = \cos [90^\circ - (D' - L')] = \sin (D' - L').$$

La relation (3) devient alors :

$$(3''') \qquad h' = \frac{\cos D' \cos L' \sin^2 1^m}{2 \sin 1'' \sin (D' - L')} P'^2.$$

Donc, en résumé, on voit que l'on a :

$$H_m = H' + \frac{\cos D' \cos L' \sin^2 1^m}{2 \sin 1'' \sin (L' + D')} P'^2,$$

quand L′ et D′ sont de noms contraires, et

$$H_m = H' + \frac{\cos D' \cos L' \sin^2 1^m}{2 \sin 1'' \sin \pm (L' - D')} P'^2,$$

quand L′ et D′ sont de même nom.

On voit donc que si l'on pose :

$$\alpha' = \frac{\cos D' \cos L' \sin^2 1^m}{\sin 1'' \sin (D' + L')} \qquad \text{et} \qquad \alpha'_1 = \frac{\cos D' \cos L' \sin^2 1^m}{\sin 1'' \sin \pm (L' - D')},$$

on a finalement :

$$H_m = H' + \alpha' P'^2,$$

quand L′ et D′ sont de noms contraires, et

$$H_m = H' + \alpha'_1 P'^2,$$

quand L′ et D′ sont de même nom.

Les coefficients α' et α'_1 ne dépendent, comme on le voit, que des deux éléments D′ et L′ : ils sont donnés par la Table XXX de Friocourt dans laquelle on entre avec L′ et D′ comme arguments. Cette Table est d'ailleurs divisée en deux parties correspondant, la première au cas où L′ et D′ sont de même nom, la seconde au cas où L′ et D′ sont de noms contraires.

Dans le cas particulier où $P' = 1^m$, on voit que l'on a :

$$\alpha' P'^2 = \alpha'.$$

C'est pour cela que la Table XXX est intitulée : *Changement en hauteur d'un astre pendant la minute qui précède ou qui suit son passage au méridien.*

346. *Remarque.* — Si l'on examine attentivement la Table XXX de Friocourt, on remarque que L peut varier d'une façon notable (une quinzaine de minutes) sans qu'il en résulte une variation appréciable de α.

C'est pour cela que, dans la pratique, au lieu de calculer L′ comme le voudrait la théorie, il suffit de prendre, à sa place, la latitude estimée, à moins que celle-ci ne soit très incertaine, ce qui est bien rare.

347. *Calcul de l'angle au pôle* P′ *correspondant à une hauteur circumméridienne* H′. — Pour calculer P′ on pourrait employer la méthode générale; mais, dans la pratique, on évite le calcul logarithmique de l'angle au pôle, par la formule de Borda, toujours assez long, en procédant comme il suit.

Ayant calculé comme nous l'avons déjà expliqué (343), la latitude et la longitude du navire pour le moment du passage méridien, on déterminera, par les procédés indiqués en Astronomie, l'heure Tmg pour l'instant du passage. On aura ensuite :

$$\mathrm{Tmp} = \mathrm{Tmg} + \mathrm{G},$$

puis :

$$\mathrm{A} = \mathrm{Tmp} - (\mathrm{Tmp} - \mathrm{A})$$

et, enfin,

$$M = A - (A - M).$$

Pour le Soleil, qui en mer est presque exclusivement employé dans les calculs de circumméridiennes, le calcul de l'heure M, pour l'instant du passage, se fera en remarquant que, si l'on désigne par n la date astronomique à ce moment, on aura :

$$Tvp = 0^h \text{ le } n + G_e = (G_e)^h \text{ le } n$$

si la longitude est Ouest, et

$$Tvp = 24^h \text{ le } (n-1) - G_e = (24^h - G_e) \text{ le } (n-1)$$

si la longitude est Est. On aura ensuite :

$$Tmp = Tvp + E_v$$

et, comme ci-dessus,

$$A = Tmp - (Tmp - A),$$

puis :

$$M = A - (A - M).$$

L'heure M du compteur au moment du passage étant connue et M′ étant l'heure du même compteur au moment de la circumméridienne, l'intervalle de temps M — M′ (ou M′ — M) est toujours très petit. On peut donc, sans erreur appréciable, regarder la montre comme marquant le temps de l'astre observé, de sorte que M — M′ (ou M′—M) représente la valeur de P′ avec une approximation suffisante pour tous les astres, sauf pour la Lune. On a donc :

$$P' = M - M',$$

si la circumméridienne a été observée *avant* le passage, et

$$P' = M' - M,$$

si la circumméridienne a été observée *après*.

347. *Limite des circumméridiennes.* — Pour établir la formule des circumméridiennes, nous avons supposé que P′ etait assez petit pour que l'on puisse remplacer, sans erreur appréciable, $\sin \frac{P'}{2}$ par $\frac{P'}{2} \sin 1^m$.

Il convient donc de ne traiter comme circumméridiennes que les hauteurs pour lesquelles cette substitution n'occasionne pas d'erreur importante dans les résultats.

En navigation, on convient de ne traiter par la méthode des circumméridiennes que les hauteurs pour lesquelles l'erreur sur la latitude, résultant de l'emploi de ce procédé de calcul, ne dépasse pas $1'$.

La Table XXIX de Friocourt donne, exprimée en minutes de temps, la valeur de l'angle au pôle limite pour lequel cette condition se trouve réalisée : on entre dans cette Table en prenant pour argument la valeur α' fournie par la Table XXX.

Si P_l représente cet angle au pôle limite et M l'heure du compteur au moment de la méridienne, il résulte de ce que nous venons de dire que l'on ne devra observer des circumméridiennes qu'entre les heures $M - P_l$ et $M + P_l$.

349. *Séries de hauteurs circumméridiennes.* — Dans la pratique, on ne se contente pas de prendre une seule hauteur circumméridienne : on en prend toujours plusieurs afin d'atténuer l'influence des erreurs d'observation. Voyons comment on détermine alors la latitude et, pour cela, soient H', H'', H''' trois hauteurs circumméridiennes vraies; M', M'', M''' les heures du compteur et P', P'', P''' les angles au pôle correspondants. En désignant par H'_m, H''_m, H'''_m les hauteurs méridiennes correspondant à chaque observation, on a :

$$H'_m = H' + \alpha' P'^2,$$
$$H''_m = H'' + \alpha'' P''^2,$$
$$H'''_m = H''' + \alpha''' P'''^2.$$

Additionnant membre à membre, il vient :

$$H'_m + H''_m + H'''_m = H' + H'' + H''' + \alpha' P'^2 + \alpha'' P''^2 + \alpha''' P'''^2.$$

Or, si les circumméridiennes ont été prises à peu d'intervalle les unes des autres, les valeurs α', α'', α''' sont, à très peu près, égales à la valeur moyenne α calculée à l'aide de la latitude et de la déclinaison qui correspondent à l'instant moyen des observations. On peut donc écrire :

$$H'_m + H''_m + H'''_m = H' + H'' + H''' + \alpha(P'^2 + P''^2 + P'''^2),$$

de sorte que l'on a :

$$\frac{H'_m + H''_m + H'''_m}{3} = \frac{H' + H'' + H'''}{3} + \alpha\left(\frac{P'^2 + P''^2 + P'''^2}{3}\right).$$

De plus, comme la moyenne des hauteurs méridiennes vraies est

très sensiblement égale à la hauteur méridienne vraie H_m qui correspond à l'instant milieu des observations, on peut écrire :

$$H_m = \frac{H' + H'' + H'''}{3} + \alpha \frac{P'^2 + P''^2 + P'''^2}{3}.$$

Enfin, pour abréger le calcul, au lieu de corriger séparément les trois hauteurs circumméridiennes, on fait leur moyenne et on la corrige seule, puis on admet que la hauteur vraie ainsi obtenue est précisément égale à $\frac{H' + H'' + H'''}{3}$. On a alors :

$$H_m = \text{hauteur moyenne corrigée} + \alpha \frac{P'^2 + P''^2 + P'''^2}{3}.$$

350. *Latitude par deux circumméridiennes, sans calcul d'heure préalable.* — Soient H' et H'' deux hauteurs circumméridiennes vraies, M' et M'' les heures correspondantes du compteur.

Nous supposerons que la déclinaison reste constante dans l'intervalle de temps qui s'écoule entre les deux observations et l'instant de la méridienne, et que le déplacement du navire pendant ce temps est négligeable, ce qui exige, par conséquent, que les hauteurs soient très rapidement observées.

Il résulte de là que la hauteur méridienne H_m est la même au moment des deux observations, ainsi que le coefficient α'. On a donc :

$$(1) \qquad H_m = H' + \alpha' P'^2,$$

$$(2) \qquad H_m = H'' + \alpha' P''^2,$$

relations qui ne sont autre chose que deux équations à trois inconnues H_m, P', P''.

Ces deux équations étant insuffisantes pour déterminer ces inconnues il est, par suite, nécessaire de trouver une autre relation entre ces trois quantités.

Remarquons d'abord que si l'on retranche (2) de (1), l'équation résultante :

$$0 = H' - H'' + \alpha'(P'^2 - P''^2),$$

que l'on peut écrire :

$$(3) \qquad H'' - H' = \alpha'(P' - P'')(P' + P''),$$

pourra remplacer l'une quelconque d'entre elles, la deuxième, par exemple.

Nous allons montrer maintenant qu'il est toujours possible de

connaître soit $P' + P''$, soit $P' - P''$, c'est-à-dire la troisième relation nécessaire pour pouvoir calculer P', P'' et H_m.

Examinons donc les divers cas qui peuvent se présenter :

1° *Les deux circumméridiennes sont prises avant le passage méridien.* — On a alors :

$$P' > P'',$$

et, par suite,

$$P' - P'' = M'' - M', \tag{4}$$

en admettant que, dans l'intervalle des observations, le compteur ait marqué le temps de l'astre observé, ce qui est suffisamment exact dans la pratique pour tous les astres sauf pour la Lune.

La relation (3) peut donc s'écrire :

$$H'' - H' = \alpha'(P' + P'')(M'' - M'),$$

et l'on a, par conséquent,

$$P' + P'' = \frac{H'' - H'}{\alpha'(M'' - M')}. \tag{3'}$$

Connaissant $P' + P''$ et $P' - P''$, on en déduit aisément P' et P'' en faisant la somme puis la différence des relations (4) et (3').

2° *Les deux circumméridiennes sont prises après le passage méridien.* — On a alors $P'' > P'$ et, par suite, on peut poser :

$$P'' - P' = M'' - M'. \tag{4'}$$

Comme, dans ce cas, H'' est plus petite que H', la relation (3) peut s'écrire, en changeant les signes des deux membres :

$$H' - H'' = \alpha'(P' + P'')(P'' - P'),$$

c'est-à-dire, en tenant compte de (4'),

$$H' - H'' = \alpha'(P' + P'')(M'' - M').$$

On en déduit :

$$P' + P'' = \frac{H' - H''}{\alpha'(M'' - M')}, \tag{3''}$$

et l'on voit alors que les relations (4') et (3'') permettent d'obtenir P' et P'' par voie d'addition et de soustraction.

3° *L'une des deux circumméridiennes est prise avant, l'autre après le passage méridien.* — Il est clair que si l'on admet toujours que le

compteur marque le temps de l'astre, on a :

$$(4'') \qquad P' + P'' = M'' - M'.$$

De plus, suivant que H'' est plus grande ou plus petite que H', on a, d'après la relation (3) :

$$H'' - H' = \alpha'(P' - P'')(P' + P'')$$

ou

$$H' - H'' = \alpha(P'' - P')(P' + P'').$$

On en déduit, dans le premier cas,

$$H'' - H' = \alpha'(P' - P'')(M'' - M'),$$

d'où :

$$(3''') \qquad P' - P'' = \frac{H'' - H'}{\alpha'(M'' - M')},$$

et, dans le second :

$$H' - H'' = \alpha'(P'' - P')(M'' - M'),$$

d'où :

$$(3^{IV}) \qquad P'' - P' = \frac{H' - H''}{\alpha'(M'' - M')}.$$

Connaissant $P' + P''$ et $P' - P''$, on en déduira P' et P'' par voie d'addition et de soustraction.

Quel que soit le cas dans lequel on se trouve, P' et P'' ayant été calculés comme nous venons de l'indiquer, en portant la valeur de P' dans la relation (1), ou celle de P'' dans la relation (2), on en déduira H_m et le calcul s'achèvera ensuite comme d'habitude.

Pratiquement, on simplifie le calcul en opérant de la manière suivante : au lieu de calculer séparément les deux valeurs de H_m, on en calcule simplement la moyenne en additionnant membre à membre les relations (1) et (2). On obtient ainsi :

$$2H_m = H' + H'' + \alpha'(P'^2 + P''^2),$$

et, par suite,

$$(1') \qquad H_m = \frac{H' + H''}{2} + \alpha' \frac{P'^2 + P''^2}{2},$$

relation qui donne H_m, en y portant les valeurs de P' et P'' trouvées précédemment. De plus, au lieu de corriger séparément les deux hauteurs observées, on se contente d'en faire la moyenne, et c'est cette moyenne qui, corrigée, est prise à la place de $\frac{H' + H''}{2}$. On a donc :

$$H_m = \text{hauteur moyenne corrigée} + \alpha' \frac{P'^2 + P''^2}{2}.$$

Enfin, connaissant H_m, on obtient la latitude, à l'instant moyen des observations, à l'aide de la formule connue :

$$L = N + D = (90^\circ - H_m) + D.$$

351. *Remarque I.* — En se servant de la formule (1') pour calculer H_m, on n'a pas besoin de se préoccuper d'examiner dans quel cas on se trouve. En posant toujours, en effet,

$$P' - P'' = M'' - M', \qquad \text{et} \qquad P' + P'' = \frac{\pm (H'' - H')}{\alpha' (M'' - M')},$$

on est certain, dans tous les cas, que la somme de ces deux relations donnera l'un des deux angles au pôle, tandis que leur différence donnera le second. Ces deux angles calculés, on fera la somme de leurs carrés, qui est seule utile, puis on la portera dans la relation (1').

352. *Remarque II.* — Dans les formules relatives aux circumméridiennes, il ne faut pas oublier que α' et $H'' - H'$ sont exprimés en secondes de degré et que $M'' - M'$ et $P' + P''$ sont exprimés en minutes de temps et dixièmes, comme les angles au pôle P' et P''. Quant aux corrections $\alpha' P'^2$ et $\alpha' \frac{P'^2 + P''^2}{2}$, ..., elles sont exprimées en secondes de degré.

353. *Latitude par l'observation de la polaire.* — Cette étoile, n'étant distante du pôle que de 1°,1 environ, se trouve toujours dans des conditions favorables pour un calcul de latitude.

Supposons donc que l'on ait observé la polaire à l'heure Tvg de la montre d'habitacle et soit H la hauteur trouvée.

A l'aide de l'heure Tvg on peut calculer aisément Tag et en déduire l'angle au pôle de l'étoile au moment de l'observation, de sorte que la latitude est donnée par la formule générale :

$$\sin(L + \varphi) = \frac{\sin H \cos \varphi}{\cos \Delta}, \tag{1}$$

l'angle φ étant, comme on l'a vu, déterminé par la relation :

$$\operatorname{tang} \varphi = \operatorname{tang} \Delta \cos P. \tag{2}$$

Or, Δ étant très petite, la relation (2) nous montre que l'angle φ est également très petit.

On peut donc poser :

$$\cos \varphi = 1, \qquad \cos \Delta = 1,$$

de sorte que la relation (1) se réduit à :

$$\sin(L + \varphi) = \sin H.$$

D'ailleurs, comme H et $L + \varphi$ sont tous deux aigus, il en résulte que :

$$L + \varphi = H$$

et, par suite,

$$L = H - \varphi.$$

Enfin, φ et Δ étant très petits, la relation (2) se réduit à :

$$\varphi = \Delta \cos P,$$

de sorte que l'on a, finalement,

$$L = H - \Delta \cos P.$$

Lorsque P est compris entre 0^h et 6^h, cos P étant positif, on voit que la correction Δ cos P est soustractive; elle est au contraire additive lorsque P est supérieur à 6^h, car cos P est alors négatif.

La correction Δ cos P se calcule très simplement à l'aide de la Table de point. Si l'on entre, en effet, dans cette Table avec Δ exprimée en minutes de degré et dixièmes comme nombre de milles et P exprimé en degrés comme angle de route, il est clair que la correction Δ cos P sera le nombre correspondant de la colonne N. S.

Dans le cas où P serait plus grand que 90°, il suffirait évidemment d'entrer dans la Table avec 180° — P comme angle de route.

354. *Remarque I.* — Les Tables de la *Connaissance des Temps* relatives à la polaire permettent d'effectuer très simplement le calcul de latitude à l'aide de cet astre.

Les Tables I et II donnent en effet, toute calculée, la valeur de la correction $\text{Ⱥ}_m - \text{Ⱥ}_a$ à ajouter à Tmg pour avoir Tag et par suite P. De l'heure Tvg de la montre d'habitacle on déduira, tout d'abord, Tmg = Tvg + E_ν et l'on aura ensuite :

$$S = \text{Tag} = \text{Tmg} + \text{Table I} + \text{Table II}.$$

A la mer la Table I suffit même seule.

La Table III donne ensuite la correction Δ cos P : on entre dans cette Table avec Tag = S comme argument.

La correction est additive, comme nous l'avons vu, si P est plus grand que 6^h, c'est-à-dire si Tag est compris entre 6^h et 18^h; la correction est négative si P est moindre que 6^h, c'est-à-dire lorsque Tag est compris entre 0^h et 6^h, ou entre 18^h et 24^h.

355. *Remarque II.* — On sait que l'erreur l sur la latitude provenant d'une erreur p sur l'angle au pôle est donnée par la formule :

$$l = p \operatorname{tang} Z \cos L.$$

Comme l'azimut observable de la polaire est compris entre 1°,1 à l'équateur et 2°,6 par 65° (180), on voit que, pour une erreur de 15′ ou 1^m sur l'angle au pôle, l'erreur sur la latitude serait comprise entre :

$$15 \times \operatorname{tang} 1°,1 = 15 \times 0,02 = 0',3$$

et

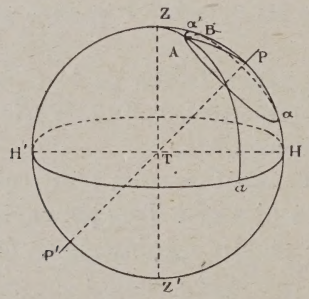
$$15 \times \operatorname{tang} 2°,6 \times \cos 65° = 15 \times 0,04 \times 0,04 = 0',2,$$

c'est-à-dire inférieure à un demi-mille.

Il résulte de là que l'heure de la montre d'habitacle, réglée à la minute et corrigée de E_v, permet toujours de faire le calcul de latitude par la polaire dans d'excellentes conditions.

356. *Remarque III.* — La formule de la latitude par la polaire peut s'établir directement de la manière suivante : soient P le pôle élevé (*fig.* 126), Z le zénith, $\alpha\alpha'$ le parallèle diurne décrit par la polaire et A l'astre au moment de l'observation.

Fig. 126.



Si, du point Z comme pôle, avec ZA comme rayon sphérique, on décrit l'arc d'almicantarat AB, on voit sur la figure que l'on a :

$$PH = HB - PB,$$

c'est-à-dire :

$$L = H - PB.$$

Pour évaluer PB, nous remarquerons que, puisque PA est égal à 1°,1 environ, le triangle PAB peut être considéré comme rectiligne

et, comme il est rectangle en B, on a :

$$BP = PA \cos BPA = \Delta \cos P,$$

de sorte que :

$$L = H - \Delta \cos P.$$

On verrait aisément que la formule s'applique à toute autre position que pourrait occuper la polaire sur son parallèle diurne.

Détermination de la longitude.

357. *Calcul de longitude.* — La latitude ayant été déterminée par l'un quelconque des procédés que nous venons d'indiquer, si, à partir de ce moment, on fait l'estime avec le plus grand soin, jusqu'au moment des circonstances favorables au calcul d'heure, on pourra, à l'aide d'une hauteur H, observée à cet instant, calculer la longitude dans de bonnes conditions.

En effet, si L′ est la latitude déduite d'un calcul antérieur et l' le changement en latitude, jusqu'au moment de l'observation de la hauteur horaire, la latitude du navire sera, au moment de cette observation, égale à $L' + l'$. Désignant par L cette latitude, la relation :

$$\sin H = \sin L \cos \Delta + \sin \Delta \cos L \cos P,$$

permettra alors de calculer P à l'aide de la formule de Borda :

$$\sin \frac{P}{2} = \sqrt{\frac{\cos S \sin (S - H)}{\cos L \sin \Delta}}.$$

P étant connu, on en déduira :

$$\begin{aligned} Tag &= P, && \text{si l'astre a été observé dans l'Ouest,} \\ Tag &= 24^h - P, && \text{» » l'Est.} \end{aligned}$$

Enfin, connaissant l'heure Tmp de l'observation, on en déduira :

$$Tap = Tmp + \text{Æ}_m - \text{Æ}_a,$$

et, finalement,

$$G = Tap - Tag,$$

G étant E ou O selon que Tag est plus grand ou plus petit que Tap.

Les coordonnées géographiques du navire, au moment de l'observation horaire, seront donc :

$$L = L' + l' \quad \text{et} \quad G.$$

358. *Remarque.* — Comme les hauteurs d'étoiles, de Lune ou de planètes sont en général moins bonnes que les hauteurs du Soleil, à cause de la difficulté que l'on éprouve pour apercevoir nettement l'horizon de la mer, la nuit, on détermine le plus souvent la latitude du navire par l'observation de hauteurs méridiennes ou circumméridiennes de Soleil et la longitude à l'aide de hauteurs horaires de Soleil.

La latitude peut aussi se déterminer dans de bonnes conditions avec la polaire, si l'on observe cet astre le matin et le soir, lorsque la lueur crépusculaire commence ou cesse : c'est à ce moment, en effet, que la ligne d'horizon se dessine le plus nettement.

On peut donc être ainsi amené à résoudre les problèmes suivants :

I. Déterminer le point à midi à l'aide d'un angle horaire de Soleil pris dans la matinée et une hauteur méridienne ou circumméridienne de Soleil;

II. Déterminer le point à l'aide d'une hauteur méridienne ou circumméridienne de Soleil et d'une hauteur horaire prise dans l'après-midi;

III. Déterminer le point à l'aide d'une hauteur horaire de Soleil prise dans l'après-midi et d'une observation crépusculaire de la polaire;

IV. Déterminer le point à l'aide d'une hauteur crépusculaire de la polaire et d'une hauteur horaire de Soleil prise dans la matinée.

359. *Point à midi à l'aide d'un angle horaire de Soleil pris dans la matinée et d'une hauteur méridienne ou circumméridienne de Soleil.* — Soient Tmp′ l'heure donnée par le chronomètre à l'instant où l'on a observé la hauteur horaire H′ et Tvg′ l'heure correspondante, fournie par la montre d'habitacle.

Comme nous ne connaissons pas la latitude assez exactement pour faire immédiatement un calcul d'angle horaire, nous nous contenterons de corriger la hauteur et de calculer l'heure Tvp′ à l'aide de la relation :

$$\mathrm{Tvp}' = \mathrm{Tmp}' + \mathrm{E}'_m,$$

E'_m étant calculée, ainsi que D′ et Δ′, à l'aide de Tmp′.

V désignant la route suivie par le navire jusqu'au moment de la méridienne ou de la circumméridienne, et m le nombre de milles parcourus, un calcul du point estimé donnera l et g.

Au moment de la méridienne ou de la circumméridienne H, on

aura donc, pour coordonnées estimées du navire,

$$L_e = L'_e + l, \qquad G_e = G'_e + g,$$

coordonnées qui permettront de calculer les éléments nécessaires au calcul de la latitude méridienne L. Pour obtenir la longitude exacte du navire au moment de l'observation horaire, nous remarquerons qu'à ce moment sa latitude exacte était :

$$L' = L - l.$$

La formule :

$$\sin\frac{P'}{2} = \sqrt{\frac{\cos S' \sin(S' - H')}{\cos L' \sin \Delta'}},$$

fera donc connaître P′ et par suite Tvg′ et G′. La longitude exacte à midi est, par conséquent,

$$G = G' + g,$$

de sorte que les coordonnées géographiques du navire, à midi, sont :

$$L \quad \text{et} \quad G = G' + g.$$

Pour que ce procédé donne de bons résultats, il va sans dire qu'il faut évaluer avec le plus grand soin le chemin parcouru par le navire entre les deux observations.

360. *Point par une hauteur méridienne ou circumméridienne de Soleil et une hauteur horaire prise dans l'après-midi.* — A l'aide de la hauteur méridienne ou circumméridienne H et de la déclinaison du Soleil, calculée pour l'heure correspondante Tvp, on détermine la latitude L à midi.

On fait ensuite avec soin l'estime de la route et du chemin parcourus jusqu'au moment de l'observation horaire.

Le navire se trouvant à ce moment par une latitude $L' = L + l$, en désignant par l le changement en latitude depuis l'observation méridienne, on pourra, à l'aide de la hauteur H′, et de la distance polaire Δ' déduite de l'heure Tmp′ de la seconde observation, calculer P′ à l'aide de la formule de Borda :

$$\sin\frac{P'}{2} = \sqrt{\frac{\cos S' \sin(S' - H')}{\cos L' \sin \Delta'}},$$

et en déduire Tvg′. Comme par ailleurs l'heure Tmp′ a permis de calculer Tvp′, on aura, à l'instant de la seconde observation :

$$G' = \text{Tvp}' - \text{Tvg}'.$$

Les coordonnées géographiques du navire, au moment de l'observation horaire, sont donc :

$$L' = L + l, \qquad G'.$$

361. *Point à l'aide d'une hauteur horaire de Soleil et d'une hauteur crépusculaire de la polaire.* — Si le point, au moment de la hauteur horaire de Soleil, a été déterminé par le procédé que nous venons d'indiquer, en faisant l'estime avec soin jusqu'au moment de l'observation de la polaire, on pourra calculer la latitude du navire, pour cet instant, par la relation :

$$L = H - \Delta \cos P,$$

tandis que sa longitude sera :

$$G = G' + g,$$

G′ étant la longitude de l'après-midi et g le changement en longitude.

Si l'on n'avait pas pu calculer la longitude G′ dans l'après-midi, faute d'une bonne latitude, on procéderait exactement comme dans le cas du point à midi, en remplaçant simplement le calcul de méridienne ou de circumméridienne par le calcul de la latitude par la polaire.

362. *Point à l'aide d'une hauteur crépusculaire de polaire et une hauteur horaire de Soleil prise dans la matinée.* — Ce point se détermine en procédant absolument comme si l'on avait observé la méridienne et un angle horaire de Soleil, en remplaçant simplement le calcul de méridienne par celui de la latitude par la polaire.

363. *Remarque.* — On voit, par ce qui précède, qu'on peut obtenir la position du navire dans de très bonnes conditions : dans la matinée, à midi, dans l'après-midi et un peu après le coucher du Soleil.

Cela suffit, en général, pour des bâtiments dont la vitesse n'est pas trop grande.

IV. — POINT OBSERVÉ. MÉTHODE DES DROITES DE HAUTEUR.

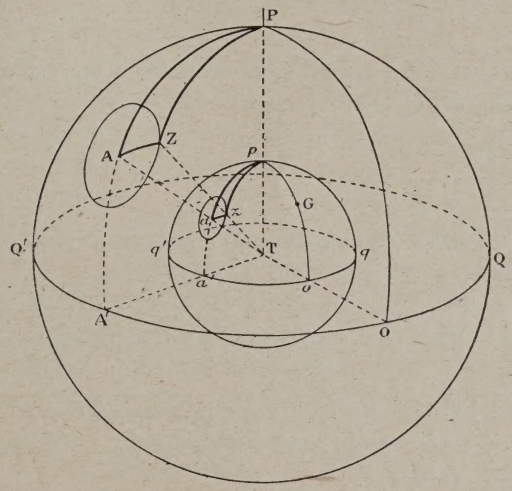
364. Nous venons de voir comment un Navigateur qui possède un chronomètre réglé peut s'y prendre pour rectifier successivement sa latitude et sa longitude.

Cette méthode, uniquement employée autrefois, a l'inconvénient de ne pas permettre d'obtenir le point à un instant quelconque, ce qui est pourtant nécessaire avec les vitesses actuelles des navires, c'est pourquoi on lui substitue maintenant la *méthode des droites de hauteur*, que nous allons exposer, méthode qui permet de tirer parti d'une observation faite à un instant quelconque.

Cercles, courbes et droites de hauteur.

365. *Cercle de hauteur.* — Soient z (*fig.* 127) la position de l'observateur sur le Globe; Z son zénith; P le pôle élevé; p le pôle terrestre correspondant et A la position d'un astre sur la sphère céleste.

Fig. 127.



Nous appellerons *projection terrestre* de l'astre A, le point a, où la droite TA, qui joint le centre de la Terre à l'astre, rencontre la surface du Globe.

Ceci posé, si nous traçons les deux triangles PZA et pza, il est clair que ces deux triangles sont semblables, puisque leurs côtés et leurs angles ont mêmes mesures.

Or, si à l'instant où l'astre est en A un observateur placé en z prend sa hauteur, cette hauteur corrigée et ramenée au centre de la Terre, aura pour complément l'angle ZTA, c'est-à-dire la distance zénithale vraie AZ de l'astre à l'instant considéré ou, sur la Terre, la distance az de l'observateur à la projection terrestre de l'astre.

Il résulte de là que, *prendre la hauteur d'un astre, c'est déterminer la distance à laquelle on se trouve de sa projection terrestre.*

Par conséquent, si du point *a* comme pôle, avec *az* comme distance polaire, on décrit un petit cercle, ce petit cercle, qui a reçu le nom de *cercle de hauteur* de l'astre, sera un lieu géométrique du navire.

Si l'on avait observé au même instant la hauteur d'un second astre, on aurait obtenu un second cercle de hauteur et, comme le navire devrait se trouver à la fois sur les deux cercles, il se trouverait nécessairement à leur intersection.

Deux cercles se coupant en général en deux points, on pourrait craindre qu'il n'y ait indécision sur la position du navire : mais, comme le point estimé est toujours très voisin du point exact, il est impossible de se tromper, le navire se trouvant évidemment, à celui des deux points d'intersection qui est le plus voisin du point estimé.

366. *Remarque.* — Le cercle de hauteur d'un astre se réduit à un point quand la hauteur de cet astre est égale à 90°. Si l'astre observé se trouvait exactement au pôle, son cercle de hauteur serait un parallèle.

367. *Détermination du cercle de hauteur d'un astre.* — Il résulte de ce que nous venons de dire que, si l'on possédait un globe matériel représentant la Terre, pour pouvoir y tracer le cercle de hauteur de l'astre observé, il faudrait savoir y placer la projection terrestre de cet astre.

Le cercle de hauteur ne sera donc déterminé que si l'on sait calculer les coordonnées géographiques L_a et G_a de la projection terrestre *a* de l'astre observé.

Or, il est visible sur la figure 127 que l'on a d'abord :

$$L_a = a'a = A'A = D_a.$$

Quant à G_a, elle représente l'angle OPA′, moindre que 180° ou 12 heures, formé par le méridien de Greenwich PO et le plan horaire PAA′ de l'astre, c'est-à-dire l'angle au pôle P_a de l'astre à Greenwich. On a donc :

$$G_a = P_a = \text{Tap}, \quad \text{si} \quad \text{Tap} < 12^h$$

et

$$G_a = P_a = 24^h - \text{Tap}, \quad \text{si} \quad \text{Tap} > 12^h,$$

de sorte que, pour avoir G_a, il faut pouvoir calculer Tap. Or, on sait

que :

$$\text{Tap} + \text{Æ}_a = \text{Tmp} + \text{Æ}_m.$$

On en déduit :

$$\text{Tap} = \text{Tmp} + \text{Æ}_m - \text{Æ}_a,$$

relation qui nous montre que, pour connaître exactement G_a, il est indispensable de connaître l'heure précise Tmp de l'observation.

Donc, la condition indispensable pour pouvoir déterminer exactement la projection terrestre d'un astre est de posséder un chronomètre réglé.

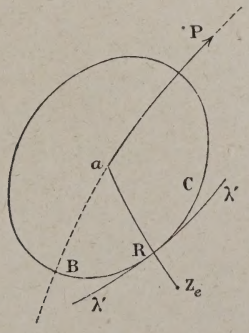
368. *Courbes et droites de hauteur.* — Si l'on possédait un globe terrestre de dimensions suffisantes, le tracé des cercles de hauteur et, par suite, la détermination du point observé n'exigeraient, comme on le voit, pas d'autres calculs que la correction des hauteurs et la détermination des coordonnées géographiques des projections terrestres des astres observés.

Mais, comme il faudrait, pour que le mille soit représenté par une longueur appréciable, posséder un globe d'au moins quatre mètres, de diamètre, nous avons vu que l'emploi des globes terrestres était impraticable et qu'on les avait remplacés par les cartes marines.

Or, l'emploi des cartes marines complique le problème, car les cercles de hauteur sont représentés sur la carte de Mercator par des courbes de formes variables, appelées *courbes de hauteur*, dont le tracé est toujours compliqué, comme nous le verrons plus loin.

L'emploi des courbes de hauteur pour déterminer le point serait donc impraticable s'il fallait effectivement les tracer sur la carte, mais, fort heureusement, ce tracé n'est pas nécessaire.

Fig. 128.



En effet, l'estime faite avec soin fait connaître une position approchée Z_e (*fig.* 128) du navire, toujours voisine de la position exacte,

de sorte qu'il n'est utile de tracer sur la carte que la portion BC du cercle de hauteur qui est la plus voisine du point Z_e.

Or, R étant le point de ce cercle le plus voisin de Z_e, si par ce point nous menons la loxodromie $\lambda'\lambda'$, tangente au cercle de hauteur, les deux courbes BC et $\lambda'\lambda'$ étant confondues aux environs du point R, nous pourrons, sans erreur appréciable, considérer le navire comme situé indifféremment sur BC ou sur $\lambda'\lambda'$, dans toute la région où ces deux courbes restent très voisines l'une de l'autre.

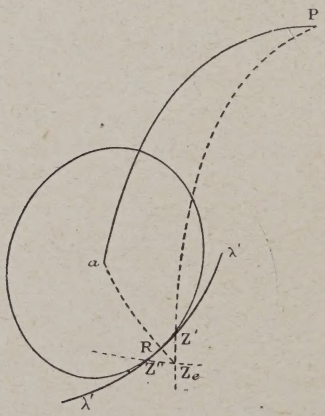
Il résulte de là que le lieu géométrique du navire s'obtiendra, sur la carte, en traçant la droite qui représente l'arc de loxodromie $\lambda'\lambda'$: c'est cette droite que l'on appelle la *droite de hauteur* de l'astre observé.

Il est d'ailleurs évident que, pour pouvoir tracer cette droite de hauteur, il suffit de connaître le point R, ou tout autre de ses points, et sa direction.

369. *Points déterminatifs d'une droite de hauteur.* — On appelle *point déterminatif* d'une droite de hauteur, le point de cette droite dont on calcule les coordonnées afin de pouvoir tracer, sur la carte, le lieu géométrique du navire. On le choisit, généralement, dans l'une des trois positions suivantes :

1° En R, c'est-à-dire à l'intersection du cercle de hauteur avec l'arc $a\,Z_e$ qui est, sur la surface terrestre, la trace du vertical de l'astre passant par Z_e (*Point Marcq de Saint-Hilaire*) : c'est ce point déter-

Fig. 129.



minatif qui est normalement indiqué par la théorie et qui tend de plus en plus, et avec raison, a être exclusivement employé;

2° En Z'' (*fig.* 129), c'est-à-dire à l'intersection du cercle de hauteur avec le parallèle de latitude du point Z_e (*Point Lalande*);

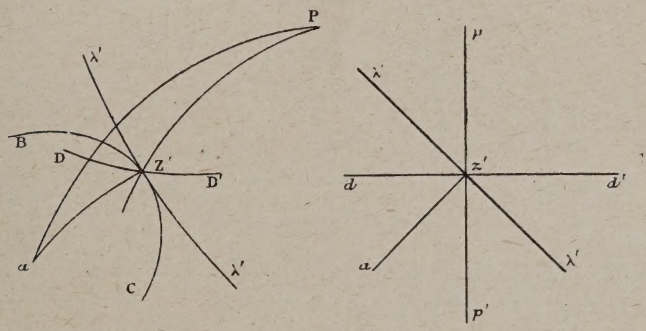
3° En Z', c'est-à-dire à l'intersection du cercle de hauteur avec le méridien du point Z_e (*Point Borda*).

Si l'estime a été faite avec soin, le point Z_e étant alors peu éloigné du cercle de hauteur, il résulte de ce que nous avons dit précédemment que l'on peut regarder les points Z', R et Z'' comme situés indifféremment sur ce cercle de hauteur ou sur la loxodromie $\lambda'\lambda'$ qui lui est tangente en R.

Nous verrons un peu plus loin que les coordonnées de ces trois points déterminatifs se calculent toujours très simplement et sans donner lieu à aucune ambiguïté.

370. *Direction d'une droite de hauteur par l'azimut.* — Soient Z' (*fig.* 130) un des trois points déterminatifs dont nous venons de parler,

Fig. 130.



et z' sa représentation sur la carte. Si nous menons $z'a$ formant avec le méridien pz' de la carte un angle $pz'a$ égal à l'azimut PZ' a, cette droite représentera l'élément du vertical Z'a voisin de Z', car nous savons que la carte conserve les angles.

De plus, le cercle BC, et par suite $\lambda'\lambda'$, étant perpendiculaires à a Z' au point Z', sur la Terre, il en résulte que, sur la carte, la droite de hauteur $\lambda'\lambda'$ sera aussi perpendiculaire sur z' a.

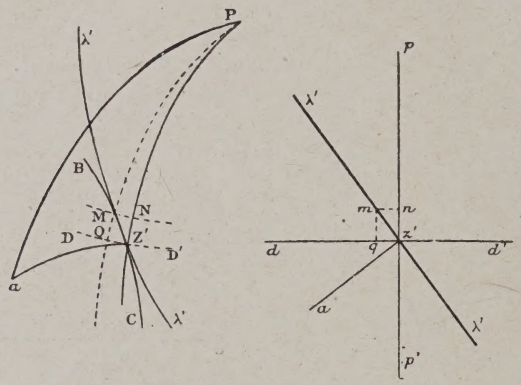
On voit donc que, le point déterminatif z' de la droite de hauteur étant reporté sur la carte, on obtient la droite de hauteur en menant par le point z' une droite correspondant à l'azimut de l'astre et en traçant ensuite, par le point déterminatif, une perpendiculaire à cette direction.

371. *Direction d'une droite de hauteur par le coefficient Pagel.* — On sait que l'on appelle *coefficient Pagel*, la variation de l'angle au pôle correspondant à une augmentation de + 1′ de la latitude, et nous avons trouvé pour expression de ce coefficient :

$$p' = \frac{\cot Z}{\cos L},$$

la valeur de cet élément s'obtenant très simplement par les Tables de Perrin, les Tables graphiques d'azimut ou la Table XXVIII de Friocourt. Ceci posé, soient, sur la Terre, P (*fig.* 131) le pôle élevé,

Fig. 131.



Z′ l'un des points déterminatifs d'une droite de hauteur et *a* la projection terrestre de l'astre observé.

Prenons Z′ N = + 1′ et traçons le parallèle NM : il est évident que le coefficient Pagel est alors l'angle p' = Z′ PM et l'on voit que, si l'on a calculé p', on a déterminé, en réalité, les coordonnées du point M situé indifféremment sur BC ou sur λ′λ′ : les coordonnées du point M sont, en effet, égales à celles du point Z′ augmentées de 1′ en latitude et de p minutes en longitude, puisque p' est mesuré par l'arc d'équateur correspondant.

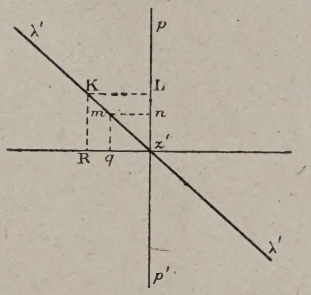
Considérons maintenant le point z' qui représente, sur la carte, le point Z′. Si nous prenons $z'\,n$ = + 1′ à l'échelle des latitudes et $z'\,q = p'$ minutes à l'échelle des longitudes, il est clair que le point m sera, sur la carte, celui qui représente le point M de la Terre. Si le Pagel est négatif, ce qui est le cas de la figure, il diminue l'angle au pôle et, par suite, Z′ Q doit être porté vers le méridien du pôle du

cercle de hauteur, c'est-à-dire $z'q$ vers le méridien de la projection terrestre de l'astre.

Si p' était positif, au contraire, il tendrait à augmenter l'angle au pôle et par suite $z'q$ devrait être porté à l'opposé du méridien de la projection terrestre de l'astre.

372. *Remarque.* — Lorsque l'on connaît le Pagel, on peut déterminer très simplement les coordonnées d'un point quelconque de la droite de hauteur, voisin du point déterminatif, pourvu que l'on connaisse le changement en latitude entre le point déterminatif et le point considéré. Soient, en effet, $\lambda'\lambda'$ (*fig.* 132) une droite de

Fig. 132.



hauteur et z' son point déterminatif. Il résulte de ce que nous venons de voir que si nous prenons $z'n = +1'$ sur l'échelle de latitude, on a $nm = p'$ sur l'échelle de longitude. Si donc on veut connaître la longitude du point K par exemple, sachant que $z'L = \Delta L'$, on remarquera que les deux triangles mnz' et KLz' sont semblables et donnent :

$$\frac{KL}{Lz'} = \frac{mn}{nz'},$$

c'est-à-dire, en valeur absolue,

$$\frac{\Delta G'}{\Delta L'} = \frac{p'}{1},$$

en admettant que la longueur du mille reste constante entre les points z' et K.

On en déduit :

$$\Delta G' = p'\Delta L',$$

de sorte qu'en appelant L et G les coordonnées du point K, on a :

$$L = L' \pm \Delta L', \qquad G = G' \pm \Delta G'.$$

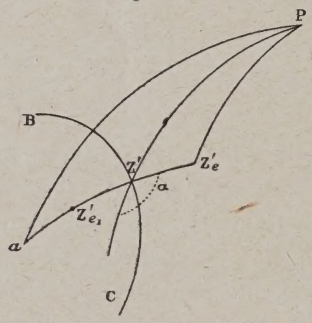
D'ailleurs, un croquis à main levée montre, sans aucune ambiguïté, si $\Delta G'$ doit être ajouté ou retranché à G'.

373. *Notations usuelles.* — Dans les figures et dans les formules relatives aux droites de hauteur, nous désignerons désormais par Z'_e le point estimé, au moment où l'on observe une hauteur H'_v ; par Z' et Z'_v le point déterminatif et l'azimut vrai correspondants ; par Z le point exact où se trouve le navire.

Par analogie, nous représenterons respectivement par L'_e, G'_e, P'_e ; par L', G', P' et par L, G, P, les coordonnées géographiques et les angles au pôle qui correspondent aux points Z'_e, Z' et Z. Enfin, nous désignerons par H'_e et Z'_e la *hauteur* et l'*azimut estimés*, c'est-à-dire ceux que l'on obtiendrait si l'on se trouvait au point Z'_e.

374. *Calcul du point déterminatif d'une droite de hauteur par le vertical estimé* (*Méthode Marcq de Saint-Hilaire*). — Soient Z'_e (*fig.* 133) le point estimé ; P le pôle élevé ; *a* la projection terrestre de l'astre

Fig. 133.



observé. Traçons l'arc de grand cercle $Z'_e\,a$ et soit Z' le point où il coupe la région BC du cercle de hauteur : ce point est, comme nous l'avons vu, le point déterminatif Marcq de Saint-Hilaire (369).

Or, si nous traçons les arcs de grands cercles P *a*, PZ', PZ'_e, nous formons un triangle sphérique $PZ'_e\,a$ dans lequel on connaît :

$$Pa = \Delta' \qquad \text{et} \qquad PZ'_e = 90^\circ - L'_e.$$

De plus, comme nous connaissons l'heure exacte Tmp' de l'observation, à l'aide du chronomètre, on a :

$$Tap' = Tmp' + \text{Æ}'_m - \text{Æ}'_a,$$

et, par suite,

$$Tag' = Tap' - G'_e = Tmp' + \text{Æ}'_m - \text{Æ}'_a - G'_e.$$

Il en résulte que :

$$P'_e = Tag', \quad si \quad Tag' < 12^h \qquad et \qquad P'_e = 24^h - Tag', \quad si \quad Tag' > 12^h.$$

Le triangle $PZ'_e\ a$ est donc déterminé et donne :

$$\cos Z'_e\ a = \cos P\ a \cos PZ'_e + \sin P\ a \sin PZ'_e \cos P'_e,$$

c'est-à-dire :

$$\sin H'_e = \sin L'_e \cos \Delta' + \sin \Delta' \cos L'_e \cos P'_e,$$

formule qui permet de calculer H'_e et, par suite, $a\ Z'_e = 90^o - H'_e$. D'ailleurs, comme $a\ Z' = 90^o - H'_v$, il en résulte que l'on a :

$$Z'_e Z' = (90^o - H'_e) - (90^o - H'_v) = H'_v - H'_e,$$

lorsque le point Z'_e est extérieur au cercle de hauteur, ce qui a lieu quand H'_e est plus grande que H'_v, et

$$Z'_{e_1} Z' = (90^o - H'_v) - (90^o - H'_{e_1}) = H'_{e_1} - H'_v,$$

lorsque le point estimé Z'_{e_1} est intérieur au cercle de hauteur, ce qui a lieu lorsque H'_v est plus petite que H'_{e_1}.

Enfin, les Tables de Perrin, Souillagouët, graphiques, ou autres permettent de calculer l'*azimut estimé* Z'_e à l'aide des coordonnées du point Z'_e, et comme les points Z'_e et Z' sont toujours très voisins l'un de l'autre, si l'estime a été faite avec soin, l'azimut Z'_e peut, sans erreur appréciable, être considéré comme égal à l'azimut Z'_v que l'on aurait obtenu si l'on avait été en Z'. D'ailleurs, les points Z_e et Z' étant peu éloignés l'un de l'autre, on peut aussi regarder l'arc de grand cercle $Z'_e Z'$ comme confondu avec l'arc de loxodromie joignant Z'_e et Z'.

Dès lors, connaissant la longueur du chemin $Z'_e Z'$ et sa direction, on obtiendra les coordonnées L' et G' du point Z' par un simple calcul de point estimé, en partant de Z'_e comme point de départ.

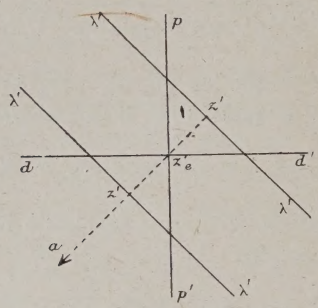
Nous remarquerons que si l'on a $H'_v > H'_e$, ce qui est le cas du point Z'_e, on devra, pour aller de Z'_e en Z', marcher vers la projection de l'astre, c'est-à-dire suivre la route $PZ'_e\ Z'$ qui correspond à l'azimut Z'_e ou Z'_v. Au contraire, si l'on a $H'_v < H'_e$, ce qui est le cas du point Z'_{e_1}, on devra, pour aller de Z_{e_1} en Z', marcher à l'opposé de la projection de l'astre, c'est-à-dire prendre pour angle de route l'angle α opposé par le sommet à Z'_v, ou encore Z'_v changé de nom.

Donc, pour déterminer les coordonnées L' et G', on fera un point estimé avec L'_e et G'_e pour point de départ et Z'_v comme angle de

route si $H'_v - H'_e > 0$; on prendra au contraire comme angle de route Z'_v changé de nom, si $H'_v - H'_e < 0$.

375. *Tracé de la droite de hauteur.* — Le tracé de la droite de hauteur ne présente aucune difficulté. Si z'_e (*fig.* 134) représente, en

Fig. 134.



effet, sur la carte, le point estimé, il résulte de ce que nous venons de voir que l'on aura le point déterminatif z' en menant une droite $z'_e z'$ faisant avec $p z'_e p'$ un angle égal à Z'_v et en portant sur cette droite une longueur $z'_e z'$ égale à $H'_v - H'_e$, vers l'astre si $H'_v - H'_e$ est positif, ou à l'opposé de l'astre si $H'_v - H'_e$ est négatif : en traçant la perpendiculaire $\lambda' \lambda'$ à la droite $z'_e z'$ au point z', on obtiendra la droite de hauteur cherchée.

376. *Remarque.* — Pour calculer H'_e, on a proposé diverses méthodes basées sur l'emploi d'angles auxiliaires, mais le procédé de calcul le plus simple est le calcul direct.

En posant, en effet,

$$a = \sin L'_e \cos \Delta', \qquad b = \cos L'_e \sin \Delta' \cos P'_e,$$

on peut obtenir a et b par logarithmes et, comme on a :

$$\sin H'_e = a + b,$$

il en résulte que :

$$\log \sin H'_e = \log (a + b),$$

ce qui fait connaître H'_e.

Il est essentiel de remarquer que a est positif ou négatif selon que Δ' est plus petite ou plus grande que 90°, car $\sin L'_e$ est toujours positif ; de même $\cos L'_e$ et $\sin \Delta'$ étant toujours positifs, b a le signe + ou le signe — selon que P'_e est plus petit ou plus grand que 6^h.

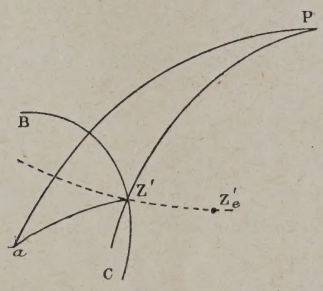
On obtient donc sin H'_e en faisant la somme algébrique de a et de b.

H'_e étant donnée par son sinus serait mal déterminée si H'_e était voisine de 90°, c'est-à-dire si l'astre était voisin du zénith. Mais, comme les hauteurs que l'on observe ne dépassent pas généralement 70°, cet inconvénient ne se présente pas dans la pratique.

D'ailleurs, dans ce cas, le procédé des droites de hauteur serait inapplicable à cause de la forte courbure des courbes de hauteur.

377. *Calcul du point déterminatif d'une droite de hauteur par la latitude estimée* (*Méthode Lalande*). — Soient Z'_e (*fig.* 135) le point

Fig. 135.



estimé, P le pôle élevé, a la projection terrestre de l'astre observé et BC la partie du cercle de hauteur la plus voisine du point Z'_e.

Menons le parallèle $Z'_e Z'$, et soit Z' son intersection avec le cercle de hauteur : le point Z' est le point déterminatif Lalande (369), dont nous nous proposons de trouver les coordonnées géographiques.

Pour cela, nous remarquons d'abord que Z' étant sur le parallèle du point Z'_e, la latitude du point Z' est égale à L'_e, de sorte que l'on a :

$$L' = L'_e.$$

Pour déterminer complètement le point Z', il suffit donc de déterminer sa longitude G'. Or, si nous traçons les arcs de grands cercles P a, PZ', a Z', le triangle P a Z' est déterminé, car nous connaissons :

$$P\,a = \Delta', \qquad a\,Z' = 90^\circ - H'_v, \qquad PZ' = 90^\circ - L'_e.$$

On a donc, en désignant par P' l'angle au pôle a PZ' :

$$\cos Z'a = \cos P\,a \cos PZ' + \sin P\,a \sin PZ' \cos a\,PZ',$$

c'est-à-dire :

$$\sin H'_v = \sin L'_e \cos \Delta' + \cos L'_e \sin \Delta' \cos P',$$

d'où l'on déduit, par une transformation connue (Astronomie, 381) :

$$\sin\frac{P'}{2} = \sqrt{\frac{\cos S' \sin(S' - H'_v)}{\sin \Delta' \cos L'_e}}.$$

P′ étant déterminé, on en déduit :

$$\begin{aligned} &Tag' = 24^h - P', \text{ si l'astre a été observé dans l'Est,} \\ &Tag' = P', \qquad\quad » \qquad\quad » \qquad\quad \text{l'Ouest.} \end{aligned}$$

Comme, par ailleurs, l'heure Tmp′ de l'observation est donnée par le chronomètre, on a :

$$Tap' = Tmp' + \mathcal{R}'_m - \mathcal{R}'_a$$

et, par suite,

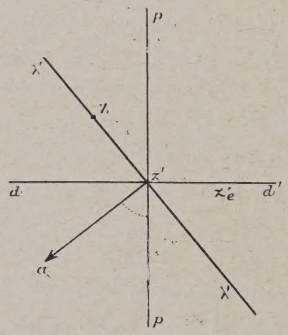
$$G' = Tap' - Tag',$$

G′ étant, comme on le sait, Ouest ou Est, selon que Tap′ est plus grand ou plus petit que Tag′.

Le point Z′ étant maintenant déterminé, on peut le reporter sur la carte. Quant à l'azimut Z'_v, nécessaire pour le tracé de la droite de hauteur, on l'obtient sans difficulté et très simplement à l'aide des Tables de Perrin, de Souillagouët, graphiques ou autres.

378. *Tracé de la droite de hauteur.* — Soient, sur la carte, z'_e (*fig.* 136)

Fig. 136.



la représentation du point Z'_e, et z' celle du point Z′ que nous venons de calculer.

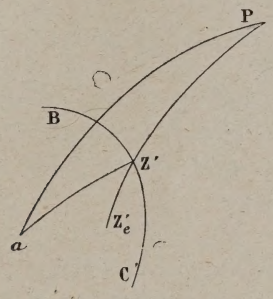
Pour tracer la droite de hauteur, il suffira, d'après ce que nous avons vu précédemment, de mener la droite $z'\,a$, faisant avec le méridien $pz'\,p'$ l'angle Z'_v, et d'élever ensuite, au point z', la perpendiculaire $\lambda'\,\lambda'$ à la droite $z'\,a$.

La latitude estimée L_e étant inexacte, par suite des erreurs inévi-

tables de l'estime, la longitude du navire ne sera pas G′, puisque le point exact se trouve quelque part, en Z par exemple; mais on voit que G′ différera d'autant moins de la longitude exacte du point Z que la droite de hauteur λ′ λ′ sera plus voisine de pp', ou, ce qui revient au même, que Z_v sera plus voisin de 90°. Les circonstances favorables au calcul de longitude du point Z ont donc lieu lorsque l'astre est aussi voisin que possible du premier vertical : nous retrouvons ainsi, très simplement, les conclusions obtenues en recherchant les circonstances favorables au calcul de longitude (Astronomie, 395).

379. *Calcul du point déterminatif d'une droite de hauteur par la longitude estimée* (*Méthode de Borda*). — Soient Z'_e (*fig.* 137) le point

Fig. 137.



estimé; P le pôle élevé; *a* la projection terrestre de l'astre observé, et BC la région du cercle de hauteur voisine du point Z_e.

Si nous traçons le méridien PZ'_e, ce méridien coupe BC en un point Z′ qui est le *point déterminatif Borda* (369), et l'on voit immédiatement que l'on a :

$$G' = G'_e,$$

de sorte que, pour déterminer complètement le point Z′, il suffit de calculer sa latitude L′.

Or, si nous traçons les arcs de cercle P*a* et Z′*a*, nous formons un triangle sphérique P*a*Z′ dans lequel on connaît :

$$Pa = \Delta' \quad \text{et} \quad aZ' = 90^\circ - H'_v.$$

De plus, comme on connaît exactement l'heure Tmp′ de l'observation, on en déduit :

$$Tap' = Tmp' + \text{Æ}'_m - \text{Æ}'_a$$

et, par suite,

$$Tag' = Tap' - G' = Tmp' + \text{Æ}'_m - \text{Æ}'_a - G'_e,$$

de sorte que :

$$P' = \text{Tag}', \quad \text{si} \quad \text{Tag}' < 12^h; \qquad P' = 24^h - \text{Tag}', \quad \text{si} \quad \text{Tag}' > 12^h.$$

Le triangle P a Z′ est donc déterminé et donne :

$$\cos Z'a = \cos P a \cos PZ' + \sin P a \sin PZ' \cos a PZ',$$

c'est-à-dire :

$$\sin H'_v = \sin L' \cos \Delta' + \sin \Delta' \cos L' \cos P',$$

relation dont on déduit, par une transformation déjà vue (Astronomie, 389) :

$$\sin(L' + \varphi) = \frac{\sin H'_v \cos \varphi}{\cos \Delta'},$$

l'angle φ étant donné par la relation :

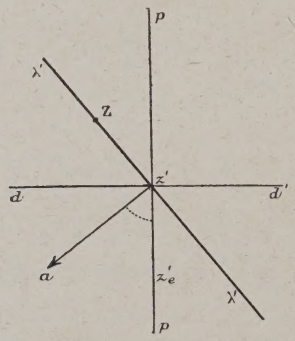
$$\text{tang}\, \varphi = \text{tang}\, \Delta' \cos P'.$$

La formule précédente donnera deux valeurs pour $L' + \varphi$: nous choisirons celle qui donne pour L′ une valeur cadrant avec L'_e.

Quant à Z'_v, nous le calculerons à l'aide des Tables de Perrin, Souillagouët, graphiques, etc.

380. *Tracé de la droite de hauteur.* — Soient, sur la carte, z'_e (*fig.* 138) la représentation du point estimé et z' celle du point déterminatif

Fig. 138.



dont nous venons de calculer les coordonnées. Pour tracer la droite de hauteur, par le point z' nous mènerons la droite $z'a$, faisant avec le méridien $pz'p$ l'angle Z'_v, puis nous élèverons au point z' la perpendiculaire $\lambda'\lambda'$ sur $z'a$: Il résulte de ce que nous avons vu pré-

cédemment que $\lambda'\lambda'$ sera la droite de hauteur correspondant à l'observation.

La longitude $G' = G'_e$ étant inexacte, par suite des erreurs inévitables de l'estime, L' ne sera pas la latitude exacte du navire, puisque celui-ci se trouve quelque part sur $\lambda'\lambda'$, en Z par exemple. Mais on voit que L diffère d'autant moins de L' que $\lambda'\lambda'$ diffère moins du parallèle dd', ou, ce qui revient au même, que $z'a$ est plus voisin du méridien $pz'p$.

Par conséquent, le point déterminatif aura une latitude différant d'autant moins de la latitude exacte que l'astre sera plus voisin du méridien : c'est bien là la conclusion trouvée précédemment (Astronomie, 395), en étudiant les circonstances favorables au calcul de latitude.

381. *Calcul du point déterminatif Borda dans le cas d'une hauteur circumméridienne, et tracé de la droite de hauteur correspondante.* — Nous avons vu que, pour trouver la latitude L' d'un point déterminatif Borda de longitude $G' = G'_e$, il fallait employer les formules :

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\Delta' \cos P'_e \qquad \text{et} \qquad \sin(L' + \varphi) = \frac{\sin H'_\varphi \cos\varphi}{\cos\Delta'}.$$

Comme l'emploi de ces formules est assez délicat à cause des règles de signes, le point Borda a toujours été fort peu employé par les Marins.

Toutefois dans le cas des hauteurs circumméridiennes, le procédé Borda devient d'une application plus simple, puisque les formules :

$$H_m = H'_\varphi + \alpha P'^2_e$$

et

$$L' = N' + D$$

fournissent L' sans aucun calcul logarithmique, le point z' ayant la longitude G'_e qui correspond à l'heure M du compteur au moment du passage au méridien, cette heure étant calculée comme nous l'avons vu précédemment (347).

Pour calculer l'azimut $Z' = Z'_v$ correspondant à l'observation, on pourrait évidemment se servir d'une table d'azimut quelconque, mais on procède généralement de la manière suivante :

PZA (*fig.* 139) étant le triangle de position à l'instant de la circumméridienne, on a :

$$\frac{\sin Z'}{\sin\Delta'} = \frac{\sin P'_e}{\cos H'}.$$

On en déduit :

$$\sin Z' = \frac{\sin P'_e \sin \Delta'}{\cos H'}. \tag{1}$$

Or, nous avons vu, dans la théorie des circumméridiennes que l'on avait :

$$\alpha = \frac{\sin \Delta' \cos L' \sin^2 1^m}{2 \sin 1'' \cos H'}.$$

On en tire :

$$\frac{\sin \Delta'}{\cos H'} = \frac{2\alpha \sin 1''}{\cos L' \sin^2 1^m}.$$

Portant cette valeur dans la relation (1), il vient :

$$\sin Z' = \frac{2\alpha \sin 1'' \sin P'_e}{\cos L' \sin^2 1^m}.$$

Or, comme pour une circumméridienne Z' et P'_e sont toujours très voisins de 0° ou de 180°, on peut poser :

$$\sin Z' = Z'^{o} \sin 1^{o} \quad \text{et} \quad \sin P_e = P'^{o}_e \sin 1^{o},$$

Z' et P_e étant exprimés en degrés. La relation précédente devient alors, toutes réductions faites :

$$Z'^{o} = \frac{2\alpha \sin 1'' P'^{o}_e}{\sin^2 1^m \cos L'}.$$

D'autre part, comme P'_e est généralement exprimé ici non pas en degrés, mais en minutes de temps, en désignant par P'_m l'angle au pôle P'^{o}_e exprimé en minutes de temps, on aura :

$$P'_m = \frac{P'^{o}_e \times 60}{15} = H'^{o}_c \times 4 \quad \text{d'où} \quad P'^{o}_e = \frac{P'_m}{4}.$$

La valeur de Z'^{o} peut alors s'écrire :

$$Z'^{o} = \frac{\sin 1''}{2 \sin^2 1^m} \alpha P'_m \sec L'.$$

Or, si l'on calcule par logarithme la valeur de $\frac{\sin 1''}{2 \sin^2 1^m}$, on trouve 0,127, c'est-à-dire, sensiblement $\frac{1}{8}$, de sorte que :

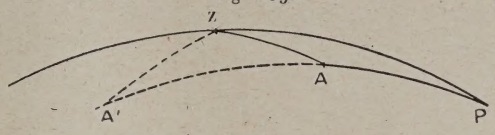
$$Z'^{o} = 0,127 \alpha P'_m \sec L' = \frac{\alpha P'_m \sec L'}{8}.$$

On a donc, maintenant, tous les éléments nécessaires pour faire le tracé de la droite de hauteur, tracé absolument analogue à celui du cas général (380).

382. *Remarque.* — La difficulté qui se présente, dans le calcul d'azimut à l'aide de la formule que nous venons d'établir, est de savoir si cet élément doit être pris voisin de 0° ou de 180° ou, ce qui revient au même, si le relèvement aigu doit être compté à partir du pôle élevé ou du pôle abaissé.

Pour cela, nous remarquerons (*fig.* 139) que si, au moment de

Fig. 139.



l'observation circumméridienne de A, l'observateur faisait face au pôle élevé P, l'angle Z'° doit être nécessairement aigu: dans ce cas, on prendra donc pour Z'° la valeur fournie par la forme précédente, valeur qui est toujours aiguë.

Mais si, au moment de l'observation circumméridienne, l'astre était en A', c'est-à-dire, si l'observateur tournait le dos au pôle élevé, l'azimut devrait être obtus de sorte que pour avoir cet azimut il faudrait retrancher de 180° la valeur fournie par la formule.

Pratiquement, on voit que la formule

$$Z'^{0} = \frac{\alpha P'_{m} \operatorname{séc} L'}{8}$$

doit être considérée comme donnant le relèvement aigu de l'astre au moment de la circumméridienne, *ce relèvement étant compté à partir du pôle élevé ou à partir du pôle abaissé selon que, au moment de l'observation, on faisait face au pôle élevé ou au pôle abaissé.*

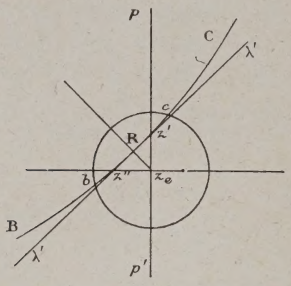
Enfin, ce relèvement sera Est ou Ouest, selon que l'observation aura été faite avant ou après le passage méridien.

383. *Comparaison des trois points déterminatifs.* — Il est clair qu'un point déterminatif est d'autant meilleur qu'il a plus de chances d'être voisin du point exact, la droite de hauteur ne suivant exactement la courbe de hauteur que dans le voisinage immédiat de ce point déterminatif.

Ceci posé, considérons la courbe de hauteur BC (*fig.* 140) fournie par une observation faite au moment où l'estime plaçait l'observateur en z_e.

Le point z_e étant inexact par suite des erreurs inévitables de

Fig. 140.



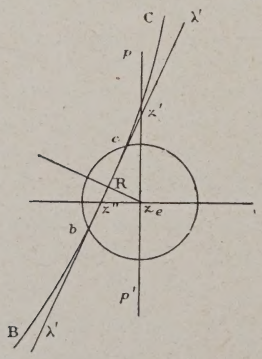
l'estime, si nous décrivons un petit cercle de z_e comme centre, avec un rayon égal à l'erreur d'estime possible, il est clair que le navire doit se trouver quelque part à l'intérieur de ce cercle que l'on appelle le *cercle d'incertitude de l'estime.*

Le navire devant aussi se trouver sur BC, ne peut donc être placé qu'entre les points *b* et *c* de la courbe de hauteur.

Or, si l'estime a été faite avec soin, le rayon du cercle d'incertitude diffère très peu de la perpendiculaire abaissée de z_e sur BC, ce qui équivaut à dire que les points *b* et *c*, et par conséquent le point exact, sont toujours peu éloignés du point R.

Il résulte de là que, lorsque le méridien et le parallèle du point z_e rencontrent BC entre les points *b* et *c*, comme cela a lieu sur la figure 140 (azimut voisin de 45°), on peut, sans inconvénient, choisir indifféremment l'un quelconque des trois points déterminatifs, le navire pouvant se trouver en un point quelconque de *bc*.

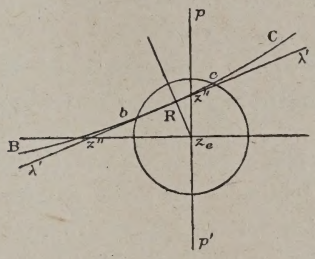
Fig. 141.



Mais, si BC (*fig.* 141) est rencontrée par le méridien du point z_e

en dehors de *bc*, ce qui aura de grandes chances de se produire, même avec une faible incertitude de l'estime, lorsque BC formera avec le parallèle de z_e un angle voisin de 90° (azimut voisin de 90°), le point déterminatif Z′ (point Borda) sera très mauvais parce que, en dehors du cercle d'incertitude de l'estime et parfois même inexistant, tandis que les deux autres points déterminatifs seront bons tous les deux.

Fig. 142.



De même, si BC (*fig.* 142) était très peu inclinée sur le parallèle du point z_e, ce qui aurait lieu si l'azimut était voisin de 0° ou de 180°, le point déterminatif z'' (point Lalande) serait très mauvais, parfois même inexistant, tandis que les deux autres points déterminatifs seaient bons, puisqu'ils se trouvent sûrement dans le cercle d'incertitude.

Il résulte de là que, *dans toutes les circonstances, le point* R *obtenu par le vertical estimé donne un point déterminatif excellent*, tandis que, dans certains cas, les deux autres sont douteux, très mauvais, ou même cessent d'exister.

C'est donc là une première et importante raison pour préférer le point Marcq.

De plus on sait que l'intersection de deux lignes est d'autant mieux déterminée qu'elles se coupent sous un angle plus voisin de 90°.

A ce point de vue le point R se trouve encore dans les meilleures conditions possibles, puisqu'il est déterminé par deux lignes se coupant à angle droit; c'est une nouvelle raison pour préférer le point Marcq.

Enfin, comme la détermination du point R se fait par un calcul plus facile et plus simple que celui des autres points déterminatifs; comme l'emploi exclusif d'un procédé de calcul rend les chances d'erreur beaucoup moindres, on voit qu'il y aura toujours un avantage marqué à employer la méthode Marcq à l'exclusion de toute autre.

C'est d'ailleurs ce qui est généralement admis aujourd'hui, aussi le nombre des Marins qui restent fidèles aux points Lalande et surtout aux points Borda diminue-t-il très rapidement.

Ce qui fit préférer tout d'abord le point Lalande à tous les autres, c'est que, lorsque fut imaginée la méthode des droites de hauteur, la détermination des coordonnées du point Lalande se faisait par la formule de Borda, formule que l'on avait l'habitude d'employer pour la détermination du point observé par rectifications successives, seule méthode employée jusqu'alors.

Le point R étant toujours plus rapproché de Z_e que les points Z' et Z'' a reçu, pour ce motif, le nom de *point rapproché*.

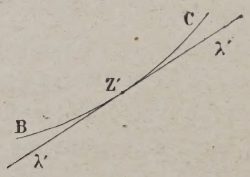
384. *Remarque.* — Nous avons vu précédemment que l'observation d'une hauteur méridienne ou de la polaire détermine un parallèle sur lequel le navire doit se trouver, c'est-à-dire un lieu géométrique tout à fait analogue à une droite de hauteur.

Or, comme le pôle terrestre élevé est le pôle du cercle qui est représenté sur la carte par le parallèle de latitude, on voit que l'observation d'une méridienne ou de la polaire donne le même résultat que si l'on avait déterminé la droite de hauteur résultant de l'observation d'un astre placé exactement au pôle du monde.

Légitimité de la substitution de la droite de hauteur à la courbe de hauteur.

385. Il résulte de ce que nous venons de dire que la méthode des droites de hauteur revient à remplacer la partie BC (*fig.* 143) de la

Fig. 143.



courbe de hauteur, voisine du point estimé, par la droite de hauteur $\lambda'\,\lambda'$ qui lui est tangente au point déterminatif Z'.

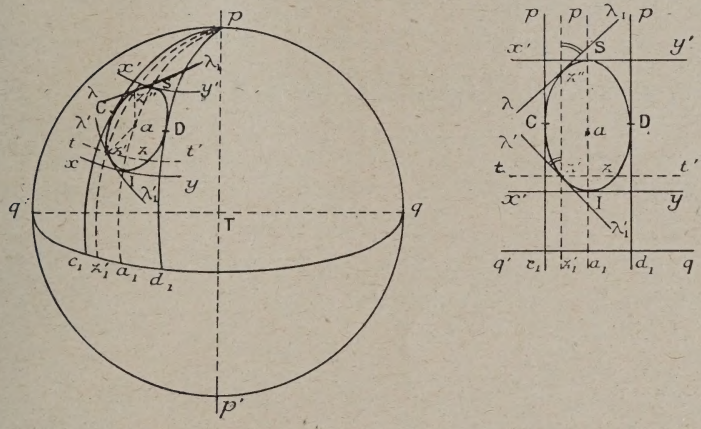
Mais, pour que cette substitution soit légitime, il est indispensable que la courbe BC et la droite $\lambda'\,\lambda'$ se suivent, sans écart appréciable, pendant un grand nombre de milles de part et d'autre du point Z'. Cherchons donc les conditions pour qu'il en soit ainsi.

386. *Forme des courbes de hauteur.* — Si l'on veut tracer, sur la carte marine, la courbe de hauteur qui correspond à une observation, trois cas peuvent se présenter.

Premier cas. — *Le pôle terrestre est à l'extérieur du cercle de hauteur.* — Soient p, p' les pôles terrestres, et a la projection terrestre de l'astre (*fig.* 144).

La figure montre que, dans ce cas, on a $pa > Sa$, c'est-à-dire $\Delta > N$.

Fig. 144.



On voit également que, puisque le cercle de hauteur est compris entre les méridiens p C c_1, et p D d_1, d'une part, et, d'autre part, entre les parallèles xy et $x'y'$, la courbe de hauteur sera, sur la carte (figure de droite) comprise dans le rectangle formé par les méridiens Cc_1, Dd_1 et les parallèles xy, $x'y'$ et qu'elle leur sera tangente : la courbe de hauteur est donc, dans ce cas, une courbe fermée.

Cette courbe est symétrique par rapport au méridien paa_1 passant par le point a, car si l'on prend deux points z et z' sur le même parallèle, les écarts en longitude de ces deux points, par rapport au méridien paa_1 étant égaux sur la Terre, les points correspondants z et z' sur la carte seront nécessairement symétriques par rapport au méridien paa_1.

Il y a lieu de remarquer que, sur la carte, le point a sera plus voisin du point I que du point S, puisque la longueur du mille va en croissant de l'équateur au pôle.

Le tracé de la courbe sera facilité en remarquant que, si l'on mène les loxodromies tangentes au cercle de hauteur en deux points z'

et z'' situés sur un même méridien, ces loxodromies feront des angles aigus égaux avec ce méridien. En effet, les deux triangles sphériques $pz'a$ et $pz''a$ donnent :

$$\frac{\sin z'}{\sin P} = \frac{\sin \Delta}{\sin N} = \frac{\sin z''}{\sin P},$$

en désignant par P l'angle $z'pa$. On en déduit que :

$$\sin z' = \sin z'',$$

de sorte qu'en ne considérant que les valeurs aiguës, on aura :

$$z' = z''.$$

Ces deux angles étant égaux, il en résulte donc que :

$$\lambda_1 z'' p = \lambda z'' z' = 90^\circ - z'' \qquad \text{et} \qquad \lambda' z' p = 90^\circ - z',$$

et, par suite,

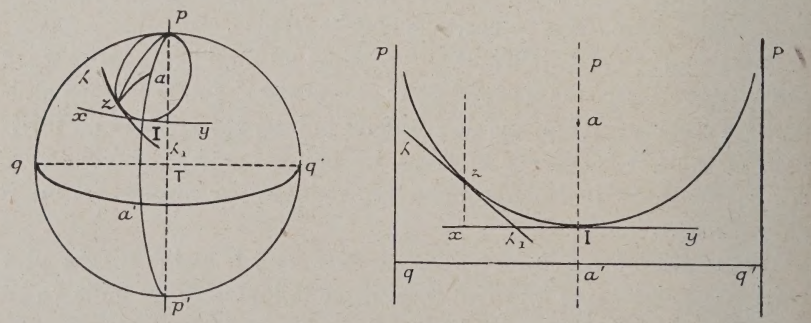
$$\lambda_1 z'' p = \lambda' z' p.$$

La Carte marine conservant les angles, si les points z' et z'' représentent, sur la carte, les points z' et z'' du Globe, les loxodromies $\lambda\lambda_1$, et $\lambda' \lambda_1'$ deviendront les droites $\lambda\lambda_1$ et $\lambda' \lambda_1'$, auxquelles la courbe devra être tangente.

Il est important de remarquer que, dans ce cas, la concavité de la courbe de hauteur est constamment tournée vers la projection terrestre de l'astre et il est évident que l'on a $P < 6^h$.

DEUXIÈME CAS. — *Le pôle terrestre est sur le cercle de hauteur.* — La figure 145 montre que, dans ce cas, on a $\Delta = N$.

Fig. 145.



On voit aussi que le cercle de hauteur étant tangent aux méridiens pq et pq', écartés de 180° l'un de l'autre, et, aussi, au parallèle xy, la

courbe de hauteur sera tangente, sur la carte, aux méridiens pq et pq' écartés de 90° en longitude par rapport au méridien paa', et tangente ainsi au parallèle xy.

La courbe de hauteur sera donc une courbe ouverte ayant la forme indiquée par la figure de droite et s'étendant à 90° en longitude, de part et d'autre du méridien du point a. On verrait, comme dans le premier cas, que cette courbe est symétrique par rapport au méridien paa'.

Pour tracer plus aisément la courbe, on pourra déterminer la tangente, en divers points tels que z, en calculant l'angle z, dans le triangle sphérique pza, au moyen de la relation

$$\sin z = \sin P \frac{\sin \Delta}{\sin N}.$$

L'angle z étant connu et $\lambda\lambda'$ étant la loxodromie tangente au cercle de hauteur, on voit que l'on a encore :

$$pz\lambda = 90° - z,$$

de sorte que, le point z étant reporté sur la carte, pour avoir la tangente en ce point il suffira de mener, par le point z, une droite faisant avec les méridiens un angle égal à $90° - z$. La courbure de la courbe est évidemment moins prononcée dans ce cas que dans le cas précédent, mais il est important de remarquer que la concavité de la courbe est toujours tournée vers la région qui renferme la projection terrestre de l'astre et que l'on a encore $P < 6^h$.

Troisième cas. — *Le pôle est à l'intérieur du cercle de hauteur.* — La figure 146 montre que, dans ce cas, on a $\Delta < N$.

Le cercle de hauteur se trouvant compris entre les parallèles xy et $x'y'$ des points I et S' et coupant tous les méridiens, il en résulte que, sur la carte, la courbe de hauteur sera tangente aux parallèles des points I et S et qu'elle s'étendra sur 180° de longitude, de part et d'autre du méridien paq. Il est d'ailleurs évident que la courbe sera symétrique par rapport à ce méridien.

L'angle que le méridien pz forme avec la loxodromie tangente au cercle de hauteur au point z se calculera, comme dans les cas précédents, à l'aide de la relation :

$$\sin z = \sin P \frac{\sin \Delta}{\sin N},$$

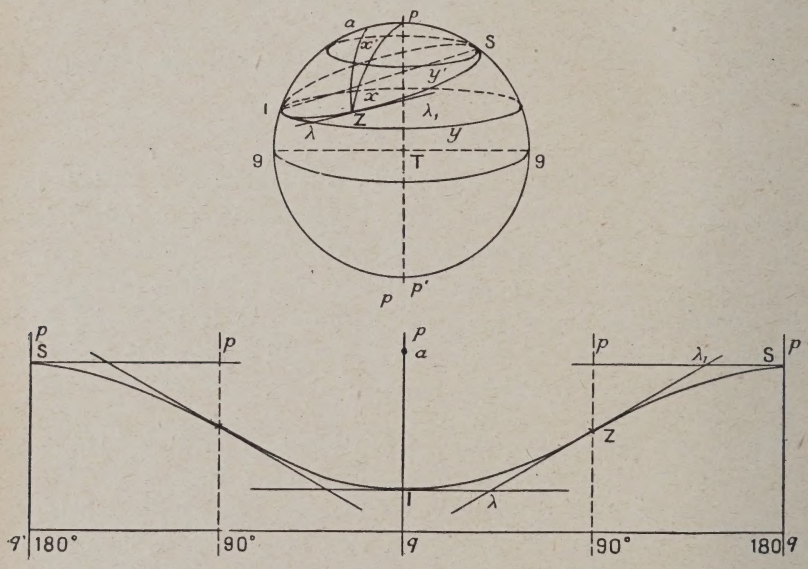
mais on peut remarquer que la valeur aiguë de l'angle z va partir de zéro pour $P = 0$ et redevenir nulle par $P = 180°$ ou 12^h. Cet

angle passe donc certainement par un maximum qui aura évidemment lieu quand on aura sin P = 1, c'est-à-dire P = 6^h, puisque Δ et N sont ici constantes. Ce maximum aura donc pour valeur :

$$\sin z = \frac{\sin \Delta}{\sin N},$$

de sorte que si l'on trace, sur la carte, la droite $\lambda\lambda_1$ qui passe par le point Z situé à 90° de longitude du point a et dont la latitude est facile à calculer (en résolvant le triangle pza), la courbe de hauteur sera au-dessus de cette droite du point I au point Z, et, en dessous, au delà : la courbe a donc un point d'inflexion au point Z.

Fig. 146.



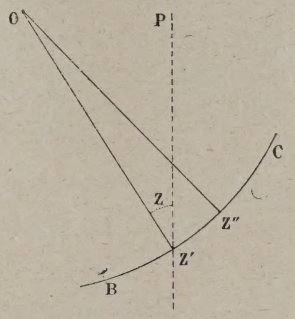
De tout ce que nous venons de constater, il résulte que la courbe aura la forme indiquée par la figure 146 et que, dans les parties correspondant à P < 6^h, sa concavité sera tournée vers la région qui renferme la projection terrestre de l'astre, tandis qu'elle sera tournée vers la région opposée dans la partie correspondant à P > 6^h. En outre, il est manifeste que c'est dans ce cas que la courbure sera la moins forte.

387. *Remarque.* — De l'étude que nous venons de faire, il résulte que la forme d'une courbe de hauteur est assez compliquée et que

son tracé est difficile. Il en résulte aussi, et cette constatation va nous être utile par la suite, que : *suivant que* P est $<$ ou $>$ 6^h, *la concavité d'une courbe de hauteur est tournée vers la région qui correspond au relèvement de l'astre ou vers la région opposée.*

388. *Cercle osculateur. Rayon de courbure d'une courbe de hauteur.* — BC (*fig.* 147) étant une courbe de hauteur tracée sur la carte, si

Fig. 147.



nous menons les normales à cette courbe en deux points infiniment voisins Z′ et Z″, ces deux normales se coupent, en général, en un point O qui est appelé le *centre de courbure* de la courbe BC au point Z′.

La circonférence décrite de O comme centre avec OZ′ pour rayon s'appelle le *cercle osculateur* de la courbe BC au point Z′ et son rayon OZ′ = ρ en est le *rayon de courbure.*

Yvon Villarceau a démontré que lorsque la latitude et la hauteur n'excèdent pas 60°, ce qui est le cas habituel, le cercle osculateur en un point Z′ d'une courbe de hauteur suit celle-ci avec une exactitude telle qu'il faut s'éloigner d'un grand nombre de milles, de part et d'autre du point Z*z*′, pour trouver un écart d'un demi-mille entre le cercle et la courbe.

Il résulte de là que *l'on peut toujours, sans aucun inconvénient, remplacer la courbe de hauteur par son cercle osculateur de part et d'autre du point déterminatif sur une distance de beaucoup supérieure au rayon du cercle d'incertitude de l'estime.*

Ayant déterminé le point Z′ par un procédé quelconque, le procédé Marcq de préférence, nous aurons donc un lieu géométrique très exact du navire en menant la droite Z′ O, formant avec le méridien Z′ P un angle égal à l'azimut de l'astre, en prenant sur cette

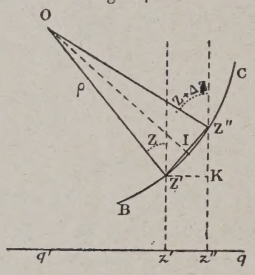
droite une longueur Z′ O égale au rayon de courbure ρ et en décrivant du point O comme centre, avec ρ pour rayon, une circonférence.

Il résulte de ce que nous avons constaté, en étudiant la forme des courbes de hauteur (387), que la longueur ρ devra être portée vers la région qui correspond au relèvement de l'astre si l'angle au pôle est moindre que 6^h, vers la région opposée si l'angle au pôle est plus grand que 6^h.

Pour pouvoir tracer le lieu géométrique exact du navire on voit donc qu'il nous reste simplement à savoir évaluer ρ.

389. *Calcul du rayon de courbure d'une courbe de hauteur en un point donné.* — Pour calculer le rayon de courbure au point déterminatif Z′ (*fig.* 148), considérons un point Z″ infiniment voisin du

Fig. 148.



point Z′ et traçons les deux normales Z′ O et Z″ O, ainsi que la corde Z′ Z″. Il résulte de ce que nous venons de dire que :

$$\rho = Z'O.$$

Or, si nous abaissons la perpendiculaire OI sur Z′ Z″, le triangle OZ′ I, rectangle en I, donne :

$$Z'I = Z'O \sin \frac{Z'OZ''}{2},$$

c'est-à-dire :

$$Z'I = \rho \sin \frac{\Delta Z}{2},$$

car il est manifeste, sur la figure, que l'angle Z′ OZ″ n'est autre chose que la variation ΔZ de l'azimut, quand on passe du point Z′ au point Z″.

Cet angle étant très petit, la relation précédente peut s'écrire, en exprimant ΔZ en minutes et dixièmes :

$$Z'I = \rho \frac{\Delta Z}{2} \sin 1' = \rho \frac{\Delta Z}{2} \frac{1}{3438},$$

de sorte que l'on a :

$$Z'Z'' = 2 \times Z'I = \frac{\rho\,\Delta Z}{3438},$$

et, par suite,

$$\rho = 3438\,\frac{Z'Z''}{\Delta Z}.$$

Or le triangle rectangle Z' Z'' K donne :

$$Z'K = Z'Z'' \cos Z''Z'K,$$

et comme la corde Z' Z'' peut être considérée comme confondue avec l'arc Z' Z'', il en résulte que l'angle Z'' Z' K a ses côtés perpendiculaires sur ceux de l'angle Z et lui est, par suite, égal. On peut donc poser :

$$Z'K = Z'Z'' \cos Z.$$

Remarquons d'ailleurs que Z' K n'est autre chose que $z'\,z''$, c'est-à-dire la variation ΔP de l'angle au pôle correspondant à la variation ΔZ de l'azimut, lorsque l'on passe du point Z' au point Z'' de la courbe de hauteur, c'est-à-dire lorsque la hauteur H et la distance polaire Δ restent invariables. L'égalité précédente peut donc s'écrire :

$$\Delta P = Z'Z'' \cos Z,$$

de sorte que l'on a :

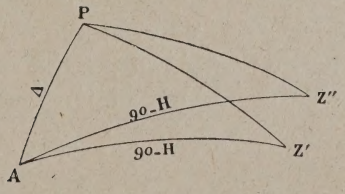
$$Z'Z'' = \frac{\Delta P}{\cos Z},$$

et, par suite,

$$\rho = 3438\,\frac{\Delta P}{\Delta Z}\,\frac{1}{\cos Z}. \qquad (1)$$

Pour évaluer le rapport $\frac{\Delta P}{\Delta Z}$, si l'on considère le triangle de position

Fig. 149.



PZ' A (*fig.* 149) correspondant au point Z', l'analogie des sinus donne :

$$\frac{\sin P}{\cos H} = \frac{\sin Z}{\sin \Delta}. \qquad (2)$$

Le triangle PZ'' A correspondant au point Z'' donne le même :

$$(3) \qquad \frac{\sin(P+\Delta P)}{\cos H} = \frac{\sin(Z+\Delta Z)}{\sin\Delta}.$$

Développant cette dernière relation, il vient :

$$\frac{\sin P\cos\Delta P+\sin\Delta P\cos P}{\cos H} = \frac{\sin Z\cos\Delta Z+\sin\Delta Z\cos Z}{\sin\Delta},$$

c'est-à-dire, puisque ΔP et ΔZ sont très petits :

$$\frac{\sin P+\Delta P\cos P\sin 1'}{\cos H} = \frac{\sin Z+\Delta Z\cos Z\sin 1'}{\sin\Delta}.$$

On en déduit sans peine, en tenant compte de la relation (2) :

$$\frac{\Delta P}{\Delta Z} = \frac{\cos Z\cos H}{\cos P\sin\Delta},$$

et, par suite, en portant cette valeur de $\frac{\Delta P}{\Delta Z}$ dans la relation (1) :

$$(4) \qquad \rho = 3438\frac{\cos H}{\cos P\sin\Delta} = 3438\frac{\cos H}{\cos P\cos D},$$

relation qui nous montre que, pour un astre donné, de déclinaison D, ρ sera d'autant plus grand que H sera plus petite et que P sera plus voisin de 6^h.

Ayant donc calculé ρ par la formule précédente, nous avons vu que ρ devra être porté dans le sens indiqué par l'azimut, ou en sens contraire, selon que P est plus petit ou plus grand que 6^h.

Comme, dans la formule (4), cos H et cos D sont toujours positifs, on voit que ρ aura le signe de cos P : si donc P est plus petit que 6^h, ρ est positif et doit être porté vers l'astre; si P est plus grand que 6^h, ρ est négatif et doit être porté à l'opposé de l'astre.

Il est essentiel de remarquer que, puisque nous avons évalué les lignes de la figure en fonction de Z' K exprimé en minutes, c'est-à-dire en prenant le mille équatorial pour unité, ρ sera donné en milles équatoriaux.

390. *Remarque.* — La valeur de ρ se met, parfois, sous une autre forme, en remarquant que la relation (2) du paragraphe précédent peut s'écrire :

$$\frac{\cos H}{\sin\Delta} = \frac{\sin P}{\sin Z} \quad \text{ou} \quad \frac{\cos H}{\cos D} = \frac{\sin P}{\sin Z}.$$

Remplaçant $\frac{\cos H}{\cos D}$ par sa valeur dans l'expression de ρ, il vient :

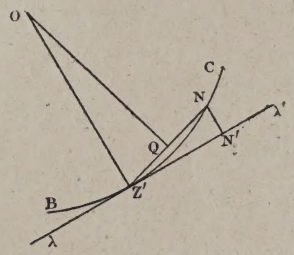
$$(4') \qquad \rho = 6348 \frac{\operatorname{tang} P}{\sin Z},$$

mais cette formule, quoique plus simple, est moins à recommander que la précédente, Z n'étant généralement connu qu'au degré.

391. *Calcul de l'écart entre un point de la courbe de hauteur et la droite de hauteur qu'on lui substitue.* — Maintenant que nous savons tracer sur la carte le lieu géométrique exact du navire, il est facile de calculer l'écart qui existe entre un point de la courbe de hauteur et la droite de hauteur qu'on lui substitue.

Considérons, en effet, une courbe de hauteur BC (*fig.* 150) et

Fig. 150.



soient Z′ le point déterminatif de la droite de hauteur λλ′, O le centre du cercle osculateur et N un point distant du point Z′ de *m* milles équatoriaux.

N pouvant être considéré comme situé indifféremment sur la courbe ou sur son cercle osculateur au point Z′, l'écart entre N et λ′λ′ est NN′, que nous désignerons par *x*.

Traçons la corde Z′ N et, du point O, abaissons la perpendiculaire OQ sur cette droite. Les deux triangles OZ′ Q et NN′ Z′ étant rectangles et ayant les angles en Z′ et en O égaux, sont semblables et donnent :

$$\frac{NN'}{NZ'} = \frac{Z'Q}{Z'O},$$

c'est-à-dire :

$$\frac{x}{m} = \frac{\frac{m}{2}}{\rho}.$$

On en déduit :

$$x = \frac{m^2}{2\rho},$$

x étant exprimé en milles équatoriaux, comme m et ρ. En remplaçant ρ par sa valeur (4) du paragraphe 389 il vient :

$$x = \frac{m^2 \cos P \cos D}{2 \times 3438 \cos H}.$$

Cette formule permettra donc, pour une valeur donnée m, de calculer x, connaissant P, D et H au moment de l'observation.

Elle permet donc aussi de se rendre compte de l'erreur que l'on s'expose à commettre, pour une incertitude d'estime donnée, en employant la méthode des droites de hauteur.

Si l'on voulait évaluer m et x en milles marins, en désignant par m' et x' les valeurs de m et de x en milles marins, on sait que l'on a :

$$x = x' \cos L \qquad \text{et} \qquad m = m' \cos L$$

de sorte que la formule précédente devient :

$$x' = \frac{m'^2 \cos P \cos D \cos L}{2 \times 3438 \cos H}.$$

392. *Circonstances favorables à l'emploi de la méthode des droites de hauteur.* — La relation :

$$x' = \frac{m'^2 \cos P \cos D \cos L}{2 \times 3438 \cos H}$$

nous montre que pour un astre et un lieu donnés, la courbe de hauteur est d'autant plus voisine de la droite de hauteur, à une distance m' du point déterminatif, que P est plus voisin de 6^h et que la hauteur observée est plus faible : ce sont donc là les circonstances favorables à l'emploi de la méthode des droites de hauteur.

Or, comme les hauteurs que l'on observe ne dépassent pas, habituellement, 70°, nous serons, évidemment, dans des conditions très défavorables en supposant que l'on ait simultanément, dans la relation précédente,

$$m' = 50, \qquad P = 0^h,$$
$$D = 0^\circ, \qquad L = 0^\circ,$$

et $H = 70^\circ$.

En effectuant les calculs on trouve $x' = 1{,}1$, ce qui montre que *les circonstances seront toujours favorables à l'emploi de la méthode des droites de hauteur quand on aura soin de ne pas observer de hauteurs supérieures à* 70°.

393. *Tracé par points d'une courbe de hauteur.* — Quand le rayon de courbure d'une courbe de hauteur est très petit, la méthode des

droites de hauteur devenant dangereuse, si l'on veut utiliser l'observation pour obtenir un lieu géométrique du navire, on doit tracer le cercle osculateur aux environs du point déterminatif, en suivant la marche indiquée plus haut (388). On peut aussi tracer la courbe par points en opérant comme nous allons l'indiquer.

On commence par calculer un point déterminatif Marcq, puis on trace la droite de hauteur correspondante $\lambda\lambda'$ (*fig.* 151).

Ceci fait, supposons, pour fixer les idées, que P soit plus grand que 6^h et que l'on ait Z = N 30° O.

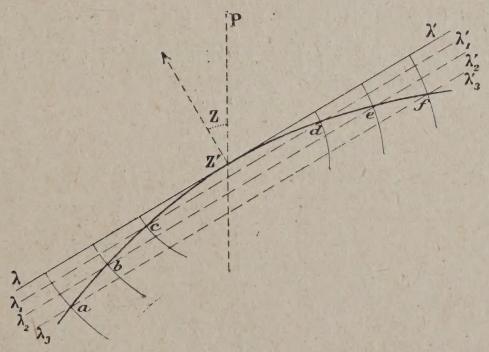
Si de Z′ comme centre avec des rayons égaux à 10, 15, 20, ... milles on décrit des circonférences du côté de $\lambda\lambda'$ opposé à la projection terrestre de l'astre ($P > 6^h$), les points de la courbe de hauteur qui se trouvent sur ces circonférences seront à des distances de $\lambda\lambda'$ respectivement égales à :

$$x_1 = \frac{\overline{10}^2}{2\rho}, \qquad x_2 = \frac{15^2}{2\rho}, \qquad x_3 = \frac{\overline{20}^2}{2\rho}, \qquad \ldots,$$

et, par suite, nous obtiendrons ces points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, ... en traçant les droites $\lambda_1\,\lambda_1'$, $\lambda_2\,\lambda_2'$, λ_3, λ_3', ... parallèles à $\lambda\lambda'$ et éloignées de celle-ci de x_1, x_2, x_3, ... milles équatoriaux.

On déterminera ainsi autant de points de la courbe qu'on en désirera : en les réunissant par un trait continu, on obtiendra la courbe de hauteur demandée *abc* Z′ *def*.

Fig. 151.



Application de la méthode des droites de hauteur à la détermination de la position du navire sur le Globe.

394. *Détermination de la position du navire à l'aide de deux droites de hauteur.* — Il résulte de tout ce que nous venons de dire à propos

des droites de hauteur que, si l'on observe simultanément deux astres, chacune des deux observations détermine, sur la carte, une droite de hauteur, lieu géométrique sur lequel doit se trouver le navire : le bâtiment se trouve donc à l'intersection de ces deux droites de hauteur.

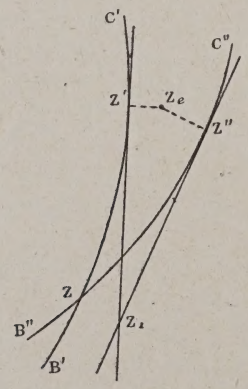
395. *Conditions pour que le point obtenu à l'aide de deux droites de hauteur soit bien déterminé.* — Z_e (*fig.* 152) étant le point estimé reporté sur la carte, B′ C′ et B″ C″ les courbes de hauteur correspondant à deux observations simultanées, le navire se trouve au point d'intersection Z de ces deux courbes, tandis que la méthode des droites de hauteur le place en Z_1.

On voit donc que, si les courbures de B′ C′ et de B″ C″ sont considérables, ou si le point Z_e est très erroné, le point Z′ peut être très différent du point exact Z.

Il résulte de là que, pour que le point observé obtenu par l'intersection de deux droites de hauteur soit déterminé dans de bonnes conditions, il faut que l'estime ait été faite avec le plus grand soin et que les hauteurs observées ne soient pas trop grandes, c'est-à-dire ne dépassent pas 70°, ce qui est le cas le plus fréquent. Nous venons de voir, en effet (392), que lorsqu'une hauteur d'astre est inférieure à 70°, la courbe de hauteur et la droite de hauteur coïncident pendant un grand nombre de milles, de part et d'autre du point de contact

Il faut remarquer aussi que l'intersection de deux lignes étant

Fig. 152.



d'autant meilleure qu'elles forment entre elles un angle plus voisin de 90°, le point obtenu à l'aide de deux droites de hauteur sera

d'autant mieux déterminé que les relèvements des deux astres observés formeront un angle plus voisin de 90°: on admet cependant que l'intersection de deux droites est bonne lorsque l'angle qu'elles forment entre elles est d'au moins 30°.

396. *Transport d'une droite de hauteur.* — Il arrive souvent que l'on ne puisse pas avoir deux observations simultanées : si elles ne sont faites qu'à quelques minutes d'intervalle et si la vitesse du navire n'est pas trop grande, on peut, sans grande erreur, les regarder comme simultanées; dans le cas contraire, on est obligé de procéder différemment. On obtient alors le point en *transportant*, comme nous allons l'indiquer, la droite de hauteur qui correspond à la première observation.

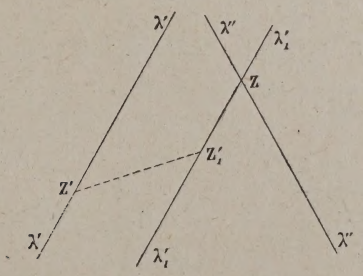
Soient donc Z′ (*fig.* 153) le point déterminatif et $\lambda'\lambda'$ la droite de hauteur fournie par la première observation.

Puisque le navire se trouvait sur $\lambda'\lambda'$, au moment de la première observation, il est clair qu'au moment où l'on observera le second astre, il se trouvera sur la droite $\lambda'_1\lambda'_1$ obtenue en transportant tous les points de $\lambda'\lambda'$ d'une quantité égale au nombre de milles parcourus par le navire, dans le sens de la route faite depuis la première observation.

Comme l'échelle de la carte n'est pas constante, la droite $\lambda'_1\lambda'_1$ ainsi obtenue n'est pas rigoureusement parallèle à $\lambda'\lambda'$; toutefois, lorsque le chemin parcouru dans l'intervalle des deux observations n'est pas trop considérable, on peut regarder $\lambda'\lambda'$ et $\lambda'_1\lambda'_1$ comme parallèles.

Dans ces conditions on voit que, pour transporter une droite de hauteur, il suffit de déplacer son point déterminatif Z′ du chemin $Z'Z'_1$,

Fig. 153.



parcouru par le navire dans le sens de la route, puis de mener, par le point ainsi obtenu, une parallèle à la droite de hauteur primitive.

Par conséquent, si l'on a observé deux astres à des époques différentes, ou successivement le même astre à des époques différentes, on aura la position du navire en transportant en $\lambda'_1\lambda'_1$ la droite $\lambda'\lambda'$ qui correspond à la première observation et en déterminant ensuite l'intersection Z de cette droite transportée avec la droite $\lambda''\lambda''$ fournie par la seconde observation.

Il est clair que le point Z ainsi obtenu sera moins précis que le point que l'on aurait obtenu à l'aide de deux hauteurs simultanées, car l'estime du chemin parcouru entre les deux observations peut être erronée.

397. *Détermination graphique des coordonnées du point observé.* — Nous avons vu que le point observé est déterminé par l'intersection de deux droites de hauteur.

Une méthode simple et très rapide pour faire cette détermination est la méthode graphique, qui évite tout calcul et donne exactement le même résultat, si l'on procède avec soin.

Si donc on a la carte à sa disposition, on y tracera les deux droites de hauteur au moyen des deux points déterminatifs et des azimuts, puis on lira les coordonnées du point d'intersection sur les échelles de latitude et de longitude.

Si l'on n'a pas la carte, on procédera de la manière suivante : supposons, pour fixer les idées, que l'on ait trouvé pour coordonnées du premier point déterminatif :

$$\begin{matrix} L' = 32^\circ 10',0\ N \\ G' = 18^\circ 15',5\ O \end{matrix} \qquad Z'_\varphi = N\ 41^\circ E,$$

et, pour second point déterminatif,

$$\begin{matrix} L'' = 32^\circ 15',5\ N \\ G'' = 18^\circ 07',0\ O \end{matrix} \qquad Z''_\varphi = S\ 57^\circ E.$$

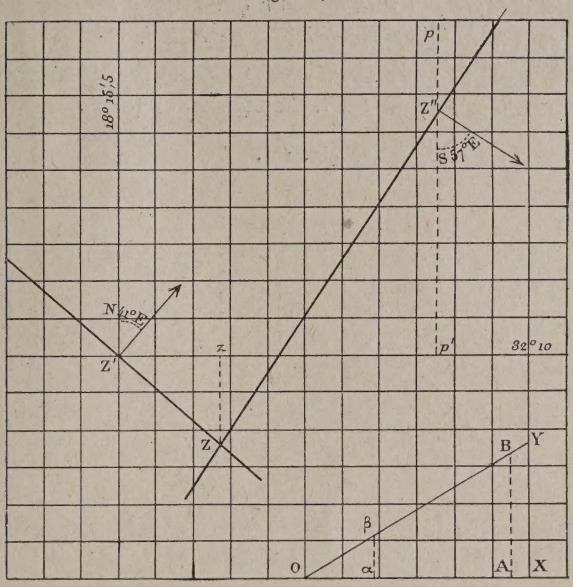
Prenons une feuille de papier quadrillé et regardons chaque division horizontale comme représentant 1′ de longitude : puisque $G' - G'' = 8',5$, si Z′ (*fig.* 154) représente le premier point déterminatif, nous aurons le méridien du second en portant, à partir du point Z′, 8′,5 divisions vers la droite.

Pour placer ce deuxième point en latitude, il nous faut connaître la longueur du mille par une latitude moyenne de 32°. Or, on sait que m' et m représentant la longueur du mille par 32° de latitude et à l'équateur, on a :

$$m = m' \cos 32^\circ.$$

Si donc nous prenons sur OX une longueur OA renfermant 5′,5 divisions, c'est-à-dire autant de divisions qu'il y a de minutes dans l,

Fig. 154.



en menant par le point A une perpendiculaire à OX jusqu'à sa rencontre avec la droite OY, inclinée de 32° sur OX, nous aurons en OB la longueur qui représenterait l à l'échelle des latitudes, en supposant la longueur du mille constante dans la région de la carte qui nous intéresse.

On portera donc une longueur égale à OB sur le méridien $p'p$ et au-dessus du parallèle du point Z′ : on obtiendra ainsi le point Z″.

Traçant les deux droites de hauteur à l'aide de leurs azimuts, on aura en Z la position exacte du navire.

On voit alors que le changement en longitude pour aller de Z′ en Z est de 2′,7 divisions vers l'Est, de sorte que :

$$G = G' + 2',7\ E = 18°12',8\ O.$$

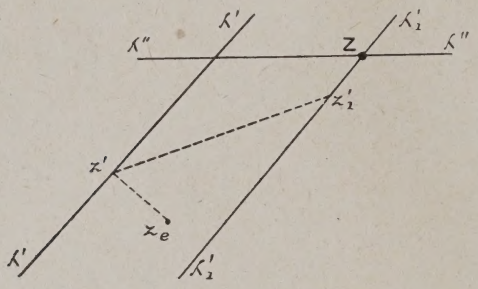
Pour avoir la latitude, il suffit de prendre sur OB une longueur Oβ égale à Zz, : Oβ, évalué à l'aide des divisions de l'échelle OY, mesurera le changement en latitude pour aller de Z′ en Z. On voit ici que le changement en latitude est égal à 1′,9 Sud, de sorte que :

$$L = L' + 1',9\ S = 32°08',1\ N.$$

Points Marcq.

398. *Point à midi par une hauteur quelconque de Soleil prise dans la matinée et une hauteur méridienne de Soleil.* — L'estime plaçant le navire en Z_e (*fig.* 155) observons une hauteur de Soleil dans la matinée quand son azimut est d'au moins 30° (395).

Fig. 155.



En traitant cette hauteur par la méthode Marcq, on obtient le point déterminatif z' de la droite à hauteur.

Les Tables de Perrin, Souillagouët, graphiques, ou autres donnent, en outre, l'azimut Z′ et le Pagel p'. Nous pouvons donc tracer la droite de hauteur $\lambda'\,\lambda'$ dont les coordonnées géographiques L′ et G′ s'obtiennent à l'aide de L'_e et G'_e, de H'_v — H'_e et de Z′ (374).

Ceci fait, observons soigneusement la route et le nombre de milles parcourus par le navire jusqu'au moment de la méridienne et transportons, d'après l'estime, la droite $\lambda'\,\lambda'$ et λ'_1, λ'_1. Nous savons (396) qu'à l'instant de la méridienne le navire se trouvera sur la droite $\lambda'_1\,\lambda'_1$ parallèle à $\lambda'\,\lambda'$ et dont le point déterminatif z'_1, a pour coordonnées $L'_1 = L' + l'$ et $G'_1 = G' + g'$, l' et g' étant les changements en latitude et en longitude entre les deux observations.

La hauteur méridienne nous donnant ensuite la latitude exacte à l'aide de la formule :

$$L = N + D,$$

le navire se trouvera aussi sur le parallèle de latitude L, qui peut être considéré, comme nous l'avons vu, comme une droite de hauteur.

Si donc $\lambda''\,\lambda''$ représente ce parallèle, le navire devant se trouver à la fois sur λ'_1, λ'_1 et sur $\lambda''\,\lambda''$ ne peut être qu'au point Z dont il reste à déterminer les coordonnées.

Or la latitude du point z'_1, étant connue et égale à L'_1, tandis que celle de Z, également connue, est égale à L, le changement en latitude entre les points z'_1 et Z est :

$$\Delta L'_1 = L - L'_1,$$

et, par conséquent, le changement en longitude entre les deux points est (372) :

$$\Delta G'_1 = p' \Delta L'_1.$$

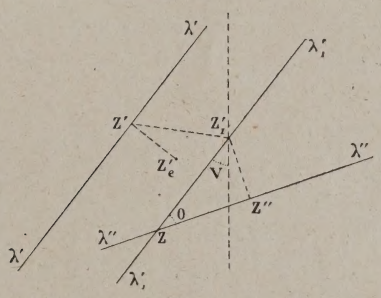
Les coordonnées du point Z sont donc :

$$L = L'_1 + \Delta L'_1 \qquad \text{et} \qquad G = G'_1 + \Delta G'_1.$$

Le graphique, fait à vue, indique du reste, sans aucune ambiguïté, si $\Delta L'_1$ et $\Delta G'_1$ doivent être ajoutés à L'_1 et G'_1 ou retranchés de ces mêmes éléments.

399. *Point par deux hauteurs quelconques, simultanées ou non simultanées.* — Soit Z'_e (*fig.* 156) le point estimé au moment de la pre-

Fig. 156.



mière observation. On calcule, par la méthode du point rapproché, la distance $Z'_e Z' = H'_o - H'_e$ puis l'azimut Z' ainsi que le Pagel p'. Au moyen de la Table de point on en déduit les coordonnées L' et G', du point Z'.

Si les observations sont simultanées, on se servira de ce point Z' comme point estimé pour calculer le point déterminatif de la deuxième droite de hauteur. Si les observations ne sont pas simultanées, on transportera la première droite de l'estime correspondant à l'intervalle des deux observations, et l'on obtiendra ainsi, pour premier lieu géométrique du navire, la droite $\lambda'_1 \lambda'_1$ dont le point déterminatif z'_1 a pour coordonnées :

$$L'_1 = L' + l, \qquad G'_1 = G' + g,$$

le Pagel et l'azimut restant les mêmes.

Considérant alors Z'_1 comme point estimé, on calculera par la méthode Marcq les coordonnées L'', G'' du point déterminatif de la deuxième droite, puis l'on tracera celle-ci au moyen du Pagel p'' et de l'azimut Z''.

Soit Z le point d'intersection de $\lambda'_1\,\lambda'_1$ et de $\lambda''\,\lambda''$, c'est-à-dire le point où se trouve le navire. Pour en obtenir les coordonnées, on procédera de la manière suivante : après avoir calculé le $H''_c - H''_e$ correspondant à la seconde observation et représentant $Z'_1\,Z''$ on remarquera que pour connaître le point Z, il suffirait de parcourir le nombre de milles représenté par $Z'_1\,Z$. Or le triangle $Z'_1\,ZZ''$ étant rectangle en Z'', on a :

$$Z'_1\,Z'' = ZZ'_1 \sin Z'_1\,ZZ'',$$

d'où, en désignant par O l'angle $Z'_1\,ZZ''$ formé par les deux droites de hauteur :

$$ZZ'_1 = \frac{H''_c - H''_e}{\sin O},$$

l'angle O étant toujours facile à déterminer sur le graphique (angle aigu formé par les deux directions azimutales) et ZZ'_1 étant évalué avec la même unité que:

$$Z'_1\,Z'' = H''_c - H''_e,$$

c'est-à-dire en admettant que la longueur du mille reste invariable dans toute la région qui correspond à la figure.

On voit en outre, sur la figure, que l'angle de route V, correspondant au chemin $Z'_1\,Z$ a pour valeur l'amplitude correspondant à la première observation : le nom de cet angle est d'ailleurs indiqué par le graphique.

On aura donc les coordonnées du point Z par un simple point estimé, en prenant le point Z'_1 comme point de départ.

400. *Point à midi par une hauteur quelconque de Soleil, prise dans la matinée, et une circumméridienne.* — Ce calcul est en réalité la combinaison d'un point Marcq (1re observation) avec un point Borda (381).

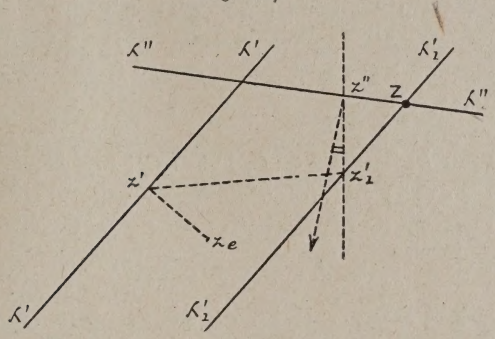
Ayant donc obtenu la première droite de hauteur, transportée par le procédé habituel, le calcul de circumméridienne effectué en prenant le point Z'_1 comme point estimé à l'instant de la circumméridienne fera connaître les coordonnées du point déterminatif Z'' qui sont :

$$L'' = H'' + \alpha P''^2_1 \quad \text{et} \quad G'' = G'_1$$

On pourra donc tracer sur la carte ou, comme nous l'avons vu (397) sur papier quadrillé, la première droite de hauteur transportée $\lambda'_1\,\lambda'_1$ (*fig.* 157) et y marquer le point Z''. On pourra ensuite tracer la droite de hauteur $\lambda''\,\lambda''$ correspondant à la circumméridienne à l'aide de son azimut.

Le point exact sera le point Z, intersection de $\lambda'_1\lambda'_1$ et de $\lambda''\,\lambda''$,

Fig. 157.



et l'on en obtiendra les coordonnées au moyen des échelles de latitude et de longitude de la carte ou du graphique sur papier quadrillé.

401. *Remarque I.* — On sait que, pour le calcul de la circumméridienne, on a besoin de connaître l'heure M marquée par le compteur à midi vrai au point Z'_1. On pourrait calculer cet élément ainsi que nous l'avons déjà indiqué précédemment (347), mais comme par l'observation faite dans la matinée on connaît l'angle au pôle du Soleil, c'est-à-dire $24^h - Tvg'$, on peut procéder autrement, en raisonnant de la manière suivante : si le navire restait immobile dans le lieu de la première observation, il devrait s'écouler, jusqu'à la méridienne, un nombre d'heures vraies égal à P'_e et, comme pendant ces quelques heures on peut admettre que la montre marque indifféremment le temps moyen ou le temps vrai, cette montre a à marcher de P'_e heures pour indiquer le moment de la méridienne.

L'heure de l'observation du matin étant M', l'heure que marquera la montre à midi serait donc très sensiblement $M' + P'_e$ si le navire ne bougeait pas. Mais comme le navire, depuis l'observation du matin jusqu'à midi, a eu un déplacement g en longitude, il en résulte que l'heure M sera égale à la somme $M' + P'_e + g$, le changement en longitude g étant réduit en minutes de temps et étant pris

avec le signe + si le navire a marché vers l'Ouest, avec le signe — s'il a marché vers l'Est,

402. *Remarque II.* — Pratiquement, nous estimons qu'il est préférable, au lieu d'employer la méthode des circumméridiennes, de traiter la hauteur circumméridienne par le procédé Marcq qui s'applique en toutes circonstances.

Les calculs seront, au fond, plus courts et, dans tous les cas, plus sûrs, la méthode des circumméridiennes étant un calcul exceptionnel que l'on ne doit faire, normalement, que si la méridienne n'a pas pu être observée.

403. *Point par la hauteur de la polaire et une hauteur d'astre quelconque.* — Nous avons vu (353) que l'observation de la polaire fournit la latitude au moyen de la relation :

$$L = H - \Delta \cos P.$$

Une hauteur d'astre prise, soit avant, soit après, permettra d'obtenir une seconde droite de hauteur dont l'intersection avec le parallèle de latitude L donnera la position exacte du navire.

Le calcul et le graphique sont analogues à ceux que nous venons d'expliquer.

Si les deux hauteurs ne peuvent pas être considérées comme simultanées, on transportera la droite de hauteur déduite, de la première observation, du chemin parcouru entre les deux observations.

404. *Remarque.* — Si les deux observations ont été simultanées, on emploie la latitude fournie par la polaire pour calculer le point déterminatif de la deuxième droite de hauteur, car cette latitude est plus exacte que la latitude estimée.

405. *Point par trois hauteurs.* — Il arrive fréquemment, lorsque l'on observe la nuit, que l'horizon est très difficile à apercevoir, de sorte que les hauteurs sont toujours assez fortement erronées, quel que soit le soin que l'on apporte à leur observation.

Deux hauteurs d'étoiles sont donc généralement insuffisantes pour déterminer la position du navire avec quelque certitude; aussi, pour éviter des erreurs grossières, on prend habituellement trois hauteurs. Ces trois hauteurs devraient, si elles étaient parfaites et simultanées, donner trois droites se coupant au même point, mais il n'en est jamais ainsi dans la pratique.

Les trois droites déterminent, en général, un petit triangle ou *chapeau* dans lequel on admet que se trouve le navire.

On se supposera alors au centre du cercle inscrit dans ce triangle; toutefois, si l'on est dans le voisinage de dangers, on se placera, par mesure de prudence, dans la position la plus défavorable, c'est-à-dire au point le plus voisin des dangers.

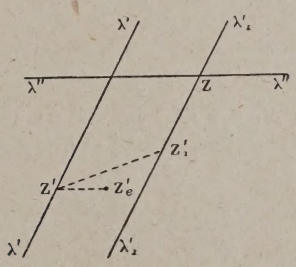
Les coordonnées du point adopté pour point exact se déterminent toujours en traçant les trois droites de hauteur sur la carte ou sur un graphique.

Si l'intervalle entre les observations et la vitesse du navire étaient tels que les observations ne puissent pas être considérées comme simultanées, on transporterait les deux premières droites de l'estime pendant l'intervalle qui sépare chacune de ces observations de la dernière.

Points Lalande-Pagel.

406. *Point à midi par une hauteur de Soleil prise au moment des circonstances favorables au calcul de longitude et une hauteur méridienne de Soleil.* — L'estime plaçant le navire en Z'_e (*fig.* 158), obser-

Fig. 158.



vons une hauteur horaire dans la matinée quand l'azimut Z_v est aussi voisin que possible de 90°.

En traitant cette observation par le procédé Lalande (parallèle estimé), on obtient le point déterminatif Z′ de la première droite de hauteur. De plus, les Tables de Perrin, de Souillagouët, graphiques, ou autres donnent l'azimut Z'_1 et le Pagel p'. Nous pouvons donc tracer la première droite de hauteur $\lambda' \lambda'$ dont le point déterminatif a pour coordonnées $L' = L'_e$ et G′, G′ étant fournie par le calcul d'angle horaire.

Ceci fait, observons soigneusement la route et le nombre de milles

parcourus par le navire jusqu'au moment de la méridienne, et transportons, d'après l'estime, la droite $\lambda' \lambda'$ en $\lambda'_1 \lambda'_1$; nous savons que le navire sera, à l'instant de la méridienne, sur la droite $\lambda'_1 \lambda'_1$ déterminée par l'azimut Z'_e et par le point Z'_1 dont les coordonnées sont $L_1 = L'_e + l$ et $G_1 = G' + g$.

La hauteur méridienne nous donnant ensuite la latitude exacte à l'aide de la formule connue :

$$L = N + D,$$

le navire se trouvera aussi sur le parallèle de latitude L qui peut être considéré, comme nous l'avons vu, comme une droite de hauteur.

Si donc $\lambda'' \lambda''$ représente ce parallèle, le navire devant se trouver à la fois sur $\lambda'_1 \lambda'_1$ et sur $\lambda'' \lambda''$ est au point Z, dont il s'agit de déterminer les coordonnées.

Or, la latitude de Z'_1 étant connue et égale à L'_1 et celle de Z étant égale à L, le changement en latitude des points Z'_1 et Z est :

$$\Delta L'_1 = L - L'_1,$$

et, par conséquent, on a pour expression du changement en latitude correspondant :

$$\Delta G'_1 = p' \Delta L'_1,$$

de sorte que les coordonnées du point Z sont :

$$L = L'_1 + \Delta L'_1 \qquad \text{et} \qquad G = G'_1 + \Delta G'_1.$$

Le graphique, fait à vue, indique du reste, sans aucune ambiguïté, si $\Delta L'_1$ et $\Delta G'_1$ doivent être ajoutés à L'_1 et à G'_1 ou retranchés.

407. *Point à midi par une hauteur horaire de Soleil prise dans la matinée et une circumméridienne.* — Ce calcul est en réalité la combinaison d'un point Lalande (1re observation) et d'un point Borda (381).

On tracera donc la première droite de hauteur et l'on en déterminera les éléments comme dans le calcul précédent.

Pour tracer la seconde droite de hauteur on déterminera les coordonnées du point Borda correspondant à la circumméridienne en procédant exactement comme nous l'avons expliqué au nº 400. Le graphique se tracerait d'une manière analogue et ne différerait de celui représenté par la figure 157, que par la position du point Z_e qui serait sur le parallèle du point Z'.

408. *Point par la hauteur de la polaire et celle d'un autre astre.* —

Nous avons vu que l'observation de la polaire fournissait la latitude du navire au moyen de la relation :

$$L = H - \Delta \cos P.$$

Une hauteur d'astre prise soit avant, soit après, permettra d'obtenir une seconde droite de hauteur dont l'intersection avec le parallèle de latitude L donnera la position exacte du navire.

Le calcul est analogue à ceux que nous venons d'expliquer : si les deux hauteurs peuvent être considérées comme simultanées, on n'aura pas de transport de droite à effectuer; dans le cas contraire, on transportera la droite de hauteur relative à la première observation, du chemin parcouru jusqu'au moment de la deuxième observation.

409. *Point par deux hauteurs quelconques, simultanées ou non simultanées.* — Soit Z'_e (*fig.* 159) le point estimé. Une première hauteur horaire H', traitée par le procédé Lalande, nous fournira une droite de hauteur $\lambda' \lambda'$ sur laquelle doit se trouver le navire. Les Tables de Perrin, de Souillagouët, graphiques, ou autres, auront d'ailleurs fourni l'azimut Z'_v et le Pagel p' relatifs à cette première observation.

Si Z' est le point déterminatif de $\lambda' \lambda'$ ce point transporté, s'il y a lieu, jusqu'à l'instant de la seconde observation, donnera la droite $\lambda'_1 \lambda'_1$ dont le point déterminatif Z'_1 aura pour coordonnées :

$$L'_1 = L'_e + l, \qquad G'_1 = G' + g.$$

Prenant alors Z'_1 comme nouveau point estimé, si nous traitons la seconde hauteur H'' par la méthode Lalande, elle nous fournira une seconde droite de hauteur $\lambda'' \lambda''$ dont l'intersection Z avec $\lambda'_1 \lambda'_1$ sera la position exacte du navire. Cette seconde observation nous aura d'ailleurs fourni les éléments :

$$L'' = L'_1, \qquad G'', \qquad p'', \qquad Z''_v.$$

Pour trouver les coordonnées L et G du point Z nous remarquerons qu'il peut se présenter deux cas :

1° *Le point* Z *tombe entre les méridiens des points* Z'_1 *et* Z''. — Supposons d'abord, pour fixer les idées, que les longitudes soient Ouest. Les droites de hauteur ont alors une disposition analogue à celle représentée sur la figure 159 et, si nous désignons par $\Delta L'_1$ et $\Delta L''$ les changements en latitude entre les points Z'_1 ou Z'' et Z, il

est clair que :

$$\Delta L'_1 = \Delta L''.$$

De plus on voit, sur la figure, que l'on a :

$$G = G'_1 - p' \Delta L'',$$

et aussi :

$$G = G'' + p'' \Delta L'',$$

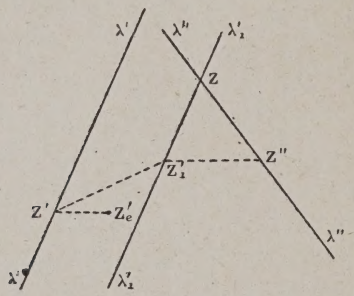
de sorte que :

$$G'_1 - p' \Delta L'' = G'' + p'' \Delta L''.$$

On en déduit :

$$\Delta L'' = \frac{G'_1 - G''}{p' + p''}.$$

Fig. 159.

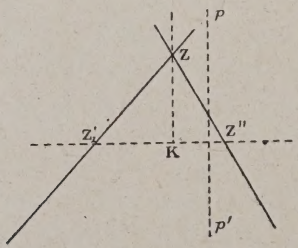


Si les longitudes G'_1 et G'' étaient Est, on verrait absolument de même que :

$$\Delta L'' = \frac{G'' - G'_1}{p' + p''}.$$

Supposons maintenant les longitudes G'_1 et G'' de noms différents et, pour fixer les idées, supposons G de même nom que G'_1 et $G'_1 > G''$.

Fig. 160.



Il est clair que pp' (*fig.* 160) représentant le premier méridien, on a :

$$G = G'_1 - p' \Delta L'' \quad \text{et} \quad G = p'' \Delta L'' - G'',$$

et, par suite,

$$G'_1 - p' \Delta L'' = p'' \Delta L'' - G''.$$

On en déduit :

$$\Delta L'' = \frac{G'_1 + G''}{p' + p''}.$$

On verrait d'ailleurs de même que l'on a, dans tous les cas, lorsque G'_1 et G'' sont de noms différents,

$$\Delta L'' = \frac{\text{écart en longitude}}{p' + p''}.$$

Donc, lorsque Z tombe entre les méridiens des points Z'_1 et Z'', on a toujours :

$$\Delta L'' = \Delta L'_1 = \frac{\text{écart en longitude}}{\text{somme arithmétique des Pagels}}.$$

2° *Le point* Z *tombe en dehors des méridiens des points* Z'_1 *et* Z''. — Supposons d'abord les longitudes Ouest. Les droites de hauteur peuvent, dans ce cas, avoir l'une des deux dispositions représentées sur la figure 161. En remarquant que l'on a encore :

$$\Delta L'_1 = \Delta L'',$$

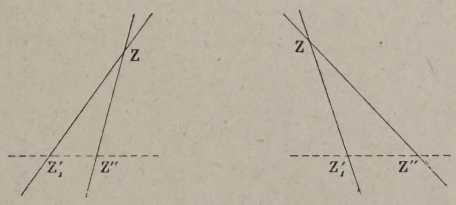
on voit que, dans le cas de la figure de gauche, on a :

$$G = G'_1 - p' \Delta L'' = G'' - p'' \Delta L'',$$

d'où l'on déduit :

$$\Delta L'' = \frac{G'_1 - G''}{p' - p''}.$$

Fig. 161.



Dans le cas de la figure de droite on a de même

$$G = G'_1 + p' \Delta L'' = G'' + p'' \Delta L'',$$

de sorte que :

$$\Delta L'' = \frac{G'_1 - G''}{p'' - p'}.$$

Si les deux longitudes étaient Est, on verrait absolument de même

que :

$$\Delta L'' = \frac{G'' - G'_1}{p' - p''}$$

dans le cas de la figure de gauche, et

$$\Delta L'' = \frac{G'' - G'_1}{p'' - p'}$$

dans le cas de la figure de de droite.

Supposons enfin que les deux longitudes G'_1 et G'' soient de noms différents. On reconnaît aisément que, dans le cas de la figure de gauche (*fig.* 161), on a :

$$G = G'' + p'' \Delta L'' = p' \Delta L'' - G'_1,$$

et

$$G = G'_1 + p' \Delta L'' = p'' \Delta L'' - G''$$

dans le cas de la figure de droite.

On en déduit :

$$\Delta L'' = \frac{G'_1 + G''}{p' - p''} \qquad \text{ou} \qquad \Delta L'' = \frac{G'_1 + G''}{p'' - p'},$$

selon que la longitude du point Z est Est ou Ouest.

En résumé, on voit donc que, lorsque le point Z tombe à l'extérieur des méridiens de Z_1 et Z'', on a, dans tous les cas,

$$\Delta L'' = \Delta L'_1 = \frac{\text{écart en longitude}}{\text{différence arithmétique des Pagels}}.$$

Quel que soit le cas dans lequel on se trouve on a, par conséquent :

$$L = L'' \pm \Delta L'' \qquad \text{et} \qquad G = G'' \pm p'' \Delta L'',$$

un croquis à main levé montrant si $\Delta L''$ et $\Delta G''$ doivent être ajoutés ou retranchés.

V. — DÉTERMINATION RAPIDE DU POINT OBSERVÉ.

410. Les vitesses de plus en plus considérables des bâtiments modernes exigent que la détermination du point observé se fasse très fréquemment.

Or, il résulte de ce que nous avons vu précédemment que la détermination des droites de hauteur par le point rapproché est de beau-

coup la méthode la plus rationnelle et la meilleure puisque, seule en effet, elle peut être appliquée à une observation faite à un instant quelconque, sous la seule condition (392) que l'on n'observe que des hauteurs inférieures à 70°.

C'est donc ce procédé de calcul qu'il y a avantage à rendre d'une exécution matérielle aussi rapide et aussi sûre que possible.

De nombreux Chercheurs se sont efforcés de réaliser ces deux conditions, les uns par des artifices de calcul, les autres par l'emploi de la méthode graphique.

Je crois donc faire œuvre utile en exposant ici les solutions qui me paraissent les plus simples, les plus pratiques et les plus élégantes.

Détermination rapide du point observé par le calcul : Tables F. Souillagouët.

411. De toutes les méthodes de détermination rapide du point observé par le calcul, il n'en est pas, à mon avis, de plus simple et de plus pratique que celle imaginée par mon Collègue M. F. Souillagouët et basée sur l'emploi de ses *Tables de point auxiliaire*, dont nous allons indiquer le principe et l'usage.

412. *Calcul rapide de la hauteur d'un astre.* — On sait que, pour calculer la hauteur d'un astre dans un lieu dont les coordonnées géographiques sont L'_e et G'_e, on a la relation :

$$\sin H'_e = \sin L'_e \cos \Delta' + \sin \Delta' \cos L'_e \cos P'_e.$$

On en déduit, en mettant $\sin L'_e$ en facteur,

$$\sin H'_e = \sin L'_e (\cos \Delta' + \sin \Delta' \cot L'_e \cos P'_e),$$

de sorte que, si l'on pose, comme l'a fait M. Souillagouët,

$$\operatorname{tang}(\pm \varphi) = \cot L'_e \cos P'_e,$$

φ étant un angle aigu, il vient, tous calculs faits,

$$\sin H'_e = \frac{\sin L'_e}{\cos \varphi} \cos(\Delta' \pm \varphi),$$

et, par suite,

$$\log \sin H'_e = \log \frac{\sin L'_e}{\cos \varphi} + \log \cos(\Delta' \pm \varphi),$$

le signe — correspondant à $P'_e < 6^h$, le signe + à $P'_e > 6^h$.

Comme φ et sin $\frac{\sin L'_e}{\cos \varphi}$ dépendent uniquement de L'_e et P'_e, M. Souillagouët a construit deux Tables donnant, avec L'_e et P'_e comme arguments, la valeur de φ et celle de $\log \frac{\sin L'_e}{\cos \varphi}$: la Table I correspondant au cas où P'_e est inférieur à 3^h ou supérieur à 9^h, la Table II à celui où P'_e est compris entre 3^h et 9^h.

φ étant connu à l'aide de l'une ou de l'autre de ces deux Tables, on forme l'expression $(\Delta' \pm \varphi)$, ce qui permet de calculer $\log \cos (\Delta' \pm \varphi)$ et par suite H'_e, à l'aide de la relation :

$$\log \sin H'_e = \log \text{Table I ou Table II} + \log \cos (\Delta' \pm \varphi).$$

Le calcul est très rapide, puisqu'il suffit de trois entrées de Tables pour obtenir H'_e alors que, par la méthode directe, il en faut sept; il est, de plus, extrêmement simple.

413. *Point auxiliaire.* — Afin d'éviter tout souci d'interpolation et d'abréger encore le temps nécessaire au calcul, M. Souillagouët a choisi les arguments qui figurent dans ses Tables, de telle sorte que l'on puisse, sans altérer la position de la droite de hauteur, remplacer dans le calcul du point déterminatif L'_e et P'_e par les éléments L'_a et P'_a les plus voisins de la Table.

Mon Collègue a remarqué en effet que, lorsque l'angle au pôle est inférieur à 3^h ou supérieur à 9^h, on peut altérer L'_e de $7',5$ et P'_e de $0^m,5$ sans que la position de la droite de hauteur soit modifiée d'une manière sensible et que la variation de ces deux éléments peut atteindre $15'$ pour L'_e et 1^m pour P'_e lorsque l'angle au pôle est compris entre 3^h et 9^h.

C'est pour cela que la Table I, qui correspond aux angles au pôle moindres que 3^h ou supérieurs à 9^h, a été construite en faisant varier les arguments de $15'$ en $15'$ pour la latitude, de 1^m en 1^m pour les angles au pôle : en prenant les éléments L'_a et P'_a de cette Table les plus voisins de L'_e et de P'_e on sera donc certain de se trouver dans les conditions voulues pour une bonne détermination de la droite de hauteur.

Dans la Table II, qui correspond aux angles au pôle compris entre 3^h et 9^h, on a fait varier les éléments de $30'$ en $30'$ pour la latitude et de 2^m en 2^m pour les angles au pôle : en prenant les éléments L'_a et P'_a de cette Table les plus voisins de L'_e et P'_e on sera donc certain, également, d'obtenir la même droite de hauteur que celle que l'on aurait obtenue à l'aide de L'_e et P'_e.

Les deux éléments L'_a et P'_a que l'on substitue ainsi à L'_e et P'_e déterminent un point que M. Souillagouët a nommé *point auxiliaire*, point à partir duquel il faudra porter le chemin $H'_v - H'_a$, H'_a représentant la *hauteur auxiliaire*, c'est-à-dire celle que l'on obtiendrait si l'on était au point auxiliaire.

Les coordonnées géographiques de ce point sont d'ailleurs faciles à calculer : la latitude de L'_a est, en effet, la latitude de la Table la plus voisine de L'_e; quant à la longitude G'_a elle est déterminée par ce fait que l'on doit avoir :

$$\text{Tap}' - P'_a = G'_a,$$

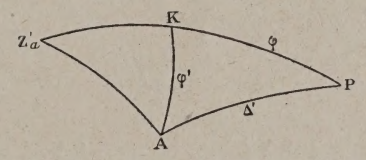
ou

$$\text{Tap}' - (24^h - P'_a) = (\text{Tap}' + P'_a) - 24^h = G'_a,$$

selon que l'astre a été observé dans l'Ouest ou dans l'Est.

414. *Détermination de l'azimut et vérification du calcul de la hauteur.* — Considérons le triangle formé par le pôle élevé, le zénith Z'_a (*fig.* 162) du point auxiliaire et l'astre observé. Pour calculer l'azimut Z'_a traçons la perpendiculaire sphérique AK. Nous décomposons ainsi le triangle $PZ'_a A$ en deux triangles rectangles PAK et $'KAZ'_a$.

Fig. 162.



Or, le premier de ces deux triangles est déterminé puisque nous connaissons :

$$PA = \Delta' = 90^\circ \pm D' \qquad \text{et} \qquad KPA = P'_a.$$

On peut donc écrire :

$$\text{tang PK} = \text{tang PA} \cos \text{APK} \qquad \text{et} \qquad \sin \text{AK} = \sin \text{AP} \sin \text{APK},$$

c'est-à-dire, en désignant PK par φ et KA par φ' :

$$\text{tang}\,\varphi = \cot(\pm D') \cos P'_a, \tag{1}$$

$$\sin\varphi' = \cos D' \sin P'_a, \tag{2}$$

de sorte que φ et φ' peuvent être obtenus simultanément en fonction de D' et de P'_a.

Il est important de remarquer que φ' est toujours positif et de même espèce que P'_a et que φ est positif ou négatif selon que l'angle

au pôle et la distance polaire sont de même espèce ou d'espèces différentes. D'ailleurs la formation de la distance polaire est inutile : il suffit simplement de savoir si elle est plus grande ou plus petite que 90°.

Les arcs φ et φ' étant connus, le triangle AKZ'_a est aussi déterminé puisqu'on y connaît :

$$AK = \varphi', \qquad KZ'_a = (90^\circ - L'_a) - \varphi.$$

On a donc :

$$\operatorname{tang} KA = \sin KZ'_a \operatorname{tang} KZ'_a A,$$

c'est-à-dire :

$$\operatorname{tang} \varphi' = \cos(L'_a + \varphi) \operatorname{tang} Z'_a,$$

relation d'où l'on déduit sans peine :

$$(3) \qquad \operatorname{tang}(90^\circ - Z'_a) = \cot \varphi' \cos(L'_a + \varphi).$$

Cette formule fera donc connaître $90^\circ - Z'_a$, c'est-à-dire l'amplitude en fonction de φ' et de $L'_a + \varphi$. Il est essentiel de remarquer que $\operatorname{tang}(90^\circ - Z'_a)$ est positive ou négative selon que $L'_a + \varphi$ et φ' sont de même espèce ou d'espèces différentes : dans le premier cas l'azimut Z'_a est aigu et, par suite, l'amplitude doit se compter vers le pôle élevé; dans le deuxième cas Z'_a est obtus et, par conséquent, l'amplitude doit se compter vers le pôle abaissé.

Pour rendre le calcul des formules (1), (2) et (3) facile et rapide, M. Souillagouët a construit sa Table III en prenant D' comme argument horizontal et P'_a comme argument vertical.

En faisant cadrer D' et P'_a, on trouve immédiatement φ dans la colonne de gauche et φ' en regard dans celle de droite.

La même Table permet, d'ailleurs, de calculer $90^\circ - Z'_a$: la relation (3) étant en effet identique, comme forme, à la relation (1), il est clair qu'en entrant de nouveau dans la Table III avec φ' comme argument horizontal et $L'_a + \varphi$ comme argument vertical, on trouve $90^\circ - Z'_a$ dans la colonne de gauche intitulée φ. L'élément $90^\circ - Z'_a$ étant connu, on en déduit sans peine Z'_a.

Remarquons, en outre, que l'angle inscrit en regard de $90^\circ - Z'_a$, dans la colonne de droite, est un angle x qui satisfait à la relation :

$$\sin x = \cos \varphi' \sin(L'_a + \varphi).$$

Or, dans le triangle AKZ'_a, on peut écrire que :

$$\cos AZ'_a = \cos AK \cos KZ'_a,$$

c'est-à-dire :

$$\sin H'_a = \cos\varphi' \sin(L'_a + \varphi),$$

ce qui montre que x n'est autre chose que la *hauteur auxiliaire.*

On voit donc que l'emploi de la Table III donne non seulement Z'_a d'une manière simple et rapide, mais encore fournit une vérification importante du calcul de H'_a, ce qui diminue les chances d'erreur finale sur le point.

415. *Remarque I.* — Si les deux observations ne sont pas simultanées, les coordonnées du point Z'_1 s'obtiennent, comme d'habitude, en transportant le premier point déterminatif d'après l'estime entre les deux observations.

416. *Remarque II.* — Si l'on déduisait le deuxième point déterminatif du premier point auxiliaire transporté, on pourrait obtenir un point final notablement différent de celui que l'on obtiendrait par la méthode directe.

Pour éviter cet inconvénient et obtenir une concordance parfaite entre les deux résultats, le second point auxiliaire devra toujours être déduit du premier point estimé, transporté jusqu'au moment de la deuxième observation.

Détermination rapide du point observé par la méthode graphique.

417. Divers Chercheurs se sont efforcés de réaliser des graphiques *ou abaques* donnant, par simple lecture sur des échelles appropriées, les éléments nécessaires pour déterminer la position du navire par le procédé Marcq.

La méthode graphique est assurément celle qui est susceptible de fournir les solutions les plus simples et les plus rapides puisque, par elle, tout calcul logarithmique devient inutile et la précision de la minute de degré, dans l'évaluation de la hauteur, est certainement réalisable en construisant les graphiques à une échelle suffisamment grande.

Le seul inconvénient de la méthode réside uniquement dans les dimensions des épures qui deviennent considérables si l'on veut que la minute de degré soit facile à évaluer, c'est-à-dire soit représentée par une longueur d'un demi-millimètre au moins. Mais nous verrons que cet inconvénient est plus apparent que réel et qu'il peut être facilement éliminé grace à des dispositions typographiques appropriées.

Abaque Favé et Rollet de l'Isle.

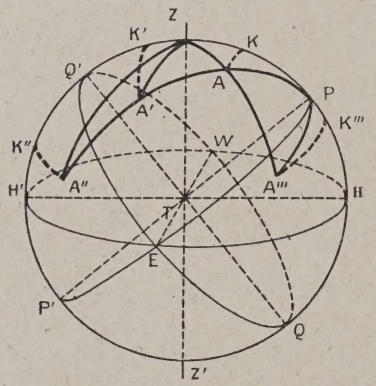
418. MM. Favé et Rollet de l'Isle, Ingénieurs hydrographes de la Marine, ont dessiné, en 1892, un abaque des plus remarquables dont nous allons exposer le principe et qui, malgré son échelle un peu petite à notre avis, peut donner la précision du mille entre les mains d'un opérateur bien entraîné.

Le format de cet abaque, relativement réduit, est celui d'une feuille Grand-Aigle.

419. *Détermination de* H_e *et de* Z_e . — Supposons qu'à une certaine heure Tmp, fournie par un chronomètre, on ait observé un astre quelconque dans un lieu ayant pour coordonnées géographiques L_e et G_e, et soit H_v la hauteur vraie déduite de l'observation.

Au moyen de l'heure Tmp, nous pouvons calculer la déclinaison D et l'angle au pôle P_e pour un observateur situé au point estimé,

Fig. 163.



de sorte que le triangle de position PZA (*fig.* 163) est déterminé, puisque nous y connaissons :

$$PZ = 90^\circ - L_e = \lambda, \qquad ZPA = P_e \quad \text{et} \quad PA = 90^\circ - D.$$

Pour résoudre ce triangle, MM. Favé et Rollet de l'Isle ont abaissé du point A la perpendiculaire sphérique AK sur le côté PZ, puis ils ont pris pour coordonnées du point A cette perpendiculaire sphérique

et la distance de son pied K à l'équateur. Ils ont alors posé :

$$AK = a \qquad \text{et} \qquad Q'K = b.$$

Examinons les divers cas qui peuvent se présenter.

Premier cas : $P < 6^h$. — Lorsque l'angle au pôle est plus petit que 6^h, ou 90^o, l'astre peut occuper des positions telles que A, A′ ou A″, caractérisées respectivement par les conditions $D > L$ ou $D < L$ quand L et D sont de mêmes noms, et $D < \lambda$, quand L et D sont de noms contraires.

Considérons, par exemple, le premier cas de figure. Le triangle AKP, rectangle en K, donne :

$$\cos(90^o - D) = \cos a \cos(90^o - b) \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang} a = \sin(90^o - b) \operatorname{tang} P_e,$$

c'est-à-dire :

$$(1) \qquad \sin D = \cos a \sin b \qquad \text{et} \qquad \cot P_e = \cot a \cos b,$$

relations qui constituent un système de deux équations à deux inconnues a et b et qui, résolu par le procédé graphique, comme nous indiquerons plus loin, fera connaître a et b en fonction de D et de P.

a et b étant connus, le triangle AKZ donnera ensuite :

$$\cos(90^o - H_e) = \cos a \cos KZ \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang} a = \sin KZ \operatorname{tang} Z_e,$$

c'est-à-dire :

$$(1) \qquad \sin H_e = \cos a \sin(\lambda + b) \qquad \text{et} \qquad -\cot Z_e = \cot a \cos(\lambda + b),$$

puisque l'on voit, sur la figure que :

$$KZ = ZP - PK = \lambda - (90^o - b) = (\lambda + b) - 90^o.$$

Les relations (2) feront donc connaître H_e et Z_e puisque λ, a et b sont maintenant connus.

On verrait exactement de même que, pour l'astre A′, on aurait :

$$(1') \qquad \sin D = \cos a \sin b, \qquad \cot P_e = \cot a \cos b$$

et

$$(2') \qquad \sin H_e = \cos a \sin(\lambda + b), \qquad -\cot Z_e = \cot a \cos(\lambda + b),$$

tandis que, pour l'astre A″, on aurait :

$$(1'') \qquad \sin D = \cos a \sin b, \qquad \cot P_e = \cot a \cos b$$

et

$$(2'') \qquad \sin H_e = \cos a \sin(\lambda - b), \qquad -\cot Z_e = \cot a \cos(\lambda - b).$$

Deuxième cas : $P > 6^h$. — C'est le cas d'un astre tel que A''' et l'on voit que, dans ce cas L et D sont de mêmes noms. En posant toujours $A'''K''' = a$ et $Q'K''' = b$, les deux triangles rectangles $A'''PK'''$ et $ZK'''A'''$ donneraient encore :

$$(1''') \qquad \sin D = \cos a \sin b, \qquad \cot P_e = \cot a \sin b,$$
$$(2''') \qquad \sin H_e = \cos a \sin(\lambda + b), \qquad -\cot Z_e = \cot a \cos(\lambda + b).$$

Il est maintenant facile de constater que, si l'on convient de regarder b comme positif ou négatif selon que L et D sont de même nom ou de noms contraires, on aura toujours, pour déterminer H_e, les relations :

$$(\alpha) \qquad \sin D = \cos a \sin b,$$
$$(\beta) \qquad \cot P_e = \cot \alpha \cos \beta.$$
$$(\gamma) \qquad \sin H_e = \cos a \sin(\lambda + b),$$

b étant aigu, si $P < 6^h$, obtus si $P < 6^h$.

Quant à la valeur de Z_e elle est donnée, dans les mêmes conditions, par la relation :

$$(\delta) \qquad \cot Z_e = -\cot a \cos(\lambda + b),$$

l'azimut Z_e étant aigu ou obtus, selon que $\cos(\lambda + b)$ est négatif ou positif, c'est-à-dire selon que $\lambda + b$ est supérieur ou inférieur à 90^o.

En considérant Z_e comme représentant le relèvement compté de 0^o à 90^o, on voit donc que celui-ci sera compté à partir du pôle élevé ou du pôle abaissé selon que $\lambda + b$ est supérieur ou inférieur à 90^o.

Il est important de remarquer également que a est toujours moindre que 90^o.

418. *Résolution graphique du système d'équations précédent.* — Nous venons de voir que, pour résoudre le système formé par les quatre équations α, β, γ, δ dans lequel les données sont D et P et les inconnues a, b, H_e et Z_e il fallait, en premier lieu, obtenir a et b en résolvant le système :

$$\sin D = \cos a \sin b,$$
$$\cot P = \cot a \cos b.$$

Afin d'éviter la résolution trigonométrique, MM. Favé et Rollet de l'Isle ont eu l'idée d'employer la méthode graphique dont les nombreux avantages ont été mis en lumière par les beaux travaux de M. M. d'Ocagne, Membre de l'Institut, Inspecteur général des Ponts et Chaussées.

Pour expliquer cette méthode, considérons tout d'abord, l'équation :

$$\sin D = \cos a \sin b,$$

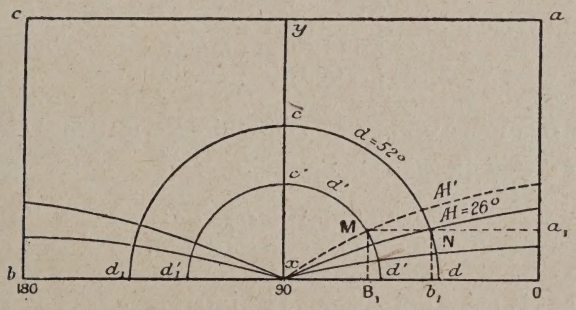
et donnons à D une certaine valeur, 52° par exemple. Il est clair que si nous donnons successivement à a toutes les valeurs comprises entre 0° et 90°, l'équation

$$\sin 52^\circ = \cos a \sin b$$

nous permettra de calculer les valeurs correspondantes de b : à chaque valeur de a correspondront donc deux valeurs de b, l'une inférieure, l'autre supérieure à 90°, la première correspondant à $P < 6^h$, la seconde à $P > 6^h$.

Il résulte de là que si nous traçons un rectangle *oabc* (*fig.* 164), en

Fig. 164.



divisant le côté *oa* en 90 et le côté *ob* en 180 parties égales, nous pourrons prendre *oa* et *ob* comme axes de coordonnées et reporter, sur l'épure, tous les points satisfaisant à l'équation :

$$\sin 52^\circ = \cos a \sin b.$$

En réunissant tous ces points par un trait continu nous obtiendrons la courbe $d c d_1$, que nous appellerons la *courbe* $d = 52^\circ$, et il est évident que N étant un point quelconque de cette courbe, en mesurant $oa_1 = a_1$ et $ob_1 = b_1$, on aura :

$$\sin 52^\circ = \cos a_1 \sin b_1.$$

En procédant de même pour toutes les valeurs de D comprises entre 0° et 90°, on obtiendra une série de courbes, les *courbes d*, symétriques par rapport à l'ordonnée *xy* menée par la division 90° c'est-à-dire par le milieu de l'échelle *ob*.

Si maintenant nous considérons l'équation :

$$\cot P = \cot a \cos b$$

en donnant successivement à P toutes les valeurs, de 0° à 180°, il est clair que nous pourrons, comme ci-dessus, construire les *courbes* $\mathcal{H}$ représentées par l'équation précédente, courbes qui convergeront toutes vers le point X et seront deux à deux symétriques par rapport à *xy*.

Par conséquent, si le point N se trouve, par exemple, sur la courbe $\mathcal{H} = 26°$, les coodonnées de N étant a_1 et b_1, on aura :

$$\cot 26° = \cot a_1 \cos b_1.$$

Il résulte de là que si les courbes α et les courbes $\mathcal{H}$ sont tracées sur la même épure, le point N se trouvant à la fois sur les courbes $d' = 52°$ et $\mathcal{H} = 26°$, les coordonnées a_1 et b_1 de ce point seront les racines du système :

$$\begin{cases} \sin 52° = \cos a \sin b, \\ \cot 26° = \cot a \cos b. \end{cases}$$

L'épure que nous venons de construire permettra donc d'obtenir les racines a et b du système :

$$\begin{cases} \sin D = \cos a \sin b, \\ \cot P_e = \cot a \cos b, \end{cases}$$

en cherchant le point qui se trouve à l'intersection des courbes $d = D$ et $\mathcal{H} = P$, puis en évaluant les coordonnées de ce point à l'aide des échelles *oa* et *ob*.

La même épure permettra, d'ailleurs, de déterminer également Z_e et H_e, car le système d'équation :

$$\begin{cases} \sin H_e = \cos a \sin(\lambda + b), \\ \cot Z_e = -\cot a \cos(\lambda + b), \end{cases}$$

est, à un signe près, exactement de la même forme que le précédent, de sorte que le point N étant celui qui correspond à $d = 52°$ et $\mathcal{H} = 26°$, pour avoir H_e et Z_e lorsque la colatitude est λ, on voit qu'il suffit de prolonger a_1 N d'une longueur NM égale à λ, puis de lire les

numéros des courbes passant par le point M. On aura alors :

$$H_e = d', \qquad Z_e = \mathcal{H}'.$$

Il va sans dire que si le point M ne tombait pas exactement sur des courbes tracées sur l'abaque, une interpolation à vue permettrait de connaître les numéros des courbes correspondant exactement à ce point.

On voit, par ce que nous venons de dire, combien les opérations à effectuer sont simples : elles n'exigent d'autre tracé que celui de la parallèle a_1 NM à ab.

421. *Remarque I.* — La droite xy étant un axe de symétrie, il en résulte que si l'on rabat le carré $bc\,xy$ sur le carré $xy\,ao$, en le faisant tourner autour de xy comme charnière, les deux carrés se recouvriront exactement, les deux moitiés de chaque courbe d se superposant et chaque courbe $\mathcal{H}$ recouvrant la courbe $180 - \mathcal{H}$.

Il n'y a donc à construire que la moitié droite de l'abaque en ayant soin d'inscrire sur chaque courbe $\mathcal{H}$ les deux numéros correspondants et à graduer le côté horizontal de 0° à 90° dans un sens et de 90° à 180° en sens contraire.

422. *Remarque II.* — L'abaque Favé et Rollet de l'Isle a été tracé en faisant varier D et P de 10′ en 10′ : pour avoir la précision de la minute, il faut donc évaluer à vue le dixième de l'écart de deux courbes voisines.

423. *Remarque III.* — On trouvera dans la Note I, qui se trouve à la fin de ce volume, l'explication de la construction et de l'usage de mes *Tables graphiques d'azimut* qui résolvent le problème qui nous occupe par une méthode tout à fait analogue à celle que nous venons d'étudier, mais qui a l'avantage, grâce au choix particulier des éléments déterminant la position de l'astre,

1° de donner Z et H au moyen d'échelles à divisions égales, afin de rendre plus commode la lecture de ces éléments;

2° de permettre de lire Z et H sur des échelles dont la disposition rappelle celle de ces coordonnées sur la sphère céleste, afin de réduire les chances de confusion au minimum.

Cet abaque, agrandi de façon à permettre la détermination graphique précise du point observé, c'est-à-dire de façon à permettre

de lire très facilement, sans aucune construction et à vue, la minute de degré, devrait avoir $2^{m},70$ de côté, ce qui le rendrait pratiquement inutilisable. Pour tourner la difficulté j'ai imaginé de découper cette immense épure en 120 fragments ou pages de $22,5 \times 30^{cm}$ et de placer en tête du volume, formé par ces 120 pages, une page supplémentaire ou *Table de référence* portant une réduction, format 25×25, de l'abaque total. Sur cet abaque réduit sont indiqués les 120 fragments, ainsi que leur numérotage : dans ces conditions, pour se servir de ces *Tables graphiques de point observé*, il suffira d'entrer dans la Table de référence, d'y marquer les deux points correspondant l'un à D et à P, l'autre à H et à Z et, enfin, de lire les numéros des deux pages sur lesquelles se trouvent ces deux points. En se reportant à ces deux pages on obtiendra immédiatement les éléments de la solution précise.

Grâce à cette disposition typographique particulière on voit que le problème de la résolution graphique précise du point observé devient très facile et ne conduit pas à l'emploi de Tables volumineuses ou d'un format encombrant.

Le jour où les Marins pourront avoir entre les mains des Tables ainsi construites et disposées, la détermination de la position du navire par deux ou trois droites Marcq ne demandera que quelques minutes, la partie la plus longue mais inévitable de cette détermination étant le calcul des coordonnées équatoriales des astres observés et la correction de leurs hauteurs.

CHAPITRE V.

APPLICATION DU COURS DE NAVIGATION AUX DIVERSES CIRCONSTANCES DANS LESQUELLES PEUT SE TROUVER LE NAVIGATEUR. — PROBLÈMES DE PRATIQUE COURANTE. — QUESTIONS THÉORIQUES COMPLÉMENTAIRES.

I. — APPLICATION DU COURS DE NAVIGATION AUX DIVERSES CIRCONSTANCES DANS LESQUELLES PEUT SE TROUVER LE NAVIGATEUR.

424. Dans les quatre Chapitres précédents, nous avons examiné successivement et en détail tous les problèmes que le Navigateur peut être appelé à résoudre.

Il nous reste à indiquer maintenant quel choix il doit faire, parmi les diverses méthodes qui permettent de déterminer le point, selon les circonstances où il se trouve, et les instruments qu'il possède.

Dans tout ce qui suit nous supposerons que le Capitaine s'est muni, avant le départ, des instruments, cartes et documents dont il pourra avoir besoin et, en particulier, qu'il a fait régler les chronomètres, s'il en possède, et les compas.

Navigation côtière.

425. Si l'on navigue constamment en vue des côtes, on pourra toujours déterminer sans difficulté et avec une grande exactitude la position du navire à l'aide du compas seul.

Le point s'obtiendra, en effet, soit par trois relèvements simultanés, soit par deux alignements, soit par segments capables, soit par le relèvement et la distance télémétrique d'un point connu (1), soit enfin par deux relèvements successifs d'un même point et le chemin parcouru dans l'intervalle.

Comme la connaissance exacte de la variation est essentielle, on

(1) Voir Note VIII.

aura soin de déterminer cet élément très fréquemment et, en particulier, chaque fois que l'on passera sur l'alignement de deux points marqués sur la carte. On sait, en effet, que l'on a :

$$W = A_v - A_c,$$

A_v étant fourni par la carte et A_c par le relèvement au compas de l'alignement.

On aura soin également de régler la montre d'habitacle au moment du lever ou du coucher du Soleil, et si l'on possède un sextant, au moment de la méridienne, ce qui permettra de connaître toujours l'heure vraie exacte du bord. Nous savons, en effet, que si, à un moment donné, la montre d'habitacle marque l'heure Tvg_1, l'heure exacte Tvg sera :

$$Tvg = Tvg_1 + g,$$

g représentant le changement en longitude du navire depuis le moment où la montre a été réglée.

Connaissant l'heure vraie du bord on pourra donc déterminer la variation du compas, à un moment quelconque, à l'aide des relations :

$$W = Z_v \odot - Z_c \odot \qquad \text{ou} \qquad W = Z_v \star - Z_c \star,$$

puisque Z_c est fourni par le compas et Z_v par les Tables de Perrin, Souillagouët, graphiques, ou autres.

On voit donc que la navigation côtière est très simple et très sûre, si l'on se conforme aux indications précédentes. Elle n'exige, comme instruments, que le compas de relèvement, une bonne montre d'habitacle et un loch; comme documents, qu'un Annuaire des marées de l'année, les cartes et les *Instructions nautiques* relatives aux côtes devant lesquelles on a à défiler.

Navigation par l'estime seule.

426. C'est le cas d'un Navigateur qui ne posséderait que le compas, le loch et une montre d'habitacle.

Avant de perdre la terre de vue, le Capitaine déterminera exactement la position du navire, à l'aide de deux alignements, de deux segments capables, de la distance télémétrique et du relèvement d'un point connu, ou, à défaut, à l'aide de trois relèvements : il aura ainsi un excellent *point de départ*, ou *point de partance*, à partir duquel il portera successivement les diverses routes suivies par le navire.

Il pourra donc déterminer, par l'estime, la position du navire à un instant quelconque; mais, comme il ne possède aucun moyen de vérifier sa position sur le Globe, les erreurs commises dans l'évaluation de la route s'accumuleront, et il pourra arriver, au bout de quelques jours de navigation, que le point estimé soit très erroné.

Il faudra par conséquent, pour diminuer le plus possible l'incertitude du point, évaluer avec un soin extrême la route au compas, la variation et la dérive et lire attentivement les instructions nautiques relatives aux parages que le navire doit traverser, afin de connaître la direction et la vitesse probables des courants qui l'entraîneront.

Le Capitaine calculera donc son point estimé en tenant compte de ces divers renseignements et il le portera régulièrement sur la carte.

Une pareille méthode de navigation exigera beaucoup d'attention et de prudence : le Capitaine fera veiller devant très longtemps avant le moment où il devrait atterrir si la position estimée du navire était exacte.

Dès que la terre sera signalée il diminuera la vitesse du navire, si c'est nécessaire, et il s'efforcera, au moyen de la sonde et surtout au moyen des *vues de côtes*, de reconnaître le point de la côte devant lequel il se trouve.

Dès que cette reconnaissance aura été faite, il déterminera par relèvements la position du navire sur la carte, tracera la nouvelle route qui doit le conduire à destination, et naviguera en vue des côtes, afin de savoir toujours avec exactitude le point où il se trouve.

Enfin, lorsque le navire passera sur un alignement, le Capitaine en profitera pour vérifier la variation du compas d'après la relation :

$$W = A_v - A_c.$$

427. *Remarque.* — Nous avons vu qu'avec L et D comme arguments, on pouvait calculer l'heure Tvg du lever ou du coucher vrai du Soleil. Comme la latitude peut être notablement erronée on n'aura ainsi qu'une rectification grossière de l'heure, suffisante pour régler les occupations du bord, mais inutilisable pour faire des calculs de variation qui, la plupart du temps, seront mieux déterminés à l'aide de la déclinaison donnée par la carte et de la déviation fournie par le tableau ou le diagramme dressé avant le départ.

C'est dans ce cas que l'on sera heureux de posséder un compas compensé qui réduira au minimum les chances d'erreur d'appréciation de la route.

Navigation sans chronomètres, avec le sextant et une bonne montre d'habitacle.

428. Avant de perdre la terre de vue le Capitaine déterminera, comme précédemment, un bon *point de départ* à partir duquel il portera les routes successives.

La navigation se fera encore par l'estime, mais dans de très bonnes conditions, cette fois.

Nous avons vu, en effet, qu'en observant une hauteur méridienne d'astre on pouvait obtenir une bonne latitude, sans avoir besoin de connaître très exactement l'heure. Chaque jour le Capitaine observera donc la hauteur méridienne du Soleil et il en déduira la latitude du navire : le seul élément erroné dans le point à midi sera alors la longitude.

Au moment de la méridienne le Capitaine fera marquer 0^h à la montre d'habitacle qui sera ainsi réglée sur le temps vrai. En tenant compte des changements en longitude ultérieurs cette montre donnera donc le temps vrai local à un instant quelconque ; elle permettra, par suite, d'avoir la variation en déterminant l'azimut vrai du Soleil à l'aide des Tables de Perrin, de Souillagouët, graphiques, ou autres, ou encore à l'aide de la latitude et de la hauteur.

En réglant de nouveau la montre d'habitacle au moment du coucher vrai, ce qui est possible puisque la latitude est connue assez exactement au moyen de la méridienne et de l'estime faite avec soin, on pourra calculer la latitude par la Polaire à un instant quelconque de la nuit et la variation à l'aide du même astre.

Enfin, au lever vrai du Soleil, on pourra régler de nouveau la montre d'habitacle, déterminer l'azimut par l'amplitude et en déduire la variation.

On voit donc que, lorsque le Capitaine possède un sextant et une bonne montre d'habitacle, il connaît toujours exactement sa latitude et la variation : il se trouve donc dans de bonnes conditions de sécurité.

429. *Atterrissage.* — Pour atterrir, le Capitaine fera une route conduisant le navire sur le parallèle de latitude du point qu'il veut atteindre, ou d'un point voisin facile à reconnaître, puis il mettra le cap à l'Est ou à l'Ouest, en veillant attentivement devant et en sondant dès que la chose sera possible.

Il déterminera ensuite la position exacte du navire, en procédant comme nous l'avons indiqué à propos de la navigation par l'estime seule, puis il gouvernera pour donner dans les passes.

430. *Remarque I.* — La montre d'habitacle peut aussi se régler à l'aide d'une hauteur observée au moment des circonstances favorables, afin que les erreurs sur la latitude et sur les éléments du calcul influent le moins possible sur le résultat obtenu.

La montre ayant été réglée à l'aide de ce calcul d'angle horaire, on pourra obtenir l'heure M qu'elle marquera à midi vrai avec une exactitude suffisante pour calculer la latitude à l'aide de hauteurs circumméridiennes dans le cas où l'on ne pourrait observer la méridienne. On sait en effet que M′ représentant l'heure de cette montre au moment de l'observation du matin, P′ l'angle au pôle correspondant, et g le changement de latitude, on a (401) :

$$M. = M' + P' + g.$$

431. *Remarque II.* — Quand on veut régler la montre d'habitacle à midi, avec exactitude, on prend une hauteur H_1 quelques instants avant midi en notant l'heure correspondante M_1 de la montre. Une fois la méridienne observée, on fait de nouveau marquer par le sextant l'angle H_1 et l'on attend que la hauteur du Soleil reprenne cette valeur. Si M_2 est l'heure de cette seconde observation, il est clair qu'à midi vrai la montre marquait l'heure :

$$M = \frac{M_1 + M_2}{2}.$$

Cette heure pourrait servir également au calcul des circumméridiennes, si l'on n'avait pas fait de calcul d'angle horaire dans la matinée, ni pu observer la méridienne.

432. *Emploi d'une bonne montre à secondes.* — Si, en plus de la montre d'habitacle, on possédait un bon compteur à marche régulière, on pourrait déterminer d'une manière très satisfaisante la position du navire sur le Globe, par rectifications successives, à l'aide d'une latitude méridienne et d'une observation faite au moment des circonstances favorables, soit le matin, soit le soir.

On aurait, bien entendu, réglé la montre comme un chronomètre avant le départ, c'est-à-dire que l'on aurait déterminé son état absolu Tmp — M et sa marche m. En outre, si le navire possède un poste

récepteur de T. S. F., on réglera la montre, chaque jour, à l'aide des signaux horaires de la Tour Eiffel. On se trouvera alors dans des conditions excellentes et l'on pourra même déterminer la position du navire dans de très bonnes conditions, en procédant comme dans le cas de la navigation avec des chronomètres réglés.

Navigation avec les chronomètres.

433. Un Navigateur qui possède des chronomètres réglés se trouvera toujours dans d'excellentes conditions de sécurité, puisqu'il pourra connaître, à un instant quelconque, la position précise du navire sur le Globe et, très exactement, la variation du compas; il en sera de même s'il possède un seul chronomètre et des appareils récepteurs de T. F. S., puisque il pourra régler ce chronomètre, matin et soir, à l'aide des signaux horaires de la Tour Eiffel.

Ayant donc, comme dans le cas précédent, déterminé par alignements, par segments capables, par distance télémétrique, ou par relèvements un très bon *point de départ*, le Capitaine portera avec soin l'estime sur la carte, car nous savons que, plus le point est exact et plus la détermination du point observé se fait dans de bonnes conditions.

Fréquemment, pendant la nuit et pendant le jour, surtout si la vitesse du navire est considérable, le Capitaine déterminera la position du navire par l'un quelconque des procédés que nous avons exposés dans le Chapitre précédent, mais en donnant toujours la préférence au point Marcq qui, nous l'avons vu, est le plus avantageux dans tous les cas.

Nous signalons comme points particulièrement recommandables :

Le point du matin par une hauteur crépusculaire d'étoile prise quand l'horizon est bien net, et une hauteur de Soleil prise dans la matinée, quand le Soleil est élevé de plus de 10° *au-dessus de l'horizon, la différence d'azimut des deux astres étant d'au moins* 30°. — *Point par deux hauteurs de Soleil prises dans la matinée, la différence d'azimut étant d'au moins* 30°. — *Point par une hauteur de Soleil prise quand l'astre est à* 30° *au moins du méridien et la méridienne.* — *Point par la méridienne transportée et une hauteur de Soleil prise quand le Soleil est à* 30° *au moins dans l'Ouest du méridien.* — *Point par deux hauteurs de Soleil prises dans l'après-midi (azimuts différant de* 30° *au moins).* — *Point par une hauteur de Soleil et une hauteur crépusculaire d'étoile (différence d'azimuts d'au moins* 30°). — *Point par deux hauteurs*

d'étoiles ou par une hauteur d'étoile et la Polaire, ou, enfin, par trois hauteurs d'étoiles (différence d'azimuts d'au moins 30°).

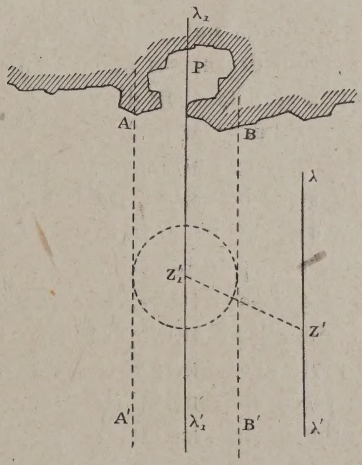
Quant à la détermination de la W, elle sera toujours facile, puisque les Tables de Perrin, de Souillagouët, graphiques, ou autres feront connaître l'azimut vrai d'un astre quelconque que l'on aura relevé au compas.

434. *Atterrissage.* — Chaque fois que l'orientation de la côte le permet, on atterrit en latitude, ainsi que nous l'avons expliqué précédemment, mais avec beaucoup moins d'incertitude, puisque la longitude est connue exactement ou à très peu près.

Lorsque l'orientation de la côte est sensiblement Est-Ouest, on peut atterrir en se servant d'une droite de hauteur, choisie aussi normale que possible à la région de la côte qu'il s'agit d'atteindre, et en procédant de la manière suivante :

$\lambda' \lambda'$ (*fig.* 165) étant la droite de hauteur correspondant à l'obser-

Fig. 165.



vation et Z' son point déterminatif, le navire est quelque part sur cette droite.

P étant le point qu'il s'agit d'atteindre, traçons $\lambda_1 \lambda'_1$ parallèle à $\lambda\lambda'$ et passant par P.

Le navire suivant une route parallèle à $Z' Z'_1$, l'estime faite avec soin nous permettra de déterminer l'instant où le navire sera arrivé sur $\lambda'_1 \lambda'_1$. En suivant alors la route $\lambda'_1 \lambda'_1$ on sera certain d'atterrir en P

ou dans son voisinage et, si l'on connaît l'erreur maximum *e* qui peut entacher le point Z'_1, il est clair qu'en décrivant un cercle de Z'_1 comme centre, avec l'erreur *e* comme rayon, l'atterrissage devra nécessairement se produire entre les points A et B de la côte obtenus en menant les deux tangentes AA′ et BB′ au cercle d'incertitude, parallèlement à $\lambda'_1\ \lambda'_1$.

435. *Remarque.* — *Un Capitaine qui veut être certain de ses calculs ne doit jamais se contenter d'une seule observation pour déterminer une droite de hauteur : il en prend toujours trois, à des intervalles très rapprochés, et mène les trois calculs de front, ce qui n'est guère plus long que d'en faire un seul.* En comparant les résultats de ces trois calculs il verra, par conséquent, si l'une des observations a été mauvaise et doit être rejetée : *si les trois calculs sont concordants il prendra leur moyenne, sinon il fera la moyenne des deux résultats qui concorderont le mieux.*

Navigation par temps de brume.

436. Par temps de brume la navigation est particulièrement délicate, puisque l'observation des astres ou des amers devient impossible; c'est alors que l'on sera heureux d'avoir observé avec soin et de connaître, par suite, exactement la position du navire.

Lorsqu'on est surpris par la brume, la première chose à faire est de réduire *très sérieusement* la vitesse du navire pour diminuer la gravité d'une collision s'il s'en produisait une. On continue ensuite à naviguer par l'estime seule, en tenant un compte aussi rigoureux que possible de tout ce qui peut altérer la route suivie : vents, courants, dérive. Les instructions nautiques des parages où l'on se trouve seront alors particulièrement intéressantes à consulter, car elles donneront une foule de renseignements qui permettront au Capitaine de bien apprécier la véritable route suivie par le navire.

Si le navire, au moment où il est surpris par la brume, est en atterrissage, un excellent moyen de rectifier sa position consiste dans l'emploi de la sonde qui devient comparable, en quelque sorte, au bâton dont se sert un aveugle pour reconnaître son chemin.

Dans le voisinage des côtes, en effet, les sondes sont en général bien connues et très rapprochées les unes des autres; de plus les cartes indiquent souvent la nature et la couleur du fond correspondant, ainsi que les *lignes de fond*, c'est-à-dire les courbes en traits poin-

tillés, obtenues en réunissant par un trait continu les points d'égales sondes : lignes des fonds de 50^{m}, de 100^{m}, etc.

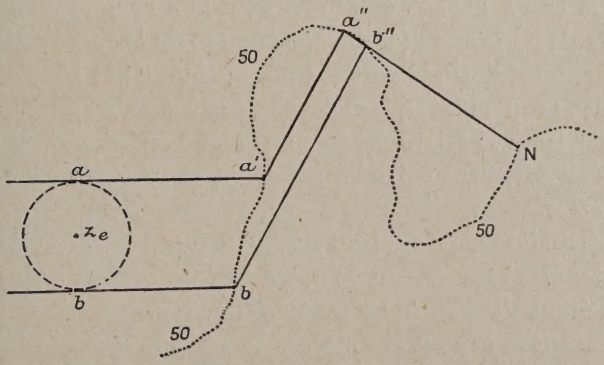
On pourra donc, en faisant sonder, connaissant d'ailleurs la position approchée du navire, arriver à déterminer d'une manière très satisfaisante sa position, car une ligne de fond constitue un véritable lieu géométrique; il est clair, en effet, que si dans des parages où les lignes de fond sont tracées on trouve en sondant une sonde de 50^{m} par exemple, la ligne des fonds de 50^{m} sera un lieu géométrique du navire et, par suite, l'intersection de ce premier lieu avec un autre permettra de déterminer la position du navire dans de bonnes conditions.

Les sondeurs Thomson et Warluzel décrits dans le *Manuel du Manœuvrier* et qui permettent de sonder vite, sans diminuer de vitesse (jusqu'à 150^{m} à 15 nœuds), seront particulièrement utiles en pareil cas.

Nous allons montrer, par quelques exemples, tout l'avantage que l'on peut retirer de l'usage de la sonde pour atterrir par temps de brume, en se basant sur la remarque suivante aussi simple qu'importante : *en quittant une ligne de fond sous un angle plus aigu que celui sous lequel on l'a attaquée, on diminue l'incertitude d'estime et l'on peut même, parfois, la faire disparaître entièrement.*

La figure 166 montre, en effet, que si le point estimé est z_e et si le navire a le cap à l'Est, en décrivant de z_e comme centre le cercle d'incertitude de l'estime et en traçant les parallèles aa' et bb', tan-

Fig. 166.

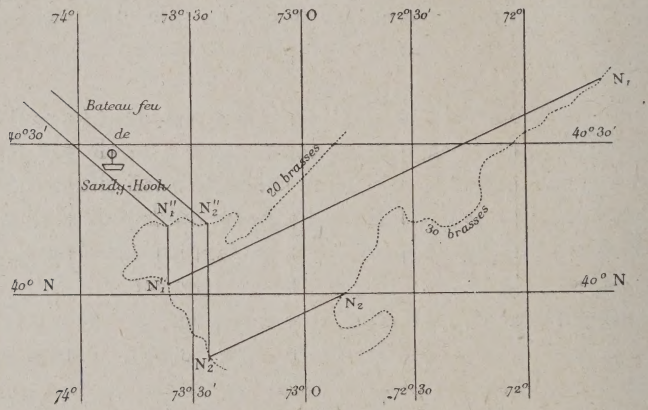


gents à ce cercle, lorsqu'on trouvera des sondes de 50^{m}, le navire se trouvera quelque part entre les points a' et b'; que si l'on met le cap parallèlement à $a'\,a''$, c'est-à-dire dans une direction telle que

l'on quitte la ligne des fonds de 50^{m}, plus obliquement qu'on ne l'a attaquée, lorsque l'on trouvera de nouveau les sondes de 50^{m}, le navire sera entre les points a'' et b'', l'incertitude de sa position étant beaucoup diminuée et qu'enfin, si l'on met le cap suivant a'' b'', quand on retrouvera les sondes de 50^{m}, le navire se trouvera exactement au point N, l'incertitude initiale ayant totalement disparu.

Premier exemple. — *Atterrissage à la sonde sur New-York (Méthode Trudelle).* — Supposons un navire à environ 150 milles du bateau-feu de Sandy-Hook, sa latitude étant comprise entre 40° et 40° 40′. Les fonds ayant le brassiage indiqué par la figure 167,

Fig. 167.



mettons le cap à l'Ouest et sondons jusqu'à ce que l'on obtienne une sonde de 30 brasses (en tenant compte de la marée). Il est clair que le navire est quelque part entre les points N_1 et N_2.

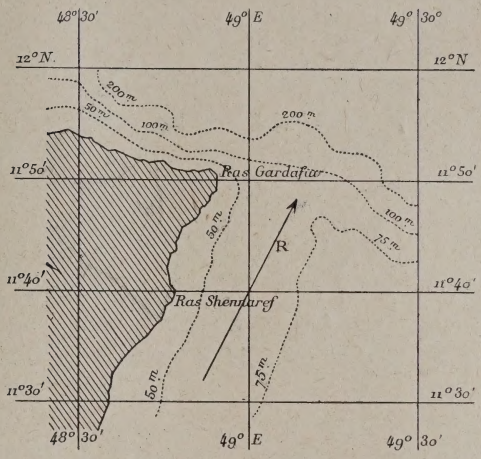
Mettons le cap au S 65° O et continuons à sonder jusqu'à ce que la profondeur trouvée arrive progressivement à 20 brasses : le navire se trouve nécessairement entre les points N'_1 et N'_2 de la ligne de sonde de 20 brasses.

Mettons maintenant le cap au Nord : les fonds augmentent pendant quelque temps et reviennent de nouveau à 20 brasses : à ce moment le navire étant situé entre les points N''_1 et N''_2 nous sommes certains qu'en mettant le cap au N 50° O, nous arriverons sur le bateau-feu. Dès qu'on l'apercevra, connaissant exactement la position du navire, on pourra continuer sa route sur New-York sans danger.

Deuxième exemple. — *Doubler le cap Gardafui lorsque l'on vient*

de l'océan Indien et que l'on veut entrer dans la mer Rouge. — Supposons un navire venant de l'océan Indien, dans la direction R (*fig.* 168)

Fig. 168.



et voulant pénétrer dans le golfe d'Aden en doublant le cap Gardafui. Par mousson de SO, les terres sont tout à fait embrumées et l'horizon complètement bouché.

Il s'agit donc de savoir à quel moment on pourra venir sur bâbord. Or, les lignes de sonde tracées sur la figure nous montrent que, tant que nous ne serons pas en bonne position pour venir sur bâbord, la sonde indiquera des fonds variant entre 60^{m} et 100^{m}, tandis qu'à la hauteur du cap, les fonds deviennent subitement très grands.

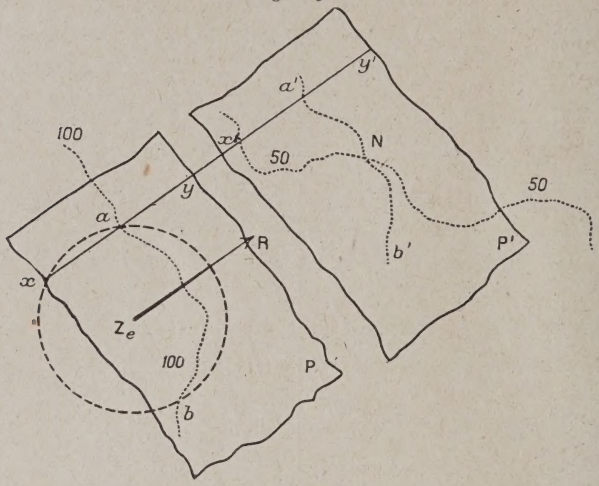
Donc, dès que nous trouverons un fond très supérieur à 100^{m}, nous pourrons sans crainte venir sur la gauche : nous serons certains d'entrer dans le golfe d'Aden.

Si l'on aperçoit la terre on évitera, en procédant comme nous venons de le dire, l'erreur de plusieurs navires qui, prenant le ras Shennaref pour Gardafui (ces deux caps ont sensiblement le même aspect), ont doublé trop tôt et fait naufrage sur une côte particulièrement inhospitalière.

Troisième exemple. — *Le point estimé étant reporté en* Z_e *sur la carte (fig.* 169) *et l'incertitude de l'estime étant e, on trouve, en sondant, que l'on est par des fonds de* 100^{m}. *n heures plus tard, la vitesse du navire étant v, on sonde de nouveau et l'on trouve que l'on est par des fonds de* 50^{m}. *Déterminer la position du navire au moment du second*

sondage en supposant la route parallèle à Z_e R *et les lignes de fond nettement divergentes, comme l'indique la figure.*

Fig. 169.



Le point estimé étant en Z_e, de ce point comme centre, avec un nombre de milles égal à e, décrivons le cercle d'incertitude d'estime et soient a et b ses points d'intersection avec la ligne des fonds de 100^m : le navire sera quelque part entre le point a et le point b.

Le navire se trouvant certainement sur la courbe ab au moment du premier coup de sonde, il est clair qu'au moment du second sondage il se trouvera à la fois sur la ligne des fonds de 100^m et sur le lieu géométrique que l'on obtiendrait en transportant tous les points de la courbe ab de $n \times p$ milles, parallèlement à Z_e R.

Pour obtenir ce lieu géométrique, par le point a menons une droite aa' parallèle à Z_e R et marquons, sur cette droite, le point a' distant du point a de $n \times p$ milles. Ceci fait, prenons un morceau de papier transparent, posons-le en P et, sur ce papier, traçons la droite xy qui se confond avec aa', ainsi que la portion de courbe ab qui nous intéresse.

Faisons ensuite glisser le morceau de papier P de telle sorte que le point a vienne en a' et que xy continue à se confondre avec aa' : il est évident que le point N où se trouve le navire est situé au point de rencontre de la ligne des fonds de 100^m et de la courbe ab transportée en a' b' parallèlement à elle-même,

On pourra donc pointer le point N sur la carte, même sans avoir besoin d'y tracer la courbe a' b'.

II. — PROBLÈMES DE PRATIQUE COURANTE.

437. Problème I. — *Reconnaître un astre que l'on a observé dans une éclaircie mais dont on n'a pu déterminer le nom.* — Ce problème se présente fréquemment, dans la pratique, lorsque l'on a observé une étoile entre deux nuages, sans avoir pu reconnaître la constellation dont elle fait partie.

Dans ce cas, aussitôt après avoir observé la hauteur, on prend le relèvement de l'astre et l'on en déduit son azimut vrai à l'aide de la variation.

Il est clair que l'astre sera déterminé si nous pouvons arriver à connaître son ascension droite et sa déclinaison, puisque la *Connaissance des Temps* renferme les coordonnées équatoriales de tous les astres observables :

1° *Détermination de l'ascension droite.* — Pour obtenir l'ascension droite de l'astre inconnu, nous remarquerons que si l'on connaissait Tap, le problème serait résolu puisque, ayant l'heure Tmp de l'observation à l'aide du chronomètre, la relation :

$$\text{Tmp} + \text{R}_m = \text{Tap} + \text{R}_a,$$

donnerait :

$$\text{R}_a = \text{Tmp} + \text{R}_m - \text{Tap}.$$

Or, puisque :

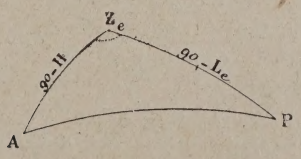
$$\text{Tap} = \text{Tag} + \text{G}_e,$$

la relation précédente peut s'écrire :

$$\text{(1)} \qquad \text{R}_a = \text{Tmp} + \text{R}_m - \text{Tag} - \text{G}_e,$$

de sorte que R_a serait connue si l'on pouvait déterminer Tag, c'est-

Fig. 170.



à-dire P ou 24^h — P, selon que l'astre a été relevé dans l'Ouest ou dans l'Est. Or, dans le triangle de position $PZ_e A$ (*fig.* 170), nous

connaissons :

$$PZ_e = 90^\circ - L_e, \qquad PZ_e A = Z_v, \qquad Z_e A = 90^\circ - H_v.$$

Ce triangle est donc déterminé et, comme les quatre éléments P, $90^\circ - L_e$, Z_v et $90^\circ - H_v$ sont consécutifs, on a :

$$\cos Z_v \sin L_e = \operatorname{tang} H_v \cos L_e - \cot P \sin Z_v,$$

d'où l'on déduit sans peine, par une transformation connue,

$$\frac{\cot P}{\cos L_e} = \frac{\operatorname{tang} H_v}{\sin Z_v} - \frac{\operatorname{tang} L_e}{\operatorname{tang} Z_v}.$$

On voit donc que l'on obtiendra P à l'aide d'une formule absolument semblable à celle qui permet de calculer l'azimut par les Tables de Perrin (182). Si donc on pose :

$$z_1 = \frac{\operatorname{tang} H_v}{\sin Z_v}, \qquad z_2 = -\frac{\operatorname{tang} L_e}{\operatorname{tang} Z_v},$$

on voit que l'on aura z_1 en entrant dans la Table I avec H_v comme argument vertical et Z_v comme argument horizontal. Comme Z_v est toujours moindre que 180°, $\sin Z_v$ est toujours positif; il en est d'ailleurs de même de tang H_v, puisque H_v est un angle aigu : donc z_1 est toujours positif.

Le terme z_2 s'obtiendra, de même, à l'aide de la Table II, en y entrant avec L_e comme argument vertical et Z_v comme argument horizontal; comme tang L_e est toujours positive, on voit que z_2 a toujours un signe contraire à celui de tang Z_v.

Si donc Z_v est $< 90^\circ$, c'est-à-dire si le relèvement est rapporté au pôle élevé, z_2 est négatif; il est au contraire positif si Z_v est $> 90^\circ$, c'est-à-dire si le relèvement est rapporté au pôle abaissé.

Les termes z_1 et z_2 étant obtenus, en en faisant la somme algébrique, on aura :

$$\frac{\cot P}{\cos L_e} = z_1 + z_2 = z,$$

et, par suite,

$$\cot P = z \cos L_e.$$

$\cos L_e$ étant toujours positif, on voit que cot P aura toujours le signe de z : si donc z est positif, cot P est aussi positive et, par suite, P est moindre que 6^h. On trouvera donc la valeur de P *en degrés*, en entrant dans la Table III avec z comme argument vertical et L_e comme argument horizontal.

Si z est négatif, cot P étant négative, P est plus grand que 6^h et l'on aura, par suite, sa valeur en retranchant de 180° le nombre fourni par la Table III.

L'angle P étant réduit en heures et minutes on en déduira Tag et par suite $Æ_a$ à l'aide de la relation (1).

Comme les étoiles sont rangées dans la *Connaissance des Temps* par ordre d'ascensions droites croissantes, en feuilletant ce recueil on trouvera aisément l'étoile qui a l'ascension droite que nous venons de calculer ; sinon on regardera aux éphémérides des planètes.

Si un seul astre correspond à l'ascension droite calculée, il est évident que c'est celui-là qui a été observé ; mais, s'il y a indécision entre deux ou plusieurs astres, on ne peut la dissiper qu'en calculant la déclinaison.

2° *Détermination de la déclinaison.* — La formule qui permet de calculer l'azimut par les Tables de Perrin, est, comme on le sait (182) :

$$\frac{\cot Z_v}{\cos L_e} = \frac{\cot \Delta}{\sin P} - \frac{\operatorname{tang} L_e}{\operatorname{tang} P},$$

et, pour calculer Z_v, nous avons posé :

$$\frac{\cot \Delta}{\sin P} = p_1, \qquad -\frac{\operatorname{tang} L_e}{\operatorname{tang} P} = p_2, \qquad \frac{\cot Z_v}{\cos L_e} = p',$$

de sorte que la relation précédente, dans laquelle Δ seule est inconnue, peut s'écrire :

$$p' = \frac{\cot \Delta}{\sin P} + p_2.$$

On en déduit :

$$\frac{\cot \Delta}{\sin P} = \frac{\pm \operatorname{tang} D}{\sin P} = p' - p_2.$$

Par conséquent, pour avoir p', il suffira d'entrer dans la Table III de Perrin avec L_e comme argument horizontal et de descendre la colonne correspondante jusqu'à ce que l'on trouve la valeur de Z_v : p' se lira dans la colonne de gauche, sur la ligne horizontale correspondante. On donnera d'ailleurs à p' le signe + ou le signe — selon que le relèvement est rapporté au pôle élevé ou au pôle abaissé, puisque cos L_e est toujours positif.

Pour avoir p_2, on entrera dans la Table II avec l'angle au pôle P, calculé tout à l'heure, comme argument horizontal et L_e comme argument vertical : on lui donnera le signe + ou le signe —, selon

que P est plus grand ou plus petit que 6^h, car tang L_e est toujours positive.

p' et p_2 étant déterminés, on en fera la différence algébrique qui représentera la valeur de $\frac{\pm \text{ tang D}}{\sin P}$: si donc nous entrons dans la Table I de Perrin avec P comme argument horizontal, en descendant la colonne correspondante jusqu'à ce que nous trouvions la valeur de p_1, nous obtiendrons sur la même ligne, mais dans la colonne de gauche, la valeur de D.

D'ailleurs, comme sin P est toujours positif, cette déclinaison aura le nom de L_e si p_1 est positif, le nom contraire si p_1 est négatif.

L'ascension droite et la déclinaison de l'astre observé étant maintenant connues, cet astre est déterminé.

438. *Remarque I.* — Afin d'éviter toute confusion, les Tables I, II et III de Perrin portent, à droite de chaque page impaire, les règles de signes relatives au calcul de l'angle au pôle, d'où l'on doit déduire Ar_a. Quant aux règles de signes concernant le calcul de D, elles se déduisent immédiatement, et sans confusion possible, de celles du calcul d'azimut : on les trouvera donc en haut des pages paires.

439. *Remarque II.* — Le problème que nous venons d'expliquer se résout aussi très facilement à l'aide des Tables de M. Souillagouët et des Tables graphiques : les préfaces de ces Ouvrages contiennent d'ailleurs les explications nécessaires pour éviter toute chance d'erreur.

440. *Remarque III.* — Si l'on n'a pas à sa disposition les Tables de Perrin, de Souillagouët, ou graphiques, on peut calculer l'ascension droite Ar_a et la déclinaison D de l'astre observé de la manière suivante:

1° *Calcul de l'ascension droite.* — Pour déterminer l'angle P, d'où se déduit l'ascension droite, on a, ainsi que nous l'avons vu tout à l'heure, la relation :

$$\cos Z_v \sin L_e = \text{tang } H_v \cos L_c - \cot P \sin Z_v.$$

On en déduit :

$$\cot P \sin Z_v = \text{tang } H_v \cos L_e - \cos Z_v \sin L_e,$$

ou encore :

$$\cot P \sin Z_\nu = \cos Z_\nu \left(\frac{\operatorname{tang} H_\nu}{\cos Z_\nu} \cos L_e - \sin L_e \right).$$

Posant alors :

$$(1') \qquad \cot \varphi = \frac{\operatorname{tang} H_\nu}{\cos Z_\nu} \qquad \text{ou} \qquad \operatorname{tang} \varphi = \frac{\cos Z_\nu}{\operatorname{tang} H_\nu},$$

il vient :

$$\cot P \sin Z_\nu = \cos Z_\nu \frac{\cos(L_e + \varphi)}{\sin \varphi}$$

et, par suite,

$$(2') \qquad \operatorname{tang} P = \frac{\operatorname{tang} Z_\nu \sin \varphi}{\cos(L_e + \varphi)},$$

formule qui fera connaître P, puisque φ est déterminé par la relation (1').

On pourrait aussi procéder autrement. De la relation :

$$\cos Z_\nu \sin L_e = \operatorname{tang} H_\nu \cos L_e - \cot P \sin Z_\nu$$

on tire :

$$\cot P = \frac{\operatorname{tang} H_\nu \cos L_e}{\sin Z_\nu} - \frac{\sin L_e}{\operatorname{tg} Z_\nu}.$$

Posant alors :

$$a = \frac{\operatorname{tang} H_\nu \cos L_e}{\sin Z_\nu} \quad \text{et} \quad b = \frac{\sin L_e}{\operatorname{tang} Z_\nu}$$

on aura :

$$\cot P = a - b.$$

On calculera donc a et b par logarithmes, on fera la différence algébrique $a - b$, et l'on en déduira enfin P sans difficulté.

2° *Calcul de la déclinaison.* — Dans le triangle $PZ_e A$ (*fig.* 144), on connaît :

$$PZ_e = 90^\circ - L_e, \qquad Z_\nu, \qquad Z_e A = 90^\circ - H_\nu.$$

On a donc :

$$\cos \Delta = \sin L_e \sin H_\nu + \cos L_e \cos H_\nu \cos Z_\nu,$$

relation qui peut s'écrire :

$$\cos \Delta = \sin H_\nu (\sin L_e \cot H_\nu + \cos L_e \cot H_\nu \cos Z_\nu).$$

Or, si l'on remarque que nous avons posé tout à l'heure :

$$(1') \qquad \frac{\cos Z_\nu}{\operatorname{tang} H_\nu} = \cos Z_\nu \cot H_\nu = \operatorname{tang} \varphi,$$

on voit que la relation précédente devient :

$$(3') \qquad \cos \Delta = \sin H_\nu \frac{\sin(L_e + \varphi)}{\cos \varphi}.$$

φ étant connu, on peut donc calculer Δ et, par suite, D : si l'on trouve $\Delta > 90^\circ$, c'est que L_e et D sont de même nom et, par suite, on donnera à D le nom de pôle élevé; si Δ est $> 90^\circ$ on donnera, au contraire, à D le nom du pôle abaissé.

Dans le premier cas, on aura :

$$D = 90^\circ - \Delta,$$

et, dans le second :

$$D = \Delta - 90^\circ.$$

En appliquant les formules (1'), (2') et (3') il faudra faire attention aux signes de chaque terme.

On pourrait aussi calculer Δ en posant :

$$a' = \sin L_e \sin H_\varphi,$$

et

$$b' = \cos L_e \cos H_\varphi \cos Z_\varphi,$$

de sorte que l'on aurait :

$$\cos \Delta = a' + b,$$

a' et b' étant calculés par logarithmes on en ferait la somme algébrique qui donnerait $\cos \Delta$, donc Δ.

Ces procédés, pour déterminer l'ascension droite et la déclinaison d'un astre inconnu sont, comme on le voit, beaucoup plus longs que ceux qui résultent de l'emploi des Tables de Perrin, de Souillagouët ou graphiques.

441. Problème II. — *On se propose d'observer des passages méridiens entre deux heures données* Tvg' *et* Tvg'' *: dresser à l'avance la liste des astres qui passeront au méridien supérieur et inférieur du navire et calculer les heures qu'indiquera le chronomètre au moment de chaque passage observable, ainsi que les hauteurs vraies correspondantes. On supposera connus l'état absolu* Tmp — A *du chronomètre et le point estimé probable* L_e, G_e, *pour l'instant moyen* $\frac{Tvg' + Tvg''}{2}$.

On sait que les heures sidérales correspondant aux heures Tvg' et Tvg'' sont :

$$Tsg' = Tvg' + \text{Æ}'_\varphi \qquad \text{et} \qquad Tsg'' = Tvg'' + \text{Æ}''_\varphi,$$

ou, sensiblement, en remplaçant $\text{Æ}'_\varphi$ et $\text{Æ}''_\varphi$ par la valeur Æ_φ de cet élément à l'instant moyen :

$$Tsg' = Tvg' + \text{Æ}_\varphi \qquad \text{et} \qquad Tsg'' = Tvg'' + \text{Æ}_\varphi.$$

D'ailleurs comme au moment où un astre passe au méridien supé-

rieur son ascension droite $\mathcal{R}_a$ est égale à l'heure sidérale correspondante, Tsg, il en résulte que les seuls astres qui passeront au méridien supérieur dans l'intervalle Tvg'' — Tvg' seront ceux dont les ascensions droites seront comprises entre Tsg' et Tsg''.

Quant aux astres qui, dans le même intervalle de temps, passeront au méridien inférieur, ce seront évidemment ceux qui passeraient au méridien supérieur 12^h plus tard, c'est-à-dire entre les heures sidérales Tsg' + 12^h et Tvg'' + 12^h.

Les astres qui passeront au méridien supérieur seront donc ceux pour lesquels on a :

$$\text{Tsg}' < \mathcal{R}_a < \text{Tsg}''$$

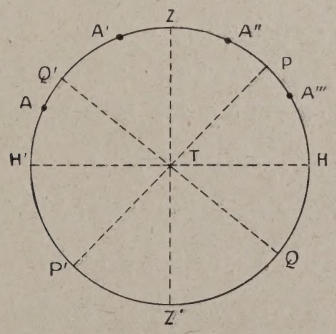
et ceux qui, dans le même intervalle, passeront au méridien inférieur seront ceux pour lesquels on aura :

$$\text{Tsg}' + 12^h < \mathcal{R}_a < \text{Tsg}'' + 12^h.$$

Mais pour que ces astres soient observables dans de bonnes conditions, il faut que leurs hauteurs méridiennes soient supérieures à 15°, ou, à l'extrême limite, supérieures à 10°, car nous savons que, pour des hauteurs moindres, la réfraction serait très incertaine. Il faut, en outre, que ces hauteurs soient inférieures à 80°, si l'on veut obtenir de bons contacts (22).

Cherchons donc comment devront être choisis les astres qui passeront au méridien pour que leurs hauteurs méridiennes soient comprises entre 10° et 80°, et, pour cela, soient PZP' Z' (*fig.* 171) le

Fig. 171.



méridien du lieu, HH' et QQ' les traces de l'horizon et de l'équateur sur le plan de la figure.

I. *Passages au méridien supérieur.* — Un astre peut passer au méri-

dien supérieur dans l'une ou l'autre des trois régions H′ Q, QZ ou PZ.

Un astre peut passer au méridien supérieur dans l'une ou l'autre des trois régions H′ Q, QZ ou PZ.

1° Lorsque l'astre passera au méridien, en A par exemple, cas qui correspond à L et D de noms contraires et à D comprise entre 0° et 90° — L, on devra avoir :

$$80^\circ > H'A > 10^\circ,$$

c'est-à-dire :

$$80^\circ > H'Q'' - Q'A > 10'$$

ou encore :

$$80^\circ > 90^\circ - L - D > 10^\circ,$$

et, enfin :

$$80^\circ > D + L > 10.$$

Quant à la hauteur méridienne, elle sera évidemment :

$$H_v = H'A = H'Q - QA = \lambda - D,$$

l'observation du passage se faisant face au pôle abaissé.

2° Lorsque l'astre passera au méridien en A′, cas qui correspond à L et D de mêmes noms et à $0^\circ < D < L$, on devra avoir :

$$80^\circ > H'A' > 10'',$$

c'est-à-dire :

$$80^\circ > H'Q' + Q'A' > 10'',$$

ou encore :

$$80^\circ > L - D > 10^\circ.$$

Quant à la hauteur meridienne, elle sera :

$$H_v = H'A' = H'Q' + QA' = \lambda + D,$$

et sera observée face au pôle élevé.

3° Enfin lorsque l'astre passe au méridien en A′′, cas qui correspond à L et D de mêmes noms et à $90^\circ > D > L$, on devra encore avoir :

$$80^\circ > H'A'' > 10^\circ,$$

c'est-à-dire :

$$80^\circ > PH + PA'' > 10^\circ$$

ou

$$80^\circ > D - L > 10^\circ.$$

La hauteur méridienne sera, dans ce cas,

$$H_v = HA'' = PH + PA'' = L + 90^\circ - D$$
$$= L + 90^\circ + 90^\circ - 90^\circ - D = 180^\circ - (D + \lambda)$$

et s'observera face au pôle élevé.

En résumé, *pour que les astres passant au méridien supérieur soient observables dans de bonnes conditions, il faudra que la somme de* D *et de* L *quand ces deux éléments ont le même nom, que leur différence, quand ils sont de noms contraires, soit comprise entre* 10° *et* 80°.

Pour calculer l'heure A que marquera le chronomètre au moment du passage au méridien de l'un des astres qui satisfait aux conditions précédentes, nous savons qu'au moment du passage on aura :

$$\mathrm{Tsg} = \mathrm{AR}_a,$$

donc :

$$\mathrm{Tsp} = \mathrm{Tsg} + \mathrm{G} = \mathrm{AR}_a + \mathrm{G}_e,$$

et, par suite,

$$\mathrm{Tmp} = \mathrm{Tsp} - \mathrm{AR}_m = \mathrm{AR}_a + \mathrm{G}_e - \mathrm{AR}_m$$

et, enfin,

$$\mathrm{A} = \mathrm{Tmp} - (\mathrm{Tmp} - \mathrm{A}) = \mathrm{AR}_a + \mathrm{G}_e - \mathrm{AR}_m - (\mathrm{Tmp} - \mathrm{A}),$$

ce qui peut s'écrire :

$$\mathrm{A} = \mathrm{AR}_a - [\mathrm{AR}_m + (\mathrm{Tmp} - \mathrm{A}) - \mathrm{G}_e].$$

On calculera donc la quantité entre crochets et si sa valeur était plus grande que celle de AR_a, on ajouterait 12^h à AR_a pour obtenir un résultat positif et inférieur à 12^h.

II. *Passage au méridien inférieur.* — L'astre ne pouvant passer au méridien inférieur qu'entre le point P et le point H, en A''' par exemple, nous devrons avoir simplement, puisque H_v est $<$ L :

$$\mathrm{H}_v \geqq 10°,$$

c'est-à-dire :

$$\mathrm{HP} - \mathrm{PA}''' \geqq 10° \quad \text{ou} \quad \mathrm{L} - (90° - \mathrm{D}) \geqq 10°$$

ou, finalement,

$$\mathrm{L} + \mathrm{D} \geqq 100.$$

Quant à la hauteur méridienne, qui s'observera face au pôle élevé, elle aura pour valeur :

$$\mathrm{H}_v = \mathrm{HA}''' = \mathrm{HP} - \mathrm{PA}''' = \mathrm{L} - (90° - \mathrm{D}) = \mathrm{D} - \lambda.$$

Pour calculer l'heure A que marquera le chronomètre à l'instant du passage méridien, nous remarquerons que AR_a étant l'ascension droite de l'astre, on aura au moment de son passage au méridien inférieur :

$$\mathrm{Tsg} = \mathrm{AR}_a + 12^h.$$

On en déduira donc, successivement,

$$\text{Tsp} = \text{Tsg} + G_e = \text{Æ}_a + 12^h + G_e,$$

puis,

$$\text{Tmp} = \text{Tsp} - \text{Æ}_m = \text{Æ}_a + 12^h + G_e - \text{Æ}_m$$

et

$$A = \text{Tmp} - (\text{Tmp} - A) = \text{Æ}_a + 12^h + G_e - \text{Æ}_m - (\text{Tmp} - A),$$

ce qui peut s'écrire :

$$A = \text{Æ}_a + 12^h - [\text{Æ}_m + (\text{Tmp} - A) - G_e].$$

Nous calculerons donc, comme précédemment, la valeur de $\text{Æ}_m + (\text{Tmp} - A) - G_e$ et, si l'on trouve une valeur plus grande que $\text{Æ} + 12^h$, on ajoutera 12^h à ce dernier élément, afin d'obtenir, pour A, une valeur positive et inférieure à 12^h.

442. *Remarque.* — Dans la pratique, pour voir si, à son passage au méridien, l'astre a une hauteur comprise entre 10° et 80°, au lieu de faire la somme ou la différence de L et de D et de voir si l'on obtient un résultat supérieur à 10° et inférieur à 80°, on trouve généralement plus commode d'employer la règle suivante qui se déduit facilement de ce qui précède :

Si L *et* D *sont de même nom, la déclinaison de l'astre doit être comprise entre* 0° *et* L — 10° *ou entre* L + 10° *et* 90°; *si* L *et* D *ont des noms contraires,* D *devra être comprise entre* 0° *et* 80° — L *ou entre* 10° — L *et* 80° — L *quand* L *est inférieure à* 10°.

443. Problème III. — *On veut faire un point Marcq à l'aide de deux hauteurs simultanées d'étoiles : comment devra-t-on choisir ces astres pour que l'intersection des droites de hauteurs soit bonne ?* — Les droites de hauteur formant entre elles un angle aigu égal à celui des relèvements vrais des deux astres, il est clair qu'il suffira de choisir deux étoiles dont les relèvements fassent entre eux un angle aussi voisin que possible de 90°, en évitant de choisir des astres trop près du zénith et de l'horizon.

444. Problème IV. — *On veut faire un point Lalande à l'aide de deux hauteurs simultanées d'étoiles : comment devra-t-on choisir ces deux astres pour que le point s'obtienne dans de bonnes conditions ?* Comme il est nécessaire, pour que les points déterminatifs soient bien déterminés, que les droites de hauteur soient inclinées de 30° au moins sur les parallèles, on devra, en plus des conditions indiquées

pour le problème précédent, choisir les deux astres dans des relèvements différant du N et du S vrais d'au moins 30°.

445. Problème V. — *Pendant une traversée, on a laissé s'arrêter l'un des chronomètres du bord. Comment doit-on s'y prendre pour le remettre en marche et déterminer son nouvel état absolu ?* — On remontera immédiatement l'instrument, puis, pour le remettre en marche, on lui donnera un mouvement horizontal de rotation un peu brusque. On déterminera ensuite son nouvel état absolu en le comparant aux autres chronomètres du bord (89) et l'on prendra, pour état absolu, la moyenne des états absolus déduits de ces comparaisons.

En général, le chronomètre reprendra la même marche qu'avant son arrêt; toutefois, il sera prudent de déterminer à nouveau cet élément au moyen d'autres comparaisons prises plusieurs jours après.

446. Problème VI. — *En cours de navigation, on a laissé s'arrêter tous les chronomètres : que doit-on faire ?* — Dès qu'on s'aperçoit de l'arrêt des chronomètres, on doit les remonter et les remettre en marche comme nous l'avons indiqué dans le problème précédent; mais, comme dans le cas présent nous n'avons plus le moyen de déterminer un bon état absolu, le mieux sera de continuer à naviguer d'après l'estime seule, en se servant de la montre d'habitacle pour calculer la variation et observer la méridienne et la polaire.

Toutefois, si l'on s'aperçoit de l'arrêt très peu après avoir calculé un bon point observé, on pourra obtenir un état absolu passable en procédant de la manière suivante : on observera le plus tôt possible le Soleil, au moment des circonstances favorables au calcul d'heure, en ayant soin de prendre plusieurs séries de hauteurs.

A l'aide de l'estime, faite avec le plus grand soin, en tenant compte de tout ce qui peut influer sur la marche du navire (vents, courants); à l'aide de l'heure fournie par la montre d'habitacle et des hauteurs moyennes déduites des séries observées, on fait un calcul d'angle horaire qui donne Tvg et l'on en déduit Tvp à l'aide de la longitude estimée, puis Tmp à l'aide de la relation

$$\text{Tmp} = \text{Tvp} + \text{E}_v.$$

En comparant le Tmp ainsi obtenu aux heures correspondantes des chronomètres, on obtiendra leurs états absolus approchés que l'on pourra ensuite rectifier, comme nous l'indiquons dans le problème suivant, si l'on vient à passer dans le voisinage d'une côte.

Si le navire possède des récepteurs de T. S. F. le problème devient bien plus simple : on remettra les chronomètres en marche dès que l'on se sera aperçu de leur arrêt et l'on profitera de la prochaine émission de signaux horaires de la Tour Eiffel pour déterminer leurs nouveaux états absolus.

Les montres seront très probablement les mêmes : on s'en assurera par de nouveaux réglages au moment des signaux horaires ultérieurs de la Tour Eiffel.

447. Problème VII. — *Vérifier l'état absolu d'un chronomètre lorsque le navire passe en vue d'une côte,* — Au moment des circonstances favorables au calcul d'heure, on observe trois séries de hauteurs à l'horizon de la mer, en ayant soin de déterminer, pour l'instant milieu de chacune d'elles, la position exacte du navire à l'aide de relèvements, ou mieux d'alignements ou de segments capables.

On corrige avec le plus grand soin la hauteur moyenne déduite de chaque série, puis l'on fait trois calculs d'états absolus : en faisant la moyenne des états qui cadrent, on obtient l'état absolu du chronomètre.

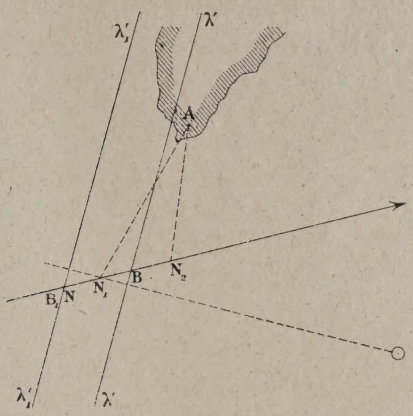
Cet état absolu n'est pas aussi bon qu'un état absolu obtenu par l'observation à l'horizon artificiel, car la dépression qui figure dans les formules de correction des hauteurs est incertaine: Le problème n'a d'ailleurs aucun intérêt si l'on peut recevoir les signaux horaires de la Tour Eiffel.

448. *Remarque.* — Nous avons supposé dans ce qui précède que la côte présentait assez de points remarquables pour que la position du navire puisse être exactement déterminée. Dans le cas où il n'y aurait en vue qu'un seul point observable A (*fig.* 172), on pourrait, pour vérifier l'état absolu, procéder de la manière suivante : lorsque le Soleil se relève à au moins 30° de la route, prenons simultanément la hauteur de cet astre et le relèvement du point A, puis conservons soigneusement le même cap et, quelque temps après, relevons de nouveau le point A. A l'aide des deux relèvements du point A et du chemin parcouru dans l'intervalle ou à l'aide du relèvement ou de la distance, on sait que l'on peut déterminer la position N_2 du navire au moment de la seconde observation et, par suite, sa position N_1 au moment de la première.

En traitant la hauteur du Soleil par le procédé Marcq et en utilisant, pour ce calcul, les coordonnées du point N_1, relevées sur la

carte, on obtiendra une droite de hauteur qui, si le chronomètre a donné un bon Tmp, devra couper la route $N_1 N_2$ au point N_1; mais,

Fig. 172.



si la droite occupe la position $\lambda' \lambda'$, en désignant par g la différence des longitudes des points N_1 et B, on aura :

$$\text{Tmp}' = \text{Tmp} + g,$$

Tmp étant l'heure du chronomètre au moment de l'observation et Tmp′ celle qu'il aurait dû donner.

Si la droite occupait la position $\lambda'_1 \lambda'_1$, on aurait de même :

$$\text{Tmp}' = \text{Tmp} - g,$$

de sorte que l'état absolu exact était non pas Tmp — A, mais

$$\text{Tmp}'\text{A} = \text{Tmp} \pm g - \text{A} = (\text{Tmp} - \text{Tmp} - \text{A}) \pm g,$$

g étant naturellement réduit en temps et pris avec le signe + ou le signe —, selon que la droite de hauteur est dans l'E ou dans l'O du point N_1.

449. Problème VIII. — *Vérifier l'état absolu d'un chronomètre en passant en vue d'un point connu et en observant le Soleil au moment où la distance azimutale du Soleil au point en vue est de* 90°.

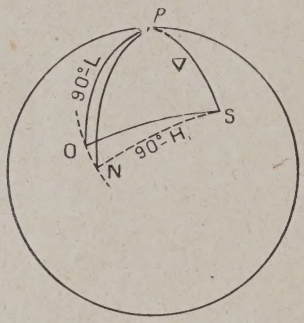
La méthode de résolution que nous allons indiquer a été imaginée, en 1836, par l'Ingénieur hydrographe de Tessan : elle consiste à faire un calcul d'état absolu avec la hauteur observée à bord, mais en substituant aux coordonnées géographiques du navire

celles du point en vue, ces dernières étant relevées avec exactitude sur la carte.

Pour justifier cette manière de procéder soient, sur la sphère terrestre, p le pôle élevé (*fig.* 173), O la projection terrestre de l'objet, S celle du Soleil et N le navire.

Si nous traçons les arcs de grands cercles NO et NS, l'écart azi-

Fig. 173.



mutal des points O et S est l'angle ONS et cet angle est droit par hypothèse.

Or les points O et N étant nécessairement très voisins l'un de l'autre, puisque O est visible de N, il en résulte que l'on peut considérer l'arc NO comme confondu avec l'arc de petit cercle décrit du point S comme pôle avec SN comme rayon sphérique, puisque SN est perpendiculaire en N sur NO.

Il en résulte que l'on peut poser $SN = SO = 90^o - H$, de sorte que si un observateur placé en O avait observé le Soleil à l'instant où on l'observait à bord, il aurait précisément obtenu la même hauteur H.

Le triangle p OS est donc déterminé, puisque ses trois côtés sont exactement connus : en le résolvant en obtiendra P, puis Tvg, et enfin Tmp — A, en procédant exactement comme si l'observation avait été faite à terre.

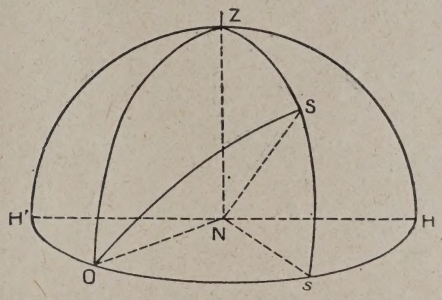
Il faut toutefois remarquer que ce procédé ne peut pas donner des résultats aussi précis que si l'on avait observé effectivement à terre et à l'horizon artificiel, ne serait-ce que parce que l'on est obligé d'utiliser la dépression, dans le calcul de correction de la hauteur, élément qui est toujours imparfaitement connu.

450. *Remarque.* — Pour que ce que nous venons de dire soit exact, il est nécessaire d'observer au moment précis où la distance azimutale

est égale à 90°. Comme la détermination de la distance azimutale du Soleil au point O ne peut se faire avec précision à l'aide du compas, nous allons montrer comment on peut, à l'aide du sextant, être certain d'observer au moment voulu.

Pour cela considérons la sphère céleste locale : soient Z le zénith du navire N, HH′ l'horizon apparent (*fig.* 174), S la position du

Fig. 174.



Soleil au moment ou la distance azimutale est égale à 90° et O la projection du point en vue sur la sphère céleste. Ce point O peut être considéré comme situé sur l'horizon apparent, puisque l'on est à portée de vue de cet objet et parce que l'on a soin d'en viser le pied.

Dans ces conditions, on peut admettre, sans grande erreur, que la hauteur apparente de ce point est nulle, c'est-à-dire que ZO = 90°.

Le point *s* étant le pied du vertical du Soleil sur l'horizon apparent on a donc aussi, par hypothèse, O *s* = 90°, de sorte que le point O est le pôle du grand cercle ZS *s*.

Il résulte de là que OS = 90° et, par suite, pour observer au moment précis où l'écart azimutal entre les points O et S sera de 90°, il suffira d'observer quand la distance angulaire du Soleil au pied du point en vue sera égale à 90°.

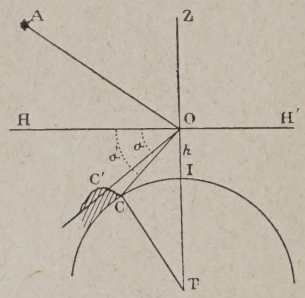
Pour appliquer cette méthode, il faudra donc deux observateurs : tandis que le premier donnera le top au moment où il aura OS = 90° (alidade du sextant de cet observateur fixée sur la division du limbe correspondant à 90°, compte tenu de l'erreur instrumentale), le second lira la hauteur du Soleil qu'il aura obtenue au même instant.

451. Problème IX. — *Étant sur une rade ou près d'une côte, on veut déterminer la hauteur d'un astre ; le pied du vertical de cet astre sur l'horizon visible se trouvant au delà de la base de la côte, comment*

devra-t-on corriger la hauteur ? — Soient (*fig.* 175) O l'observateur, TZ sa verticale, C la base de la côte, OH l'horizon apparent et A l'astre que l'on veut observer.

Par suite de la réfraction terrestre, le point C sera relevé dans son vertical et aperçu dans la direction OC′, de sorte que si l'on pouvait

Fig. 175.



connaître l'angle HOC′, que nous désignerons par α, on pourrait passer aisément de la hauteur observée par rapport à la base de la côte à la hauteur apparente. La figure montre, en effet, que l'on a :

$$\text{HOA} = \text{C}'\text{OA} - \text{C}'\text{OH},$$

ou encore :

$$\text{H}_a = \text{H}_o - \alpha.$$

Pour évaluer α, nous remarquerons que l'on a, en désignant l'angle HOC par α' :

$$\alpha = \alpha' - \text{COC}',$$

c'est-à-dire, puisque COC′ n'est autre chose que la réfraction terrestre relative aux points O et C :

$$\alpha = \alpha' - \gamma\,\text{T}, \tag{1}$$

en désignant par γ le coefficient de réfraction terrestre et par T l'angle CTO.

Pour calculer α', on voit, sur la figure, que :

$$\frac{\text{TO}}{\text{TC}} = \frac{\sin \text{OCT}}{\sin \text{COT}},$$

ou, en désignant par r le rayon terrestre et par h l'élévation de l'œil au-dessus du niveau de la mer :

$$\frac{r+h}{r} = \frac{\sin \text{OCT}}{\sin \text{COT}}.$$

D'ailleurs, la figure nous montre aussi que :

$$COT = 90^\circ - \alpha',$$

et, comme on a :

$$COT + T + OCT = 180^\circ,$$

il en résulte que :

$$OCT = 180^\circ - COT - T = 180^\circ - (90^\circ - \alpha') - T = 90^\circ + \alpha' - T,$$

de sorte que l'on a :

$$\frac{r+h}{r} = \frac{\cos(T-\alpha')}{\cos\alpha'} = \frac{\cos T\cos\alpha' + \sin T\sin\alpha'}{\cos\alpha'},$$

ou encore :

$$1 + \frac{h}{r} = \cos T + \sin T \operatorname{tang}\alpha'.$$

On en déduit :

$$(2) \qquad \operatorname{tang}\alpha' = \frac{1-\cos T}{\sin T} + \frac{h}{r\sin T}$$

$$= \frac{2\sin^2\frac{T}{2}}{2\sin\frac{T}{2}\cos\frac{T}{2}} + \frac{h}{r\sin T} = \operatorname{tang}\frac{T}{2} + \frac{h}{r\sin T}.$$

Or, l'angle T étant très petit, on peut considérer le triangle curviligne ICT comme rectiligne et rectangle en I, de sorte que si l'on désigne par ⓛ la distance du point I au point C, on peut écrire :

$$ⓛ = r\sin T,$$

et, par suite,

$$\sin T = \frac{ⓛ}{r}.$$

Remplaçant sin T par sa valeur dans la relation (2), on obtient :

$$\operatorname{tang}\alpha' = \operatorname{tang}\frac{T}{2} + \frac{h}{ⓛ},$$

ou encore, puisque α' et T sont très petits :

$$\alpha'\sin 1'' = \frac{T}{2}\sin 1'' + \frac{h}{ⓛ}.$$

Or, puisque T est très petit, la relation

$$\sin T = \frac{ⓛ}{r}$$

donne :

$$T = \frac{ⓛ}{r\sin 1''},$$

de sorte que l'expression précédente devient, en remplaçant T par sa valeur :

$$\alpha' = \frac{\text{Ⓓ}}{2r \sin 1''} + \frac{h}{\text{Ⓓ} \sin 1''}.$$

On a donc, en portant cette valeur de α' dans la relation (1) :

$$\alpha = \frac{\text{Ⓓ}}{2r \sin 1''} + \frac{h}{\text{Ⓓ} \sin 1''} - \gamma T = \frac{\text{Ⓓ}}{2r \sin 1''} + \frac{h}{\text{Ⓓ} \sin 1''} - \frac{\gamma \text{Ⓓ}}{r \sin 1''},$$

ou encore :

$$\alpha = \frac{h}{\text{Ⓓ} \sin 1''} + \frac{(1 - 2\gamma)\text{Ⓓ}}{2r \sin 1''}.$$

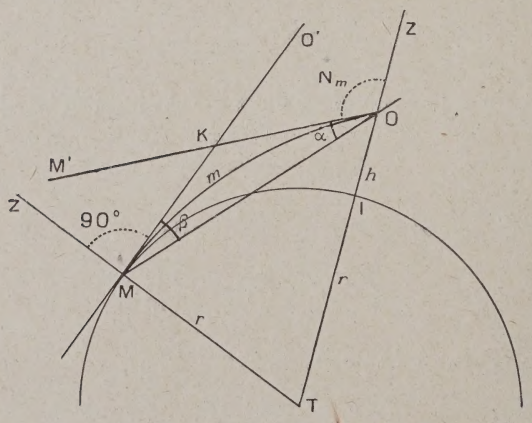
La Table XIII de Friocourt donne cette expression, toute calculée, en fonction de h (exprimée en mètres) comme argument horizontal, et de Ⓓ (exprimée en milles) comme argument vertical.

On évaluera donc au préalable Ⓓ en reportant la position du navire sur la carte et en y mesurant directement cet élément. α étant déterminé, il en résulte que l'on a, pour formule de correction de la hauteur de l'astre A :

$$H_v = H_i \pm \varepsilon - T.\ XIII - R + \varpi \pm d.$$

452. Problème X. — *Calculer la distance exacte de l'horizon visible pour un observateur situé à une hauteur h au-dessus du niveau de la mer.* — Soient IO = h (*fig.* 176) la hauteur de l'œil de l'observa-

Fig. 176



teur, r le rayon de la Terre, ZOM' = N_m la distance zénithale apparente de l'horizon visible pour l'observateur O, α et β les angles

de réfraction terrestre en O et en M, c'est-à-dire les angles que OM forme avec les tangentes, menées en O et en M, à la trajectoire O m M du rayon lumineux allant de M en O.

Nous avons vu en Astronomie (131) que l'on a $\alpha = \beta = \gamma T$, γ étant le coefficient de la réfraction terrestre.

Ceci posé, le triangle OTM donne :

$$\frac{r+h}{r} = \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(N_m + \alpha)},$$

car le point M est le point où la courbe OmM tangente la surface de la mer, de sorte que du point M l'on verrait le point O dans la direction de la tangente MO′ à la surface de la mer, menée par le point M.

De la relation précédente on déduit, d'après une propriété connue des proportions :

$$\frac{r+h-r}{r+h+r} = \frac{\sin(90^\circ - \beta) - \sin(N_m + \alpha)}{\sin(90^\circ - \beta) + \sin(N_m + \alpha)},$$

c'est-à-dire :

$$\frac{h}{2r+h} = \frac{\operatorname{tang}\frac{90^\circ - N_m - 2\gamma T}{2}}{\operatorname{tang}\frac{90^\circ + N_m}{2}}.$$

Or le quadrilatère TOKM donne :

$$T + 90^\circ + (180^\circ - 2\gamma T) + (180^\circ - N_m) = 360^\circ,$$

c'est-à-dire :

$$T - N_m - 2\gamma T + 90^\circ = 0.$$

On en déduit:

$$90^\circ - N_m - 2\gamma T = -T \quad \text{et} \quad N_m = 90^\circ + T(1 - 2\gamma),$$

et, par suite,

$$\frac{90^\circ - N_m - 2\gamma T}{2} = -\frac{T}{2}$$

et

$$\frac{90^\circ + N_m}{2} = \frac{180^\circ + T(1-2\gamma)}{2} = 90^\circ + \frac{(1-2\gamma)T}{2}.$$

Portant ces valeurs dans la proportion précédente, il vient :

$$\frac{h}{2r+h} = \frac{\operatorname{tang}\frac{T}{2}}{\cot\frac{(1-2\gamma)T}{2}} = \operatorname{tang}\frac{T}{2}\operatorname{tang}(1-2\gamma)\frac{T}{2}.$$

D'ailleurs, comme les angles $\frac{T}{2}$ et $(1-2\gamma)\frac{T}{2}$ sont très petits, on peut remplacer les tangentes par les arcs correspondants et écrire :

$$\frac{h}{2r+h} = \frac{T}{2}(1-2\gamma)\frac{T}{2} = \frac{T^2}{4}(1-2\gamma).$$

D'autre part, comme T exprimé en radians représente la longueur de l'arc T sur la circonférence de rayon 1, si nous désignons par D la distance IM en mètres, on aura :

$$\frac{T}{1} = \frac{D}{r},$$

r étant également exprimé en mètres. Remplaçant T par cette valeur dans l'expression précédente, il vient :

$$\frac{h}{2r+h} = \frac{D^2}{4r^2}(1-2\gamma).$$

On en déduit :

$$D = \sqrt{\frac{4r^2h}{(2r+h)(1-2\gamma)}} = \sqrt{\frac{2rh}{\left(1+\frac{h}{2r}\right)(1-2\gamma)}},$$

ou plus simplement, comme $\frac{h}{2r}$ est négligeable vis-à-vis de l'unité

$$D = \sqrt{\frac{2rh}{1-2\gamma}}.$$

Cette formule donne D en mètres, r et h étant eux-mêmes exprimés en mètres. Pour avoir cette distance en milles, il faudra donc la diviser par $r \sin 1'$, puisque le mille est l'arc de $1'$, ou le sinus de $1'$, sur un cercle de rayon égal à r. En désignant par ⓓ la distance de l'horizon visible, en milles, on aura donc :

$$ⓓ = \frac{D}{r \sin 1'},$$

c'est-à-dire :

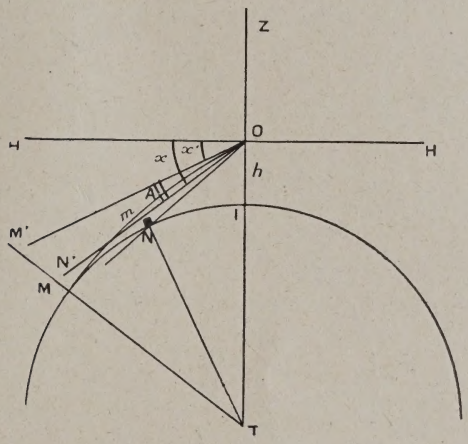
$$ⓓ = \frac{1}{r \sin 1'}\sqrt{\frac{2rh}{1-2\gamma}} = \frac{1}{\sin 1'}\sqrt{\frac{2h}{r(1-2\gamma)}}.$$

Telle est l'expression de la distance de l'horizon visible, en milles, pour un observateur élevé de h mètres, au-dessus du niveau de la mer. Les valeurs de ⓓ ont été calculées, à l'aide de cette formule, en faisant varier h de 1^m à 35^m et inscrites dans la Table XII de Friocourt, en regard de la dépression correspondante, donnée en secondes, et calculées comme nous l'avons expliqué précédemment (45).

453. Problème XI. — *Calculer à quelle distance on se trouve d'un objet connaissant l'angle de la flottaison de cet objet avec l'horizon visible de la mer.* — Soient ⓓ la distance inconnue du point I à l'objet N (*fig.* 177); IO = h la hauteur de l'œil de l'observateur; x et x' les angles que OH forme respectivement avec les directions ON′ et OM′ suivant lesquelles on aperçoit la flottaison N de l'objet et l'horizon visible.

Comme on ne peut pas mesurer directement les angles x et x'

Fig. 177.



prenons, au sextant, la distance angulaire N′ OM′ de la flottaison à l'horizon visible et soit A cet angle. On aura :

$$A = N'OM' = x - x'.$$

Or il résulte de ce que nous avons vu précédemment (451 et 45) que l'on a :

$$x = \frac{h}{ⓓ \sin 1''} + \frac{(1-2\gamma)ⓓ}{2r \sin 1''},$$

et

$$x' = \frac{1-\gamma}{\sin 1''}\sqrt{\frac{2h}{r}},$$

de sorte que l'on peut écrire :

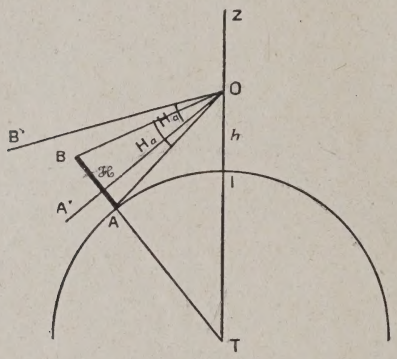
$$A = \frac{h}{ⓓ \sin 1''} + \frac{(1-2\gamma)ⓓ}{2r \sin 1''} - \frac{1-\gamma}{\sin 1''}\sqrt{\frac{2h}{r}},$$

équation dans laquelle tout est connu, sauf ⓓ.

La Table XVI de Friocourt donne, en fonction de h et de A, la valeur de ⓓ exprimée en mètres. Si l'on veut avoir cette distance exprimée en milles, il suffira donc de la multiplier par 0,00054, puisque le mètre vaut 0,00054 mille.

454. Problème XII. — *Calculer la distance à laquelle on se trouve d'un objet de hauteur connue* $\mathcal{H}$, *situé en deçà de l'horizon visible.* — Soient IO = h (*fig.* 178) l'élévation de l'œil de l'observateur au-dessus du niveau de la mer et $\mathcal{D}$ la distance du pied A de l'objet au point I, où la verticale de l'observateur perce la surface de la mer. Le pied et le sommet de l'objet AB étant sur la même verticale, les réfractions terrestres correspondant aux points A et B sont les mêmes de sorte que l'angle AOB a la même valeur que l'angle A′ O B′ sous lequel,

Fig. 178.



du point O, on voit l'objet AB. En désignant par H_a l'angle A′ OB′ ou son égal AOB, on peut remarquer que l'angle BAO diffère toujours très peu de 90° de sorte que le triangle OAB peut être considéré comme un triangle rectangle en A et donne :

$$AB = AO \operatorname{tang} AOB,$$

c'est-à-dire :

$$\mathcal{H} = AO \operatorname{tang} H_a.$$

En outre, comme l'arc AI diffère toujours très peu de AO, la relation précédente peut s'écrire, avec une exactitude très suffisante pour la pratique :

$$\mathcal{H} = \mathcal{D} \operatorname{tang} H_a.$$

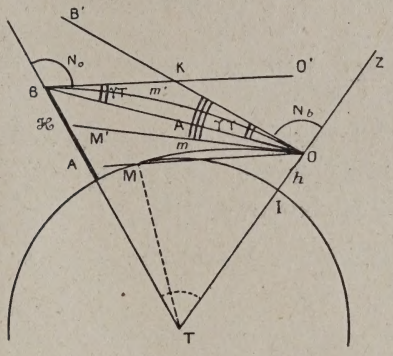
On en déduit :

$$\mathcal{D} = \frac{\mathcal{H}}{\operatorname{tang} H_a}.$$

La Table XIV de Friocourt, calculée à l'aide de cette formule, fournit la distance $\mathcal{D}$ en mètres pour des objets de hauteurs comprises entre 5^m et 200^m. Pour obtenir cette même distance en milles, il suffira donc de la multiplier par 0,00054, puisque le mètre vaut 0,00054 mille.

455. Problème XIII. — *Calculer la distance à laquelle on se trouve d'un objet de hauteur connue* $\mathcal{H}$, *situé au delà de l'horizon visible.* — Soient IO $= h$ (*fig.* 179) la hauteur de l'œil de l'observateur au-dessus du niveau de la mer; AB $= \mathcal{H}$ la hauteur de l'objet situé au delà de l'horizon visible; $\mathcal{D}$ la distance du point I au point A, distance qu'il s'agit de calculer; M l'horizon visible, c'est-à-dire le point de contact de la surface de la mer avec la courbe M m O suivie par le rayon lumineux allant du point M au point O; B m' O′ la courbe décrite par le rayon lumineux allant de B en O.

Fig. 179



Désignons enfin par N_o et N_b les distances zénithales apparentes des points O et B, supposées observées en B et en O.

Le triangle BOT donne :

$$\frac{r+\mathcal{H}}{r+h} = \frac{\sin(N_b+\gamma T)}{\sin(N_o+\gamma T)},$$

relation d'où l'on déduit, par voie d'addition et de soustraction :

$$\frac{\mathcal{H}-h}{2r+\mathcal{H}+h} = \frac{\operatorname{tang}\frac{N_b-N_o}{2}}{\operatorname{tang}\frac{N_b+N_o+2\gamma T}{2}},$$

et

$$(1) \qquad \mathcal{H}-h = -(2r+\mathcal{H}+h)\operatorname{cotang}\frac{N_b+N_o+2\gamma T}{2}\operatorname{tang}\frac{N_o-N_b}{2}.$$

N_o, N_b et T n'étant pas connus, pour exprimer ces quantités en fonction de $\mathcal{H}$, h et $\mathcal{D}$, nous remarquerons, tout d'abord, que le quadrilatère TBKO donne :

$$T + 180^\circ - N_o + 180^\circ - 2\gamma T + 180^\circ - N_b = 360^\circ,$$

c'est-à-dire :

$$N_o + N_b = 180^\circ + T(1 - 2\gamma),$$

puis :

$$N_o - N_b = N_o + N_b - 2N_b = 180^\circ + T(1 - 2\gamma) - 2N_b$$

et

$$(2) \qquad \frac{N_o - N_b}{2} = 90^\circ + \frac{T(1 - 2\gamma)}{2} - N_b.$$

D'autre part, si l'on désigne par A la distance angulaire apparente entre l'horizon visible et le sommet de l'objet B, c'est-à-dire l'angle M′ OB′ mesuré avec le sextant, on a :

$$2\,OM' = N_b + A = 90^\circ + \text{dép. app. horizon},$$

de sorte que :

$$N_b = 90^\circ + \text{dép} - A.$$

La relation (2) peut alors s'écrire :

$$(3) \qquad \frac{N_o - N_b}{2} = A - \text{dép} + \frac{T}{2}(1 - 2\gamma).$$

Le triangle BTO donne ensuite :

$$T + 180^\circ - (N_0 + \gamma T) + 180^\circ - (N_b + \gamma T) = 180^\circ,$$

c'est-à-dire :

$$180^\circ + T = N_b + N_o + 2\gamma T$$

et

$$(2) \qquad \frac{N_b + N_o + 2\gamma T}{2} = 90^\circ + \frac{T}{2}.$$

Portant alors dans (1) les valeurs fournies par les relations (3) et (4), il vient :

$$\mathcal{H} - h = (2r + \mathcal{H} + h) \operatorname{tang} \frac{T}{2} \operatorname{tang} \left[A - \text{dép} + \frac{T(1 - 2\gamma)}{2} \right],$$

ou, en remplaçant tang T par T, puisque cet angle est toujours très petit :

$$\mathcal{H} - h = (2r + \mathcal{H} + h) \frac{T}{2} \operatorname{tang} \left[A - \text{dép} + \frac{T(1 - 2\gamma)}{2} \right].$$

Ceci posé, remarquons maintenant que T étant la valeur de l'angle ATI, quand on prend le rayon pour unité, on a :

$$\frac{T}{1} = \frac{\mathfrak{D}}{r},$$

et

$$\frac{T}{2} = \frac{\mathfrak{D}}{2r}.$$

Remplaçant $\frac{T}{2}$ par cette valeur dans la relation précédente, il vient :

$$\mathcal{H} - h = (2r + \mathcal{H} + h)\frac{\mathcal{D}}{2r}\operatorname{tang}\left[A - \text{dép} + \frac{\mathcal{D}(1-2\gamma)}{2r}\right],$$

ce qui peut s'écrire en mettant $2r$ en facteur et simplifiant :

$$\mathcal{H} - h = \left(1 + \frac{\mathcal{H}+h}{2r}\right)\mathcal{D}\operatorname{tang}\left[A - \text{dép} + \frac{\mathcal{D}(1-2\gamma)}{2r}\right],$$

ou, en négligeant le terme $\frac{\mathcal{H}+h}{2r}$ qui est extrêmement petit :

$$\mathcal{H} - h = \mathcal{D}\operatorname{tang}\left[A - \text{dép} + \frac{\mathcal{D}(1-2\gamma)}{2r}\right].$$

Il y a lieu de remarquer, enfin, que les deux premiers termes de la quantité entre crochets sont exprimés en secondes de degré, tandis que le troisième est exprimé en longueur d'arc : pour exprimer ce dernier terme en secondes de degré, il faut donc le diviser par arc $1''$, ou par $\sin 1''$, de sorte que l'on a finalement :

$$\mathcal{H} - h = \mathcal{D}\operatorname{tang}\left[A - \text{dép} + \frac{\mathcal{D}(1-2\gamma)}{2r\sin 1''}\right],$$

et, par suite,

$$(5) \qquad \mathcal{D} = (\mathcal{H} - h)\cot\left[A - \text{dép} + \frac{\mathcal{D}(1-2\gamma)}{2r\sin 1''}\right],$$

équation qui fournira $\mathcal{D}$ en mètres. Pour obtenir cette distance en milles, il suffira donc de la multiplier par 0,00054, puisque le mètre vaut 0,00054 mille.

La résolution de l'équation (5) est assez laborieuse, car on est obligé de calculer $\mathcal{D}$ par approximations successives.

Pour cela, on prendra pour première valeur $\mathcal{D}_1$ de $\mathcal{D}$:

$$\mathcal{D}_1 = (\mathcal{H} - h)\cot(A - \text{dép}).$$

Portant cette valeur dans le second membre de (5), on en déduira une nouvelle valeur $\mathcal{D}_2$ de $\mathcal{D}$ plus exacte que $\mathcal{D}_1$; remplaçant $\mathcal{D}$ par $\mathcal{D}_2$ dans le second membre de (5), on obtiendra une troisième valeur $\mathcal{D}_3$ plus exacte que $\mathcal{D}_2$ et ainsi de suite.

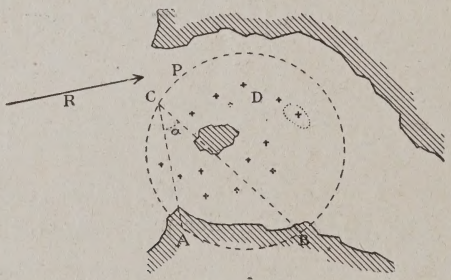
La Table XV de Friocourt dispense de résoudre l'équation (5) en fournissant immédiatement les valeurs de $\mathcal{D}$ en milles, au moyen des arguments $\mathcal{H} - h$ et A — dép, l'argument $\mathcal{H} - h$ étant exprimé en mètres et A — dép en minutes de degré.

456. Problème XIV. — *Franchir une passe ou doubler une pointe bordée de dangers.* — Supposons qu'un navire se présente dans la direction R (*fig.* 180) pour franchir la passe P bordée par les dangers D.

A l'avance on aura choisi, sur la carte, deux points A et B facilement reconnaissables et observables, et tracé, sur la droite AB qui les joint, un segment capable C renfermant tous les dangers que l'on veut contourner.

L'alidade du sextant étant disposée pour l'angle α qui correspond au segment capable, le navire se présente franchement dans la passe et continue sa route jusqu'à ce que les points A et B soient vus sous l'angle α. On gouverne alors de manière à voir constamment A et B sous l'angle α : si l'angle sous lequel on aperçoit ces deux points tend à diminuer, c'est qu'on s'éloigne du centre du segment capable C, et, par suite, on viendra un peu sur tribord; au contraire, si l'angle tend à augmenter, c'est que le navire pénètre dans la zone dangereuse et, par suite, on viendra sur bâbord.

Fig. 180.



On voit qu'en procédant comme il vient d'être dit on peut franchir la passe dans d'excellentes conditions de sécurité, même si le navire était soumis à l'action d'un courant connu ou non.

457. Problème XV. — *Comment doit-on s'y prendre pour vérifier un sextant et s'assurer qu'il est bien construit ?* — La première chose à faire est de voir si la surface du limbe est bien plane : pour cela on établit la perpendicularité du grand miroir dans une position déterminée, puis on vérifie si les images des arêtes supérieures des deux viseurs restent en coïncidence pour les autres positions que peut prendre l'alidade. Si cette coïncidence ne se maintient pas, c'est que le sextant est défectueux; il faut alors le rejeter ou le faire rectifier par le constructeur.

Cette vérification doit se faire chaque fois que le sextant a reçu un choc, même peu violent.

On vérifie ensuite si le centre de l'alidade coïncide avec celui du limbe; pour cela on fait mouvoir l'alidade et l'on regarde si, dans chacune de ses positions, le vernier embrasse toujours exactement le même nombre de divisions du limbe. Si cette condition est réalisée, c'est que le centrage de l'instrument est bon; sinon, on détermine l'erreur d'excentricité et l'on dresse un Tableau de corrections en procédant comme nous l'indiquons un peu plus loin; un sextant mal centré peut alors être utilisé sans inconvénient, pourvu toutefois que sa graduation soit bonne, ce qui est le cas général.

Pour vérifier si la graduation du limbe est bien faite, on détermine avec le plus grand soin l'erreur instrumentale, puis on choisit autour de soi un certain nombre de points éloignés de plus de 1031^m et, autant que possible, situés dans le même plan; on mesure ensuite la distance du premier au deuxième point, puis celle du deuxième au troisième, etc. puis celle du dernier au premier. Il est clair que, si le total des angles ainsi mesurés n'est pas égal à 360°, c'est que le limbe est mal gradué; mais, comme les machines utilisées actuellement pour tracer les graduations les font toujours égales, on peut se servir d'un sextant mal gradué si l'on a soin de déterminer la différence constante qui existe entre une division du limbe et la division exacte qu'elle devrait représenter. E désignant la différence entre la somme des distances angulaires mesurées précédemment et 360°, il est clair que l'erreur qui correspond à chaque graduation du limbe est égale à $\frac{E}{360^\circ}$ et, par suite, pour un arc de n degrés lu sur le limbe, l'erreur ε sera :

$$\varepsilon = \frac{n\,E}{360},$$

cette correction étant additive ou soustractive, selon que la somme des distances angulaires mesurées est plus petite ou plus grande que 360°.

III. — QUESTIONS THÉORIQUES COMPLÉMENTAIRES.

Notions succinctes sur les erreurs du sextant.

458. La théorie du sextant suppose :

1° Que l'axe optique de la lunette est parallèle au plan du limbe;

2° Que le grand et le petit miroir sont perpendiculaires au plan du limbe;

3° Que le grand et le petit miroir ont leurs faces parallèles;

4° Que le centre de rotation de l'alidade coïncide exactement avec le centre de l'instrument;

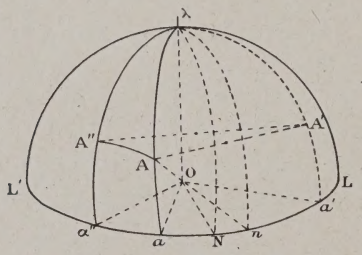
5° Que les graduations du limbe sont bien tracées.

Les procédés employés pour rectifier le grand et le petit miroir étant très précis, on peut admettre qu'ils sont toujours exactement perpendiculaires au plan du limbe; quant aux erreurs dues à la prismaticité des miroirs et à la mauvaise graduation du limbe, elles ne sont pas à craindre, les procédés actuels de fabrication permettant d'obtenir des miroirs à faces rigoureusement parallèles et des graduations parfaitement égales.

Les seules erreurs à redouter, lorsqu'on mesure un angle avec le sextant, sont donc celles qui peuvent provenir d'une mauvaise rectification de l'axe optique de la lunette et d'un mauvais centrage de l'alidade. Le procédé employé pour rectifier l'axe optique de la lunette est, en effet, peu précis, et l'usure peut, au bout d'un temps plus ou moins long, donner lieu à une erreur d'excentricité pour l'alidade.

459. *Erreur provenant d'une rectification défectueuse de l'axe optique de la lunette.* — Soient LNL′ (*fig.* 181) l'intersection du plan du limbe

Fig. 181.



avec la sphère locale, O l'œil de l'observateur et O λ la normale au plan du limbe : vu les faibles dimensions du sextant vis-à-vis du rayon de la sphère locale nous pouvons, sans inconvénient, considérer tout l'instrument comme réduit au point O lui-même.

O*n* et ON étant alors les traces sur le plan LL′ du petit et du grand miroir, supposons qu'au lieu d'être situé dans le plan du limbe, l'axe

optique de la lunette occupe la position OA : si nous menons le grand cercle λ A, il est clair que l'inclinaison i de l'axe optique sur le plan LL′ sera mesurée par l'arc a A.

Or le rayon lumineux qui pénètre dans la lunette suivant OA peut être considéré comme provenant d'un point A′, symétrique de A par rapport au plan O λn du petit miroir, ce point A′ étant d'ailleurs lui-même l'image d'un point A″, symétrique de A′ par rapport au plan OλN du grand miroir. Il résulte de là que, lorsque l'on voit le point A en coïncidence avec l'image doublement réfléchie du point A″, on a pris la distance angulaire AA″, tandis qu'on a lu sur le limbe l'arc aa''.

Or, A′ étant symétrique de A, on a a' A′ $= a$ A et, comme A″ est aussi le symétrique de A′, on a également a''A″ $= a'$ A′, de sorte que :

$$a''\mathrm{A}'' = a\mathrm{A}.$$

Le triangle sphérique λ AA″ est donc isoscèle, les côtés λ A″ et λ A étant tous deux égaux à $90^0 - i$. Par suite, si nous désignons par e l'erreur commise en mesurant AA″ et en évaluant aa'', il est clair que l'on aura :

$$\mathrm{AA}'' = \mathrm{D} - e,$$

D désignant la lecture faite sur le limbe, lecture qui exprime la mesure de l'arc aa'' ou de l'angle $a\,\lambda\,a''$.

Ceci posé, le triangle λA″A donne :

$$\cos \mathrm{AA}'' = \cos\lambda\mathrm{A}\cos\lambda\mathrm{A}'' + \sin\lambda\mathrm{A}\sin\lambda\mathrm{A}''\cos\mathrm{A}\lambda\mathrm{A}'',$$

c'est-à-dire :

$$\cos(\mathrm{D} - e) = \sin^2 i + \cos^2 i \cos \mathrm{D}.$$

Développant, il vient :

$$\cos \mathrm{D}\cos e + \sin \mathrm{D}\sin e = \sin^2 i + (1 - \sin^2 i)\cos \mathrm{D},$$

c'est-à-dire :

$$\cos \mathrm{D}\cos e + \sin \mathrm{D}\sin e = \sin^2 i + \cos \mathrm{D} - \sin^2 i \cos \mathrm{D},$$

ou encore, puisque e et i sont toujours très petits :

$$\cos \mathrm{D} + e \sin 1' \sin \mathrm{D} = i^2 \sin^2 1' + \cos \mathrm{D} - i^2 \sin^2 1 \cos \mathrm{D}.$$

On en déduit, toutes réductions faites,

$$e = i^2 \sin 1' \operatorname{tang} \frac{\mathrm{D}}{2}.$$

Cette relation nous montre que, pour une valeur donnée de i, l'erreur e

augmente avec D. Si l'on suppose $i = 60'$ et $D = 90^0$, cette formule donne pour e la valeur :

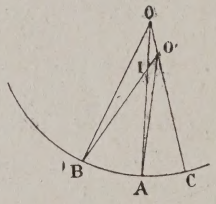
$$e = 3600 \times \frac{1}{3438} \times 1 = 1',04,$$

et, comme la rectification de l'axe optique se fait toujours avec une erreur bien moindre que 60′, on voit que, pratiquement, on n'a pas à se préoccuper de l'influence d'une rectification défectueuse.

Toutefois, en observant avec la lunette astronomique, on voit qu'il faut toujours établir les contacts au centre du réticule si l'on veut obtenir des mesures d'angles précises.

460. *Erreur provenant d'un centrage défectueux de l'alidade.* — Soient O (*fig.* 182) le centre du limbe, O′ l'axe de rotation de l'alidade, O′A la position de cette alidade lorsque les deux miroirs sont parallèles, O′B celle qu'elle occupe lorsqu'on a établi un contact.

Fig. 182.



Si nous désignons par D la valeur exacte de l'angle mesuré et par D′ la lecture faite sur le limbe, l'erreur commise ε a pour expression :

$$\varepsilon = D - D'.$$

Or, la figure montre que :

$$AIB = OAO' + AO'B = OBO' + AOB,$$

et, comme :

$$AO'B = \frac{D}{2}, \qquad AOB = \frac{D'}{2},$$

il en résulte que :

$$OAO' + \frac{D}{2} = OBO' + \frac{D'}{2},$$

et, par suite,

$$\varepsilon = D - D' = 2(OBO' - OAO').$$

Pour évaluer les angles OAO′ et OBO′, considérons les deux triangles OBO′ et OAO′. On a :

$$\frac{OO'}{O'B} = \frac{\sin OBO}{\sin BOC} \quad \text{et} \quad \frac{OO'}{O'A} = \frac{\sin OAO'}{\sin AOC},$$

c'est-à-dire, en désignant AOC par α, OO′ par e, et en remarquant

que O′ A et O′ B sont très sensiblement égaux au rayon r du limbe :

$$\frac{e}{r} = \frac{\sin OBO'}{\sin\left(\frac{D'}{2} + \alpha\right)} \qquad \text{et} \qquad \frac{e}{r} = \frac{\sin OAO'}{\sin\alpha}.$$

On en déduit, en profitant de la petitesse des angles OAO′ et OBO′ :

$$OBO' = \frac{e}{r \sin 1''} \sin\left(\frac{D'}{2} + \alpha\right), \qquad OAO' = \frac{e}{r \sin 1''} \sin\alpha,$$

et, par suite,

$$(1) \qquad \varepsilon = \frac{2}{\sin 1''}\left[\frac{e}{r}\sin\left(\frac{D'}{3} + \alpha\right) - \frac{e}{r}\sin\alpha\right].$$

Or, en observant deux points dont la distance angulaire exacte a été calculée avec soin, on connaît ε, de sorte que dans cette relation les seules inconnues sont e et α.

En observant dans les mêmes conditions la distance de deux autres points, on a de même, en désignant par ε_1 l'erreur commise et par D''_1 la distance lue sur le limbe :

$$(2) \qquad \varepsilon_1 = \frac{2}{\sin 1''}\left[\frac{e}{r}\sin\left(\frac{D'_1}{2} + \alpha\right) - \frac{e}{r}\sin\alpha\right].$$

On a donc, maintenant, les deux équations nécessaires pour déterminer les deux inconnues α et e.

Pour résoudre le système formé par les équations (1) et (2), développons leurs seconds membres. Il vient, toutes réductions faites :

$$\varepsilon = \frac{2}{\sin 1''}\left(\frac{e}{r}\cos\alpha \sin\frac{D'}{2} - 2\frac{e}{r}\sin\alpha \sin^2\frac{D'}{4}\right)$$

et

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{\sin 1''}\left(\frac{e}{r}\cos\alpha \sin\frac{D'_1}{2} - 2\frac{e}{r}\sin\alpha \sin^2\frac{D'_1}{4}\right).$$

Or, si nous posons :

$$(3) \qquad X = \frac{e}{r}\cos\alpha$$

et

$$(4) \qquad Y = \frac{e}{r}\sin\alpha,$$

les deux équations précédentes peuvent s'écrire :

$$\varepsilon = \frac{2}{\sin 1''}\left(X \sin\frac{D'}{2} - 2Y \sin^2\frac{D'}{4}\right),$$

et

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{\sin 1''}\left(X \sin \frac{D'_1}{2} - 2Y \sin^2 \frac{D'_1}{4}\right).$$

Elles font donc connaître X et Y; X étant Y déterminés, on a ensuite :

$$X^2 + Y^2 = \frac{e^2}{r^2}(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \frac{e^2}{r^2},$$

ce qui détermine $\frac{e}{r}$. Enfin Y et $\frac{e}{r}$ étant connus, la relation (4) permet d'obtenir l'angle α.

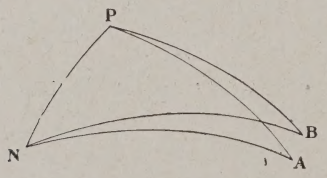
On peut donc maintenant calculer, à l'aide de la formule (1), les erreurs ε_2, ε_3, ... correspondant aux diverses lectures faites sur le limbe, ce qui permet d'en déduire les mesures exactes.

461. *Remarque I.* — Pour déterminer ε nous avons dit qu'il était nécessaire de calculer, au préalable, la distance angulaire exacte de deux points. Voici comment se fait cette détermination : étant sur une rade, on détermine avec soin la position du navire à l'aide de relèvements d'alignements, ou mieux de segments capables, si la chose est possible, et l'on en déduit les coordonnées géographiques exactes du navire.

Sur la carte, on relève également les coordonnées géographiques exactes des points éloignés dont on se propose de prendre la distance angulaire.

N, A et B (*fig.* 183) étant les positions respectives du navire et

Fig. 183.



des points que l'on veut observer, en traçant les méridiens PN, PA, PB, ainsi que les arcs de grands cercles NA et NB, on obtient deux triangles sphériques PNA et PNB, qui sont déterminés puisque l'on connaît :

PN = colat. de N, PA = colat. de A, NPA = diff. des long. de N et de A,

dans le premier, et

PN = colat. de N, PB = colat. de B, NPB = diff. des long. de N et de B,

dans le second. On peut donc calculer les angles en N dont la différence est précisément la distance angulaire exacte ANB.

462. *Remarque II.* — La relation (1) nous montre que l'erreur due à l'excentricité est d'autant plus faible que le rayon r du sextant est plus grand: la préférence, dans le choix d'un sextant, doit donc toujours se porter sur celui qui a le plus grand rayon.

Séries de hauteurs.

463. Nous avons, à diverses reprises, parlé dans ce Cours de l'emploi de séries de hauteurs lorsque l'on désire obtenir des résultats plus précis.

Il est donc nécessaire de montrer que cette manière de procéder est réellement avantageuse et de rechercher dans quels cas elle est légitime.

Voyons d'abord quelles sont les erreurs que l'on peut commettre en observant.

464. *Erreurs sur les observations.* — Les erreurs qui peuvent affecter les observations sont de deux espèces : les *erreurs systématiques* et les *erreurs accidentelles.*

Les *erreurs systématiques* sont celles qui proviennent d'une défectuosité des instruments d'observation, d'une tendance habituelle à mal apprécier les contacts, etc. On peut admettre que ces erreurs sont égales sur des observations d'un même astre effectuées dans des conditions à peu près identiques.

Les erreurs systématiques sont souvent difficiles à apprécier, de sorte que l'on ne peut pas, habituellement, en corriger les observations; on se borne donc à en restreindre l'influence, en observant au moment où leur effet est minimum. Dans certains cas cependant on peut s'affranchir presque entièrement de leur influence en combinant les observations de telle sorte que ces erreurs influent en sens inverse sur les résultats des calculs; c'est en particulier ce qui a lieu lorsque l'on détermine l'état absolu d'un chronomètre à l'aide des hauteurs correspondantes.

Les *erreurs accidentelles*, au contraire, sont celles qui sont dues à des causes fortuites et variables d'une observation à l'autre; elles sont tantôt positives et tantôt négatives. Telles sont les erreurs de lecture, les imperfections des contacts dues à un horizon défectueux, etc.

Nous allons voir que ce sont les erreurs accidentelles que l'emploi des séries permet d'éliminer presque complètement.

465. *Atténuation des erreurs accidentelles par l'emploi des séries.* — Soient H_1, H_2, H_3, ..., H_n un certain nombre de hauteurs exactes formant une série. Supposons que, par suite d'erreurs accidentelles, on ait obtenu pour ces hauteurs les valeurs approchées :

$$H_1 + \varepsilon_1, \quad H_2 + \varepsilon_2, \quad H_3 + \varepsilon_3, \quad \ldots, \quad H_n + \varepsilon_n.$$

La méthode des séries consiste, comme on le sait, à faire correspondre la moyenne des hauteurs, déduites de l'observation, à la moyenne des heures chronométriques correspondantes.

Or, la moyenne des hauteurs observées a pour expression :

$$H_m = \frac{H_1 + \varepsilon_1 + H_2 + \varepsilon_2 + \ldots + H_n + \varepsilon_n}{n},$$

ou encore :

$$H_m = \frac{H_1 + H_2 + \ldots + H_n}{n} + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n}{n},$$

ce qui montre que la hauteur moyenne ainsi obtenue est erronée de la moyenne des erreurs ε_1, ε_2, ..., ε_n. Or ces erreurs, étant accidentelles, sont tantôt positives tantôt négatives, de sorte que, si l'on a pris un nombre d'observations suffisamment grand, l'erreur moyenne peut être considérée comme très sensiblement nulle.

Par conséquent, la hauteur H_m représente bien, très sensiblement, la moyenne des hauteurs exactes H_1, H_2, ..., H_n.

466. *Légitimité de l'emploi des séries de hauteurs.* — Il résulte de ce qui précède qu'en observant une série de hauteurs, on peut obtenir une hauteur moyenne exempte d'erreurs accidentelles. Mais, pour que cette hauteur moyenne puisse être légitimement employée, il est nécessaire de montrer qu'elle correspond bien à la moyenne des heures chronométriques correspondantes.

Or, pour qu'il en soit ainsi, il faut évidemment que la hauteur varie proportionnellement au temps chronométrique ou, encore, proportionnellement à l'angle au pôle de l'astre, car nous pouvons admettre que, dans le court intervalle nécessaire à l'observation de la série, le temps chronométrique est proportionnel à l'angle horaire de l'astre observé, la Lune exceptée.

Cherchons donc la relation qui existe entre les variations simulta-

nées de la hauteur et de l'angle au pôle, et pour cela considérons la relation :

$$\sin H = \sin L \cos \Delta + \sin \Delta \cos L \cos P. \quad (1)$$

Comme la durée de l'observation d'une série est toujours très courte, on peut considérer L et Δ comme invariables pendant tout cet intervalle de temps, de sorte que, si l'on donne à P un accroissement p, l'élément H de la relation précédente varie seul de h. On a donc :

$$\sin(H + h) = \sin L \cos \Delta + \sin \Delta \cos L \cos(P + p),$$

c'est-à-dire :

$$\sin H \cos h + \sin h \cos H = \sin L \cos \Delta + \sin \Delta \cos L (\cos P \cos p - \sin P \sin p),$$

ou, en profitant de la petitesse de p et de h :

$$\sin H + h \sin 1'' \cos H = \sin L \cos \Delta + \sin \Delta \cos L \cos P - \sin \Delta \cos L \sin P\, p \sin 1''. \quad (2)$$

Retranchant alors (1) de (2), il vient :

$$h \cos H = - p \sin \Delta \cos L \sin P,$$

et, par suite,

$$h = \frac{- p \sin \Delta \cos L \sin P}{\cos H}.$$

D'ailleurs, comme le triangle de position donne :

$$\frac{\sin P}{\cos H} = \frac{\sin Z}{\sin \Delta},$$

il en résulte que l'expression précédente peut encore s'écrire :

$$h = - p \cos L \sin Z.$$

On voit donc que h n'est proportionnel à p que si, pendant la durée de la série, le produit cos L sin Z peut être considéré comme constant, ce qui exige que cette série soit observée très rapidement.

Or, comme sin Z varie le plus vite possible lorsque Z est voisin de 0° ou de 180°, et le plus lentement possible lorsque Z est voisin de 90°, on voit que la durée d'une série devra être d'autant plus courte que l'astre sera plus près du méridien (circumméridiennes).

En résumé, *l'instant le plus favorable pour l'observation d'une série est celui où l'astre est le plus voisin possible du premier vertical:* l'emploi des séries est donc tout à fait justifié lorsque l'on veut régler un chronomètre à l'aide de hauteurs prises à l'horizon artificiel.

Influence des erreurs des données sur le calcul du point observé.

467. Les données du calcul de point observé sont, comme on l'a vu :

1° Les heures Tmp et Tmp′ des observations;

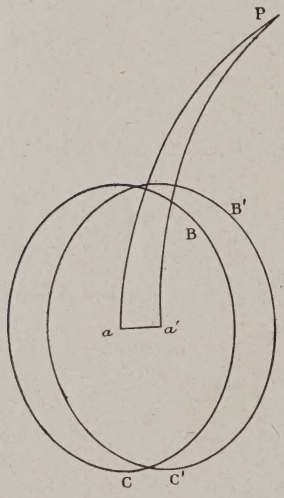
2° Les deux hauteurs observées;

3° L'estime entre les deux observations.

Il est donc intéressant de rechercher quelle influence peuvent avoir, sur le résultat du calcul, les erreurs commises sur ces divers éléments.

468 *Influence de l'erreur sur l'heure* Tmp. — Désignons par $\pm t$ l'erreur commise sur l'heure Tmp; par suite de cette erreur, au lieu

Fig. 184.



de calculer les coordonnées géographiques de la projection terrestre a de l'astre observé, nous avons déterminé celles d'un point voisin dont la projection terrestre est a' (*fig.* 184).

Or, les coordonnées géographiques du point a' sont :

$$L_a = D_a, \qquad G_a = Tap = Tmp + \text{Æ}_m - \text{Æ}_a,$$

et comme l'erreur $\pm t$ sur Tmp est toujours très petite, on peut, sans erreur appréciable, admettre que cette erreur n'a pas eu d'influence sur la détermination de D_a, Æ$_a$ et Æ$_m$, qui varient toujours assez lentement, sauf pour la Lune.

Il résulte de là que L_a peut être considéré comme exacte. Quant à G_a c'est sur elle que l'erreur $\pm t$ se reporte intégralement,

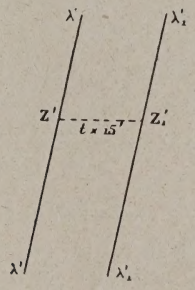
puisque l'on a :

$$G_a = Tmp + \mathcal{R}_m - \mathcal{R}_a - Tag,$$

de sorte que les points a et a' se trouvent sur le même parallèle de latitude, l'angle $a\,P\,a'$ étant égal à $\pm t$. L'élément G_a seul étant erroné, on voit que l'erreur sur l'heure a eu pour effet de déplacer le petit cercle BC d'un angle $\pm t$ autour de la ligne des pôles.

Sur la carte, la courbe de hauteur exacte a donc eu tous ses points transportés de $\pm t \times 15'$ en longitude, de sorte que si $\lambda'_1\,\lambda'_1$ (*fig.* 185)

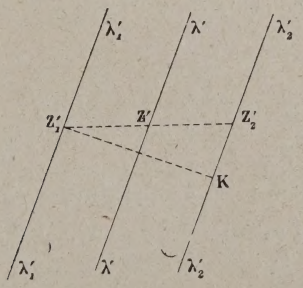
Fig. 185.



est la droite de hauteur déduite du calcul, la droite de hauteur exacte $\lambda'\,\lambda'$ s'obtient en transportant $\lambda'_1\,\lambda'_1$, parallèlement à elle-même, de $\mp t \times 15'$ en longitude.

La valeur exacte de l'erreur t n'est généralement pas connue; on peut simplement présumer que cette erreur ne doit pas dépasser une limite c, soit en plus soit en moins, de sorte que si $\lambda'\,\lambda'$ (*fig.* 186) est

Fig. 186.



la droite déduite du calcul, on sait uniquement que la droite exacte est comprise entre les deux parallèles $\lambda'_1\,\lambda'_1$ et $\lambda'_2\,\lambda'_2$, les longueurs $Z'\,Z_1$ et $Z'\,Z'_2$ étant égales à c.

La largeur $Z'_1 K$ de la *bande d'incertitude* due à l'erreur possible du chronomètre est donc :

$$Z'_1 K = Z'_1 Z'_2 \sin Z'_1 Z'_2 K,$$

et, comme l'angle $Z'_1 Z'_2 K$ n'est autre chose que l'azimut Z'_v, on a :

$$Z'_1 K = 2c \sin Z'_v$$

à l'échelle des longitudes. Cette largeur diminue donc, en même temps que Z'_v, pour s'annuler lorsque Z'_v est égal à 0° ou à 180°, c'est-à-dire lorsque la hauteur observée est une hauteur méridienne.

Grâce à la T. S. F. qui permet de régler les chronomètres chaque jour, on peut considérer c comme ne dépassant pas 1ˢ, c'est-à-dire 15″ ou 0′,25, de sorte que dans le cas le plus défavorable, on aura :

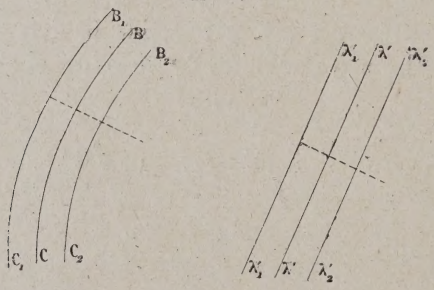
$$Z'_1 K = 0',5,$$

à l'échelle des longitudes.

469. *Influence d'une erreur sur la hauteur.* — Une erreur en plus ou en moins sur la hauteur se traduisant par une diminution ou une augmentation égale de la distance zénithale, il est clair que cette erreur a pour effet de diminuer ou d'augmenter le rayon du cercle de hauteur de la même quantité.

Si donc BC (*fig.* 187) est la courbe de hauteur fournie par le

Fig. 187.



calcul, et si $\pm h$ désigne l'erreur maximum présumée de l'observation, la courbe exacte sera comprise entre les courbes $B_1 C_1$ et $B_2 C_2$, distantes de BC, dans la direction de l'azimut, chacune de h milles.

Il résulte de là que si $\lambda' \lambda'$ est la droite de hauteur fournie par le calcul, la droite de hauteur exacte sera comprise dans la bande d'incertitude obtenue en menant les parallèles $\lambda'_1 \lambda'_1$ et $\lambda'_2 \lambda'_2$ à $\lambda' \lambda'$, l'écart entre deux parallèles consécutives étant égal à h milles.

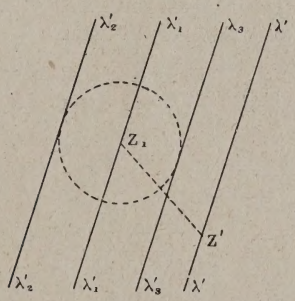
On admet généralement que l'erreur probable sur la hauteur est de $2'$ pour le Soleil, de $3'$ pour les hauteurs crépusculaires d'étoiles ou de Lune et de $5'$ pour ces mêmes astres la nuit, par temps clair. L'écart entre $\lambda'_1\lambda'_1$ et $\lambda'_2\lambda'_2$ peut donc varier, selon les circonstances, de $4'$ à $10'$.

470. *Influence de l'erreur d'estime.* — Cette erreur intervient seulement lorsque les deux observations ne sont pas simultanées; elle est due à l'imperfection des indications du loch et du compas et aux courants plus ou moins mal connus qui ont pu entraîner le navire.

Cette erreur est évidemment proportionnelle à la durée de l'intervalle qui sépare les deux observations, on admet généralement que cette erreur est de $\frac{1}{16}$ du chemin parcouru par temps normal, et de $\frac{1}{8}$ du chemin parcouru par mauvais temps.

Or, si $\lambda'\lambda'$ (*fig.* 188) est la droite de hauteur fournie par le calcul,

Fig. 188.



Z'_1 son point déterminatif transporté, et e l'erreur maximum possible de l'estime, il est clair que le point exact devra se trouver quelque part, à l'intérieur du cercle décrit de Z'_1, comme centre, avec e pour rayon. Il en résulte que la droite de hauteur exacte sera certainement comprise dans la bande d'incertitude déterminée par les deux tangentes $\lambda'_2\,\lambda'_2$ et $\lambda'_3\,\lambda'_3$ à ce cercle, menées parallèlement à la droite transportée $\lambda'_1\,\lambda'_1$.

La largeur de cette bande est donc égale à $2e$ milles.

L'intervalle qui sépare les deux observations ne dépassant généralement pas 3 heures, on voit que, par mauvais temps, pour un navire filant 20 nœuds, on aurait, sans courant :

$$2e = 2 \times \frac{1}{8} \times 3 \times 20 = 15 \text{ milles.}$$

Pour un navire filant 8 nœuds, on aurait, dans les mêmes conditions :

$$2e = 2 \times \frac{1}{8} \times 3 \times 8 = 6 \text{ milles.}$$

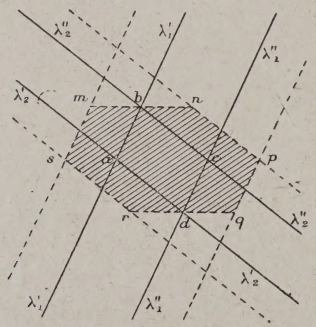
471. *Remarque.* — Si le courant était connu exactement, en en tenant compte, on pourrait diminuer la largeur de la bande d'incertitude du chemin parcouru par le navire, du fait de ce courant, pendant l'intervalle des deux observations.

Il va sans dire que, si la direction du courant était parallèle à $\lambda'_1 \lambda'_1$, l'erreur due à ce courant serait nulle.

472. *Influence totale des erreurs sur les données du point observé.* — Considérons d'abord l'influence des erreurs sur la hauteur et sur l'estime. Nous avons vu que, par suite de l'erreur $\pm h'$ commise dans l'observation de la première hauteur, la première droite devait être remplacée par une bande d'incertitude d'une largeur égale à $2h'$.

Cette bande, transportée jusqu'au moment de la seconde observation, se dilate encore par suite de l'incertitude e' de l'estime, de sorte que la première observation donne, comme lieu géométrique du navire, la bande $\lambda'_1 \lambda'_1 \lambda''_1 \lambda''_1$ (*fig.* 189) dont la largeur est égale à $2h' + 2e'$.

Fig. 189.



La seconde observation n'étant pas entachée des erreurs de l'estime donne, pour second lieu géométrique du navire, la bande $\lambda'_2 \lambda'_2 \lambda''_2 \lambda''_2$ dont la largeur est égale à $2h''$, h'' désignant l'incertitude d'observation de la seconde hauteur.

La région dans laquelle se trouve le navire, si l'on ne craint pas d'erreurs sur l'heure, est donc le parallélogramme *abcd*; ce parallélogramme est, par suite, la *région d'incertitude* du point observé.

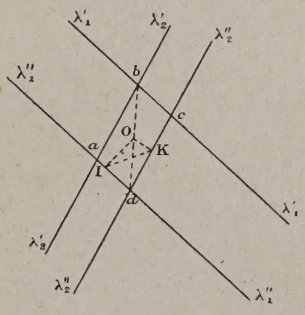
Mais, si les heures Tmp′ et Tmp″ sont erronées, comme la marche diurne des chronomètres est toujours très faible, on peut admettre que l'erreur sur les deux heures est la même et égale à $\pm t'$, et, par suite, d'après ce que nous avons dit plus haut, chacune des bandes $\lambda'_1\,\lambda'_1\,\lambda''_1\,\lambda''_1$ et $\lambda'_2\,\lambda'_2\,\lambda''_2\,\lambda''_2$ est dilatée de $t \times 15'$ en longitude vers l'Est et vers l'Ouest.

Comme le navire est d'ailleurs sûrement compris entre les parallèles de latitude des points *b* et *d*, on voit que, sous l'influence combinée des erreurs sur les heures, l'estime et les hauteurs, la *région d'incertitude du point observé* est devenue l'hexagone *mnpqrs* que nous avons ombré pour le mieux faire ressortir.

473. *Circonstances favorables à la détermination du point observé.* — Les circonstances favorables à la détermination du point observé sont évidemment celles pour lesquelles la plus grande dimension de la région d'incertitude du point est minimum.

Premier cas. — Supposons d'abord que l'on ait un chronomètre bien réglé, c'est-à-dire que l'on n'ait pas à craindre une erreur sur les heures Tmp′ et Tmp″ des observations : ce cas est le plus fréquent, et nous avons vu que la région d'incertitude du point se réduit alors à un parallélogramme *abcd* (*fig.* 190).

Fig. 190.



Les circonstances favorables auront donc lieu lorsque la grande diagonale *bd* sera aussi petite que possible. Or, si du point O milieu de *bd* nous abaissons les perpendiculaires OI et OK sur les côtés *ad* et *dc* du parallélogramme, nous formons un quadrilatère inscriptible K *d* IO, de sorte que les angles OIK et O *d* K sont égaux comme

ayant même mesure. On a donc :

$$\frac{O\,d}{\sin OKd} = \frac{OK}{\sin O\,dK} = \frac{OK}{\sin OIK},$$

c'est-à-dire :

$$O\,d = \frac{OK}{\sin OIK},$$

puisque OKd est droit, et comme le triangle OIK donne aussi :

$$\frac{OK}{\sin OIK} = \frac{IK}{\sin IOK},$$

il en résulte que la relation précédente peut s'écrire, en désignant par ω l'*angle d'observation adc* :

$$O\,d = \frac{IK}{\sin IOK} = \frac{IK}{\sin \omega}.$$

D'ailleurs, si nous remarquons que $OI = h' + e' = \varepsilon'$ et $OK = h''$, le triangle OIK permet d'écrire que :

$$IK = \sqrt{\varepsilon'^2 + h''^2 - 2\varepsilon' h'' \cos IOK},$$

c'est-à-dire :

$$IK = \sqrt{\varepsilon'^2 + h'^2 + 2\varepsilon' h'' \cos \omega},$$

de sorte que, finalement,

$$O\,d = \frac{\sqrt{\varepsilon'^2 + h''^2 + 2\varepsilon' h'' \cos \omega}}{\sin \omega}.$$

On voit donc que $O\,d$, et, par suite, bd seront minima lorsque ω sera aussi voisin que possible de 90°, puisque, à ce moment, cos ω est le plus petit et sin ω le plus grand possible.

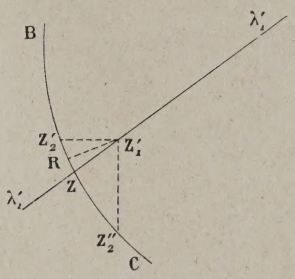
Les circonstances sont donc favorables à la détermination du point lorsque l'angle d'observation est aussi voisin que possible de 90°. Elles seront d'autant plus favorables que ε' sera également plus petit, c'est-à-dire que l'intervalle des deux observations sera plus faible, l'erreur d'estime étant alors très petite.

Second cas. — Supposons maintenant que l'on ait un chronomètre mal réglé. Si l'incertitude du chronomètre est assez forte, ce qui est très rare avec les instruments actuels, la région d'incertitude se dilate tellement dans le sens Est-Ouest que la seule manière de réduire l'incertitude consiste à prendre des observations aussi voisines du méridien que possible, afin de restreindre l'erreur en latitude; on atterrit alors en latitude comme dans la navigation sans chronomètre.

474. *Choix des méthodes de calcul.* — Nous avons vu dans le Chapitre IV que, pour obtenir le point observé à l'aide de deux droites de hauteur, on se sert, pour le calcul du second point déterminatif, des coordonnées du point déterminatif de la première droite transportée.

Soient donc λ'_1 λ'_1 (*fig.* 191) la première droite transportée, et Z_1

Fig. 191.



son point déterminatif. Suivant la méthode de calcul adoptée, le point Z'_1 déterminera, sur la courbe de hauteur BC relative à la seconde observation, l'un des points R, Z'_2 ou Z''_2.

Or il est évident que la seconde droite de hauteur représentera d'autant mieux la partie utile de la courbe BC que le point déterminatif choisi sera plus voisin du point exact Z.

Comme l'étude des circonstances favorables nous a montré que λ'_1 λ'_1 devait faire avec BC un angle aussi voisin que possible de 90°, il en résulte que le point R (méthode Marcq) conviendra toujours très bien.

Comme la méthode Marcq permet, en outre, de choisir les droites de hauteur sans avoir à s'inquiéter des azimuts correspondants, en se préoccupant simplement d'avoir une bonne intersection; comme le calcul par ce procédé est, de beaucoup, le plus simple et le plus rapide, on voit que l'on doit toujours donner la préférence au point Marcq.

475. *Atterrissages.* — Lorsque l'on a déterminé la région d'incertitude du point observé, en procédant comme nous l'avons indiqué dans les numéros précédents, il sera bon, lorsque l'on sera en atterrissage, de regarder cette région d'incertitude comme représentant le navire lui-même : on sera évidemment certain que le navire suit une route parfaitement sûre, si la région d'incertitude, découpée dans un

morceau de papier transparent et transportée sur la carte, parallèlement à la route suivie par le navire, ne rencontre aucun danger.

Toutefois, dans les déplacements de la région d'incertitude découpée, il ne faudra pas oublier de tenir compte des erreurs d'estime qui, nous l'avons vu, la dilatent dans le sens de la route parcourue.

Il est clair d'ailleurs que l'atterrissage aura lieu entre les points extrêmes où la région d'incertitude, en se déplaçant parallèlement à elle-même, suivant la route estimée, viendra rencontrer la côte à atteindre.

NOTE I.

TABLES GRAPHIQUES D'AZIMUT.

476. La recherche du relèvement vrai d'un astre quelconque est le problème que le Navigateur est appelé à résoudre le plus fréquemment : de la connaissanee de cet élément dépend, en effet, la détermination de la variation du compas, élément sans lequel on ne peut connaître exactement la route suivie par le navire ; cet élément est indispensable également dans les calculs de point observé, pour permettre le tracé des droites de hauteur.

On ne saurait donc trop rechercher les moyens de rendre la résolution de ce problème aussi simple et aussi peu laborieuse que possible, afin de réduire au minimum les chances d'erreur dans la détermination d'un élément aussi important.

L'étude des remarquables travaux de MM. Favé et Rollet de l'Isle, sur la détermination du point rapproché au moyen d'un abaque (418 à 422), m'a conduit à rechercher s'il ne serait pas possible, par la méthode graphique, de trouver une solution présentant l'avantage :

1° de donner le relèvement et la hauteur au moyen d'échelles à divisions égales, afin de rendre plus commode la lecture de ces éléments ;

2° de permettre de lire le relèvement et la hauteur sur des échelles dont la disposition rappelle celle de ces coordonnées sur la sphère céleste, afin de réduire au minimum les chances de confusion ;

3° de donner ces éléments au moyen de graphiques de dimensions très réduites et permettant, néanmoins, d'avoir une approximation largement suffisante pour tous les besoins de la pratique.

Nous allons voir que, grâce aux nouveaux éléments de transformation que j'ai adoptés, ces desiderata sont réalisés par un procédé d'une simplicité telle que son explication et son emploi sont à la portée des personnes ayant une instruction scientifique très modeste.

477. *Détermination du relèvement et de la hauteur d'un astre quelconque connaissant l'heure du lieu et les coordonnées géographiques de ce lieu.* — Supposons qu'à une heure donnée Tmg, un observateur situé dans un lieu ayant pour coordonnées géographiques L et G se propose de déterminer les coordonnées horizontales Z_v et H_v d'un astre.

La relation :

$$Tmp = Tmg + G$$

fera, tout d'abord, connaître le temps moyen de Greenwich, de sorte qu'il sera facile de calculer, au moyen de la *Connaissance des Temps*, la déclinaison D et l'ascension droite $\mathcal{R}$ de l'astre dont on s'occupe.

Ces éléments étant déterminés, on aura ensuite :

$$\mathrm{Tag} = \mathrm{Tmg} + \mathcal{R}_m - \mathcal{R}_a,$$

ce qui nous permettra d'obtenir l'angle au pôle P de l'astre, pour l'instant Tmg.

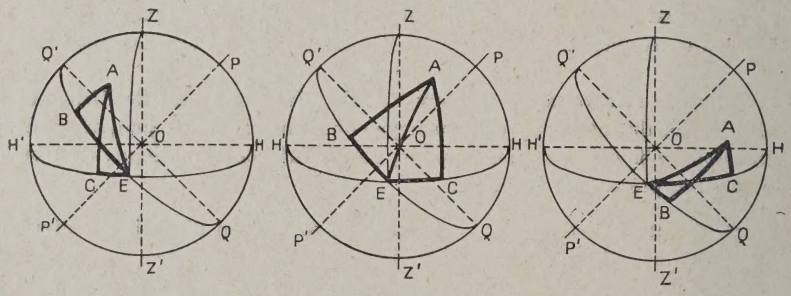
Nous connaissons donc, actuellement, les éléments P, D et $\lambda = 90^\circ - \mathrm{L}$ et il s'agit d'en déduire les valeurs correspondantes de Z_ν et de H_ν. Pour cela, nous distinguerons deux cas :

I. — L et D sont de mêmes noms.

Supposons, pour fixer les idées, que l'observateur soit dans l'hémisphère Nord, et que l'astre dont il veut déterminer les coordonnées horizontales soit dans l'Est.

Soient O la sphère céleste (*fig.* 192), Z le zénith de l'observateur, P le pôle

Fig. 192.



élevé, HH' l'horizon vrai et QQ' l'équateur. Si nous traçons le premier vertical ZE et le méridien PE, on voit que les quatre grands cercles EQ', EZ, EP et EH déterminent, dans l'hémisphère Nord, trois fuseaux Q' EZ, ZEP et PEH dans lesquels peut se trouver l'astre.

Or, quelle que soit la position de cet astre, si l'on mène l'arc de grand cercle AE, l'arc de méridien AB et l'arc de vertical AC, on détermine deux triangles sphériques rectangles ABE et ACE ayant l'hypoténuse AE commune et il est clair que la position de A serait déterminée, si l'on connaissait l'arc $\mathrm{AE} = \alpha$, moindre que 90°, ainsi que l'angle $\mathrm{Q'EA} = \beta$, moindre que 180°, que EA forme avec l'arc d'équateur EQ' *qui se termine au pied du méridien supérieur.*

Ceci posé, on voit, sur les figures, que, quel que soit le fuseau dans lequel se trouve l'astre A, les triangles sphériques ABE et ACE donnent :

$$(1)\qquad \begin{cases} \cos \mathrm{AE} = \cos \mathrm{AB} \cos \mathrm{BE}, \\ \operatorname{tang} \mathrm{AB} = \sin \mathrm{BE} \operatorname{tang} \mathrm{AEB}; \end{cases}$$

$$(2)\qquad \begin{cases} \cos \mathrm{AE} = \cos \mathrm{AC} \cos \mathrm{CE}, \\ \operatorname{tang} \mathrm{AC} = \sin \mathrm{CE} \operatorname{tang} \mathrm{AEC}, \end{cases}$$

c'est-à-dire, en remplaçant dans chaque cas, les quantités par leurs valeurs :

$$(3)\quad \begin{cases} \cos\alpha = \cos D \sin P, \\ \operatorname{tang} D = \cos P \operatorname{tang}\beta ; \end{cases}$$

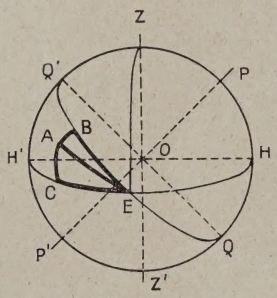
$$(4)\quad \begin{cases} \cos\alpha = \cos H_\rho \sin Z_\rho, \\ \operatorname{tang} H_\rho = -\cos Z_\rho \operatorname{tang}(\lambda + \beta). \end{cases}$$

Ces quatre relations forment, comme on le voit, un système de quatre équations à quatre inconnues α, β, Z_ρ, H_ρ : en résolvant le système (3), on pourra donc déterminer α et β et déduire ensuite H_ρ et Z_ρ du système (4).

II. — *L* et D sont de noms contraires.

Supposons toujours l'observateur dans l'hémisphère Nord et l'astre dans l'Est. Soient encore O le centre de la sphère céleste (*fig.* 193), Z le zénith de

Fig. 193.



l'observateur, P le pôle élevé, HH' l'horizon vrai, QQ' l'équateur et ZE le premier vertical. L'astre ne pouvant se trouver, dans le cas qui nous occupe, que dans le fuseau Q' EH', menons encore l'arc de grand cercle AE, l'arc de vertical AC et l'arc de méridien AB. Les deux triangles sphériques rectangles ABE et ACE donnent encore :

$$(1)\quad \begin{cases} \cos AE = \cos AB \cos BE, \\ \operatorname{tang} AB = \sin BE \operatorname{tang} AEB ; \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} \cos AE = \cos AC \cos CE, \\ \operatorname{tang} AC = \sin CE \operatorname{tang} AEC, \end{cases}$$

c'est-à-dire, en désignant toujours l'arc AE par α et l'angle BEA par β :

$$(3')\quad \begin{cases} \cos\alpha = \cos D \cos P, \\ \operatorname{tang} D = \cos P \operatorname{tang}\beta ; \end{cases}$$

$$(4')\quad \begin{cases} \cos\alpha = \cos H_\rho \sin Z_\rho, \\ \operatorname{tang} H_\rho = -\cos Z_\rho \operatorname{tang}(\lambda - \beta), \end{cases}$$

relations qui forment, comme dans le cas précédent, un système de quatre équations permettant de déterminer les quatre inconnues α, β, Z_ρ et H_ρ.

Or, *si nous convenons de regarder* β *comme positif ou négatif selon que cet élément est compté vers le pôle élevé ou vers le pôle abaissé, on* voit que les relations (3′) et (4′) sont exactement les mêmes que les relations (3) et (4).

Donc, en définitive, pour déterminer les quatre inconnues α, β, Z_ρ et H_ρ en fonction de P, D et λ, il suffit, *dans tous les cas*, de résoudre les deux systèmes d'équations :

$$(3)\qquad \begin{cases} \cos\alpha = \cos D \sin P, \\ \operatorname{tang} D = \cos P \operatorname{tang}\beta ; \end{cases}$$

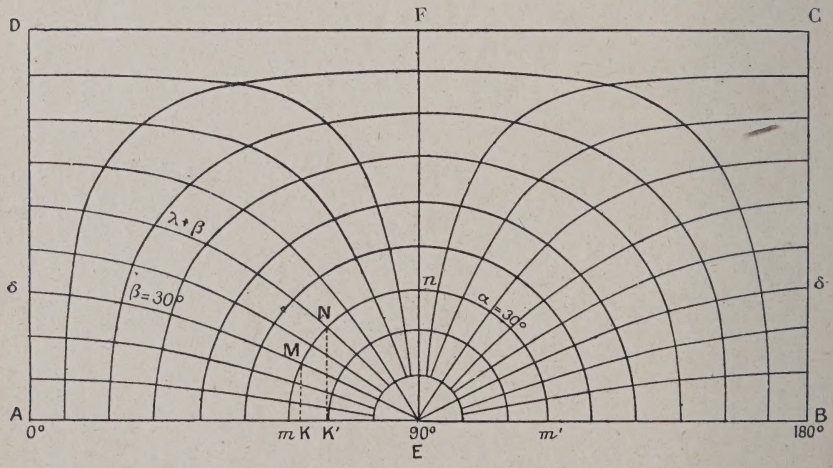
$$(4)\qquad \begin{cases} \cos\alpha = \cos H_\rho \sin Z_\rho, \\ \operatorname{tang} H_\rho = -\cos Z_\rho \operatorname{tang}(\lambda + \beta), \end{cases}$$

en regardant β *comme positif ou négatif selon que* L *et* D *sont de même nom ou de noms contraires.*

Remarquons d'ailleurs, en nous reportant aux figures qui précèdent, que β est aigu ou obtus selon que P est lui-même plus petit ou plus grand que 6^h et que, *pour un astre situé au-dessus de l'horizon*, la somme algébrique $\beta' = \lambda + \beta$ est toujours positive et inférieure à 180°.

478. *Résolution graphique des systèmes précédents.* — Pour résoudre graphiquement les systèmes précédents, considérons tout d'abord le système (3) qui détermine α et β, en fonction de D et de P et imaginons que l'on donne à α une valeur

Fig. 194.



déterminée, 30° par exemple. La première équation de ce système deviendra :

$$\cos 30^\circ = \cos D \sin P$$

et, par suite, en donnant à D toutes les valeurs possibles, de 0° à 90°, nous pourrons calculer les valeurs correspondantes de P comprises entre 0^h et 12^h ou encore entre 0° et 180°.

Si donc nous traçons un rectangle ABCD (*fig.* 194) dont le côté AB renferme

180 et le côté AD 90 divisions égales représentant des degrés, nous pourrons, en prenant AB et AD pour axes de coordonnées, reporter sur le dessin tous les points satisfaisant à la condition :

$$\cos 30^\circ = \cos D \sin P.$$

En réunissant tous ces points par un trait continu, nous obtiendrons une courbe mnm' que nous appellerons la *courbe* $\alpha = 30^\circ$ et il est clair que, M étant un point *quelconque* de cette courbe, en évaluant son *abscisse* AK et son *ordonnée* KM à l'aide des divisions des échelles AB et AD, nous obtiendrons deux valeurs vérifiant la relation :

$$\cos 30^\circ = \cos KM \sin AK.$$

En donnant successivement à α toutes les valeurs, de 0° à 90°, et en procédant pour chacune de ces valeurs comme nous venons de le faire pour construire la courbe $\alpha = 30^\circ$, nous obtiendrons un ensemble de courbes que nous appellerons les *courbes* α : il est important de remarquer que ces courbes, décrites autour du point E qui correspond à la division 90° ou 6^h de l'échelle horizontale, sont toutes divisées par la droite EF en deux parties exactement symétriques.

Les courbes α étant ainsi construites, nous pourrons dessiner de même toutes les *courbes* β représentées par la relation :

$$\operatorname{tang} D = \cos P \operatorname{tang} \beta,$$

et comme β et P sont aigus ou obtus en même temps, il en résulte que les courbes β et $180 - \beta$ sont symétriques par rapport à EF, les courbes correspondant aux valeurs aiguës de β étant à gauche de EF, celles correspondant aux valeurs plus grandes que 90° étant à droite.

Les courbes α et β étant toutes tracées sur le même rectangle ABCD il est alors évident qu'à des coordonnées P = AK et D = KM correspond un point M et un seul qui se trouve à la fois sur la courbe $\alpha = 30^\circ$ et $\beta = 30^\circ$ par exemple, *de sorte que ces valeurs de* α *et* β *sont celles qui auraient été obtenues en résolvant trigonométriquement le système* (3).

Mais il y a plus : les mêmes courbes que nous venons de tracer permettent aussi de résoudre le système (4). Si l'on remarque, en effet, que les équations (4) sont, au signe près, identiques comme forme aux équations (3), les éléments correspondants variant dans les mêmes limites, il en résulte que Z_v et H_v sont, sur le graphique, les coordonnées du point qui se trouve à l'intersection des courbes α et $\beta' = \lambda + \beta$.

Ayant donc marqué le point M qui correspond aux données P = AK et D = KM, et lu les numéros des courbes α et β qui passent par ce point, nous formerons l'expression :

$$\beta' = \lambda + \beta,$$

et nous suivrons avec la pointe d'un crayon ou avec le doigt, la courbe α jusqu'à ce que nous rencontrions la courbe β'. En lisant les coordonnées du point N, ainsi obtenu, nous aurons :

$$Z_v = AK' \quad \text{et} \quad H_v = K'N.$$

La résolution graphique du problème que nous nous étions posé est donc, comme on le voit, d'une simplicité et d'une facilité qui ne sauraient guère être dépassées.

D'ailleurs pour éviter d'avoir à tracer quoi que ce soit, j'ai eu soin de mener, par chacune des divisions des échelles AB et AD des parallèles aux côtés AD et AB. On obtient ainsi un quadrillage qui permet de lire immédiatement, sans aucune construction, les coordonnées d'un point quelconque marqué sur le graphique.

479. *Remarque I.* — Comme, dans la pratique, les relèvements aigus sont utilisés de préférence aux azimuts, l'échelle AB a été graduée de manière à fournir ces relèvements : on a donc numéroté ses graduations de 0° à 90° entre A et E et de 90° à 0° entre E et B. Mais il faut alors savoir reconnaître à partir de quel pôle doit se compter le relèvement fourni par la table. Pour cela nous remarquerons que la seconde équation du système (4) montre que Tg $(\lambda + \beta)$ et cos Z_ρ sont toujours de signes différents, puisque Tg H_ρ est toujours positive. Il résulte de là que si l'expression $\lambda + \beta$, qui est toujours positive, est aiguë, l'azimut est obtus de sorte que le relèvement, qui en est le supplément, doit se compter à partir du pôle abaissé. Au contraire, si $\lambda + \beta$ a une valeur plus grande que 90°, l'azimut est aigu et se confond avec le relèvement qui, par suite, doit se compter à partir du pôle élevé.

480. *Remarque II.* — Comme P dépend de Tag, pour éviter d'avoir à calculer P, j'ai pris pour coordonnée horizontale non pas P, mais Tag. C'est pour cela que l'échelle horizontale, en plus d'une graduation en degrés pour l'évaluation des relèvements, porte une graduation en heures et minutes, servant à évaluer Tag et allant de 0^h à 12^h de A vers B et de 12^h à 24^h, de B vers A.

481. *Remarque III.* — Nous avons vu que les courbes α ont l'axe EF pour axe de symétrie et que les courbes β et $180 - \beta$, qui aboutissent au point E, sont aussi symétriques par rapport à EF. Il résulte de là que si l'on repliait le carré EFCB sur le carré EFDA, les courbes tracées sur ces deux carrés se superposeraient exactement les unes sur les autres. C'est pour cela que j'ai construit uniquement la partie AEFD, mais en ayant soin d'inscrire sur l'échelle horizontale les valeurs de Tag qui correspondent non seulement à la partie AE, mais encore à la partie EB. Le graphique a été ensuite découpé en quatre parties égales formant un atlas format 22×27, donc peu encombrant et très maniable.

482. *Remarque IV.* — Dans l'étude qui précède, nous avons étudié uniquement le cas d'un astre situé au-dessus de l'horizon, mais il est facile de vérifier, en procédant à une étude calquée sur la précédente, que pour déterminer les éléments α, β, Z_ρ et H_ρ en fonction de P, D et λ, il suffit encore, lorsque l'astre est au-dessous de l'horizon, de résoudre les systèmes (3) et (4) en y considérant :

1° D et β comme positifs ou négatifs, selon que L et D sont de même nom ou de noms contraires;

2° H_ρ comme négative, lorsque la somme algébrique $\lambda + \beta$ est négative, ou encore lorsque cette somme est positive, mais comprise entre 180° et 270°.

Il est essentiel, en outre, de remarquer qu'en résolvant graphiquement la question, on doit, lorsque $\lambda + \beta$ dépasse 180°, chercher non pas la courbe qui a pour numéro la valeur de la somme $\lambda + \beta$, mais celle dont la valeur est donnée par l'expression :

$$\beta' = \lambda + \beta - 180°.$$

Nous savons, en effet, que les courbes β n'ont été numérotées que de 0° à 180° et l'on a toujours :

$$\operatorname{tang}\beta' = \operatorname{tang}[(\lambda + \beta) - 180°] = -\operatorname{tang}[180° - (\lambda + \beta)] = \operatorname{tang}(\lambda + \beta).$$

483. *Remarque V.* — De tout ce qui précède, il résulte que l'on peut énoncer la règle générale suivante :

Pour déterminer le relèvement Z_ρ *et la hauteur* H_ρ *d'un astre quelconque ayant* Tag *pour angle horaire et* D *pour déclinaison, placer sur le graphique le point qui a pour coordonnées* Tag *et* D. *Lire, en interpolant à vue s'il y a lieu, les numéros des courbes* α *et* β *qui passent par ce point en ayant soin :*

1° *de regarder* β *comme positif si* L *et* D *sont de même nom ; comme négatif si* L *et* D *sont de noms contraires ;*

2° *de prendre* β : *aigu si* Tag *est compris entre* 0^h *et* 6^h *ou entre* 18^h *et* 24^h ; *obtus si* Tag *est compris entre* 6^h *et* 18^h.

Former ensuite la somme algébrique :

$$\beta' = \lambda - \beta \qquad \text{ou} \qquad \beta' = \lambda + \beta - 180°,$$

selon que $\lambda + \beta$ *est inférieure ou supérieure à* 180° *et chercher le point qui se trouve à l'intersection des courbes* α *et* β'.

L'abscisse de ce point sera Z_ρ, *son ordonnée sera* H_ρ :

1° *compter* Z_ρ *à partir du pôle élevé si* $\lambda + \beta$ *est comprise entre* 90° *et* 270° ; *à partir du pôle abaissé si* $\lambda + \beta$ est inférieure à 90° ;

2° *donner à* H_ρ *le signe* + *si* $\lambda + \beta$ est positive et inférieure à 180° ; le signe — *si* $\lambda + \beta$ est négative ou supérieure à 180°.

484. *Remarque VI.* — Dans les calculs de point observé on a fréquemment à faire usage du coefficient Pagel dont l'expression est :

$$p' = \frac{\cot Z_\rho}{\cos L}.$$

L'azimut Z_ρ ayant été déterminé par la Table graphique, on pourrait obtenir p' à l'aide de la Table XXXIII de Friocourt, mais cet élément peut être obtenu plus vite, et avec plus de précision, par les Tables graphiques que nous venons de construire.

En effet, si nous désignons par Z_ρ le relèvement de l'astre, la valeur du coefficient Pagel peut s'écrire :

$$p' = \frac{\cot Z_\rho}{\cos L} \qquad \text{ou} \qquad p' = \frac{\cot(180° - Z_\rho)}{\cos L} = -\frac{\cot Z_\rho}{\cos L}$$

selon que Z_ρ est compté à partir du pôle élevé ou du pôle abaissé.

On peut donc toujours poser, *en désignant par* β *un angle aigu que nous conviendrons de regarder comme positif si* Z_φ *est compté à partir du pôle élevé et comme négatif dans le cas contraire :*

$$p' = \operatorname{tang}\beta = \frac{\cot Z\varphi}{\cos L} = \frac{\operatorname{tang}(90^\circ - Z_\varphi)}{\cos L}$$

et comme la seconde équation du système (4) peut s'écrire :

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{\operatorname{tang} D}{\cos P},$$

il en résulte que l'on obtiendra la valeur de p' en cherchant la valeur de la tangente de l'angle aigu inscrit sur la courbe β qui passe par le point dont l'abscisse est L et l'ordonnée $90^\circ - Z_\varphi$.

Cette valeur de tang β est fournie immédiatement par une table annexée aux Tables graphiques et on lui donnera le signe + ou le signe — selon que Z_φ est compté à partir du pôle élevé ou du pôle abaissé.

485. *Remarque VII.* — Les Tables graphiques permettent également de trouver, sans calculs et sans constructions, et de la manière la plus simple qui soit : le nom d'un astre dont on a la hauteur et le relèvement; l'heure du lever ou du coucher vrai et le relèvement de l'astre au même instant; l'instant des circonstances favorables au calcul d'heure et la hauteur correspondante; la route et la distance orthodromiques entre deux points et tous les problèmes concernant la navigation par arc de grand cercle.

Nous n'étudierons pas ici ces diverses questions qui sont exposées en détail dans les Tables graphiques elles-mêmes.

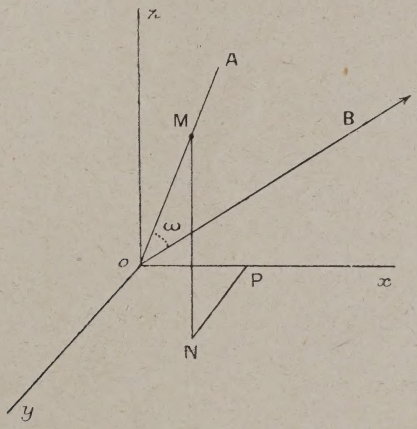
486. *Remarque VIII.* — Les Tables graphiques agrandies et disposées de manière à permettre la lecture de la hauteur à la minute de degré constitueront un procédé extrêmement pratique, précis et rapide pour la détermination du point observé, ainsi que nous l'avons vu précédemment (421).

NOTE II.

RELATION ENTRE L'ANGLE DE DEUX DEMI-DROITES CONCOURANTES ET LES ANGLES QU'ELLES FORMENT AVEC TROIS AXES RECTANGULAIRES PASSANT PAR LEUR POINT DE CONCOURS.

487. Soient (*fig.* 195) ox, oy, oz les trois axes rectangulaires; oA et oB les deux demi-droites; ω l'angle qu'elles forment entre elles; α, β, γ les angles

Fig. 195.



que oA forme avec ox, oy et oz; α', β', γ' les angles que oB forme avec ces trois mêmes axes.

D'un point quelconque M, pris sur oA, à une distance $o\mathrm{A} = l$ du point o, abaissons MN perpendiculaire sur le plan xoy et, dans ce plan, menons NP perpendiculaire sur ox.

On sait que oP, PN et NM seront des segments égaux aux projections de oM sur les axes ox, oy, oz, de sorte que l'on aura toujours :

$$\overline{o\mathrm{P}} = l\cos(ox,\ o\mathrm{A}) = l\cos\alpha, \qquad \overline{\mathrm{PN}} = l\cos(oy,\ o\mathrm{A}) = l\cos\beta,$$
$$\overline{\mathrm{NM}} = l\cos(oz,\ o\mathrm{A}) = l\cos\gamma.$$

D'ailleurs, oM étant la résultante du contour oPNM, on a aussi :

$$\mathrm{Pr}\,\overline{o\mathrm{M}} = \mathrm{Pr}\,\overline{o\mathrm{P}} + \mathrm{Pr}\,\overline{\mathrm{PN}} + \mathrm{Pr}\,\overline{\mathrm{NM}},$$

de sorte qu'en projetant sur $o\mathrm{B}$ il vient :

$$l\cos\omega = l\cos\alpha\cos(ox, o\mathrm{B}) + l\cos\beta\cos(oy, o\mathrm{B}) + l\cos\gamma\cos(oz, o\mathrm{B}),$$

c'est-à-dire,

$$\cos\omega = \cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma'.$$

Telle est la relation cherchée. Elle est très importante et nous aurons à l'utiliser dans la Note suivante.

NOTE III.

COMPLÉMENTS THÉORIQUES SUR LA COMPENSATION DES COMPAS.

488. Dans le Chapitre II (IV) nous avons établi expérimentalement les principes indispensables pour comprendre la compensation pratique d'un compas et nous avons admis, sans démonstration, la formule d'A. Smith qui nous donne la déviation, à un cap quelconque, en fonction de coefficients caractérisant les actions des fers de diverses natures que renferme le navire.

Dans la présente Note, nous allons démontrer les théorèmes qui ont permis d'arriver à définir la constitution du navire au point de vue magnétique et, par suite, d'établir la formule d'A. Smith, base des méthodes de compensation actuellement employées.

Les résultats constamment parfaits obtenus par ces méthodes sont une justification complète de l'exactitude de la très intéressante théorie que nous allons exposer.

Constitution du navire au point de vue magnétique.

489. *Considérations générales.* — Tout navire moderne, même quand sa coque est en bois, renferme de nombreuses pièces métalliques : ces pièces sont, en général, constituées par de l'acier doux, c'est-à-dire, par un fer qui n'est ni du fer absolument dur, ni du fer absolument doux.

Dans ces conditions *nous admettrons qu'au point de vue magnétique une pièce métallique quelconque peut être remplacée, théoriquement, par une tige de fer dur et une tige de fer doux, ces deux tiges étant superposées, chacune agissant comme si elle était seule et leurs dimensions étant telles que leurs influences combinées produisent à tout instant, sur le compas, la même action que la pièce métallique unique qu'elles remplacent.*

Il résulte de là qu'un navire doit être considéré, théoriquement, comme renfermant, disséminées un peu partout à son bord, un certain nombre de tiges de fer dur et de fer doux, de sorte que la déviation du compas, à un cap quelconque, sera le résultat de l'action combinée de toutes ces tiges fictives.

Nous sommes ainsi conduits à étudier, d'abord séparément, puis collectivement, les effets produits par ces diverses tiges : les tiges de fer dur étant des aimants permanents représenteront le magnétisme permanent du navire; les tiges de fer doux représenteront son magnétisme induit.

Pour faire cette étude, nous supposerons que l'aiguille du compas peut être considérée comme infiniment courte par rapport à la distance qui sépare son pivot de l'un quelconque des pôles des tiges perturbatrices ou compensatrices :

cette hypothèse équivaut, somme toute, à regarder l'aiguille du compas comme confondue, théoriquement, avec le centre même de la rose.

Dans tout ce qui suit, nous appellerons *axe longitudinal* un axe horizontal mené par le centre du compas, parallèlement au plan longitudinal du navire, et dirigé vers l'avant; nous appellerons *axe transversal*, un axe horizontal, perpendiculaire au plan longitudinal, dirigé sur tribord et passant par le centre de la rose; nous appellerons enfin *axe vertical*, un axe vertical passant par le centre de la rose et dirigé de haut en bas.

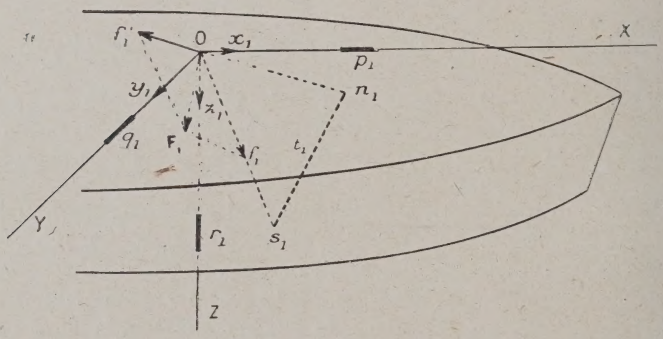
Nous conviendrons aussi de compter les caps magnétiques et les caps au compas, de 0° à 360°, à partir du Nord magnétique ou du Nord du compas, positivement vers l'Est, négativement vers l'Ouest.

Quant aux déviations, suivant l'usage, nous les regarderons comme positives quand elles seront N-E, comme négatives quand elles seront N-W, ce qui cadre d'ailleurs avec la convention précédente.

490. Théorème. — *Toute tige de fer dur t_1 (fig. 196), existant à bord d'un navire, peut être remplacée, théoriquement, par trois aimants permanents disposés convenablement et une fois pour toutes : l'un p_1 le long de l'axe longitudinal, un second q_1 le long de l'axe transversal et un troisième r_1 le long de l'axe vertical.*

En effet, la tige t_1 étant un aimant permanent, de position fixe à bord du navire,

Fig. 196.



il est évident que la résultante des actions combinées des extrémités n_1 et s_1 de cette tige sur l'extrémité nord de l'aiguille du compas sera une certaine force F_1, d'intensité constante et de direction invariable par rapport à OX, OY et OZ.

Il résulte de là que les composantes Ox_1, Oy_1 et Oz_1 de F_1 suivant les trois axes OX, OY et OZ seront aussi des forces constantes en intensité et en direction.

Il est alors évident que trois aimants p_1, q_1, r_1, convenablement choisis et disposés, une fois pour toutes, sur OX, OY et OZ, pourront produire sur l'aiguille des actions respectivement égales à Ox_1, Oy_1 et Oz_1 et que, par suite, la tige t_1 pourrait être enlevée et remplacée, théoriquement, par les aimants p_1, q_1 et r_1.

491. Corollaire. — *Le magnétisme permanent d'un navire peut toujours être*

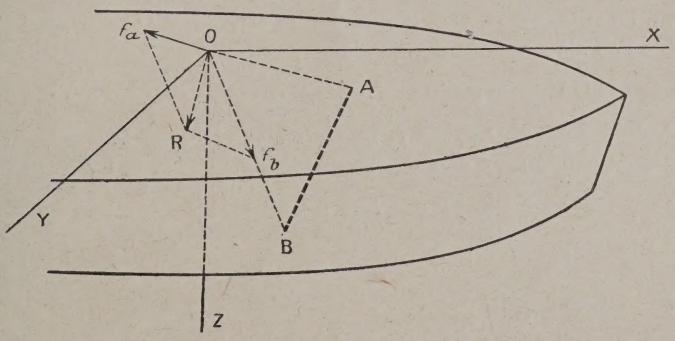
considéré, théoriquement, comme produit par trois aimants P, Q, R, *disposés convenablement et une fois pour toutes : le premier* P *le long de l'axe longitudinal ; le second* Q *le long de l'axe transversal et le troisième* R *le long de l'axe vertical.*

En appliquant, en effet, le théorème précédent à toutes les tiges de fer dur que renferme le navire, on voit que les effets du magnétisme permanent du navire peuvent être considérés comme produits par un certain nombre d'aimants p_1, p_2, p_3, ..., q_1, q_2, q_3, ..., r_1, r_2, r_3, ..., disposés le long des axes OX, OY et OZ. Il est alors évident, que l'action combinée de p_1, p_2, p_3, ... pourrait être remplacée par celle d'un aimant unique P convenablement choisi et disposé sur OX ; et que, pareillement, les actions combinées des aimants q_1, q_2, q_3, ..., r_1, r_2, r_3, ... pourraient être remplacées respectivement par celles d'aimants uniques Q et R disposés sur OY et OZ.

492. Théorème. — *Quand un navire renferme une tige de fer doux, l'action magnétique exercée par cette tige sur la pointe nord du compas, bien que variable en intensité avec le cap, s'exerce toujours parallèlement à une direction invariable par rapport aux axes du navire.*

Soit, en effet, AB (*fig.* 197) la tige de fer doux considérée. Appelons f_a et f_b

Fig. 197.



les actions magnétiques exercées par les extrémités A et B sur la pointe nord du compas quand le cap est C_m. On sait, d'après la loi de Coulomb, que l'on a :

$$(1) \qquad f_a = \frac{mm'}{\overline{OA}^2}, \qquad f_b = \frac{mm'}{\overline{OB}^2},$$

m désignant la masse magnétique de l'extrémité nord du compas et m' celle de chacune des extrémités du barreau AB.

Si le navire change de cap, les intensités de f_a et f_b varieront nécessairement, car si m, OA et OB restent invariables, la masse magnétique m' des extrémités du barreau AB a varié (202). Si donc nous désignons par f'_a et f'_b les nouvelles intensités des forces émanant de A et de B, et par m'' la nouvelle masse magné-

tique des extrémités A et B, on aura :

$$(2) \qquad f'_a = \frac{mm''}{\overline{OA}^2}, \qquad f'_b = \frac{mm''}{\overline{OB}^2}.$$

Les relations (1) et (2) montrent alors que l'on a :

$$\frac{f_a}{f_b} = \frac{f'_a}{f'_b}.$$

Il résulte de là que, lorsque le navire évolue, le parallélogramme $Of_a Rf_b$ se déforme, mais en restant semblable à lui-même, l'angle $f_a Of_b$ restant toujours égal au supplément de l'angle constant AOB.

La direction de la diagonale de ce parallélogramme reste donc nécessairement parallèle à OR, quel que soit le cap, puisque f_a et f_b restent constamment parallèles aux directions OA et OB qui sont fixes à bord du navire.

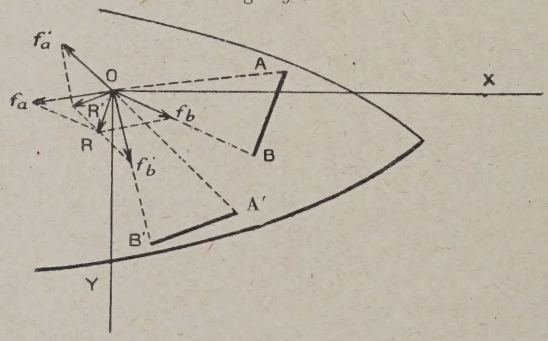
493. Corollaire. — *Si deux tiges horizontales de fer doux, placées à bord d'un navire, sont identiques et telles que la seconde occupe la position que prendrait la première après une rotation de n° autour du centre du compas, la direction de l'action magnétique que la deuxième tige exerce sur le compas, est celle que l'on obtiendrait en faisant également tourner de n°, dans le même sens, l'action magnétique de la première.*

Soient, en effet, AB et A′B′ (*fig.* 198) deux tiges identiques disposées de telle sorte que l'on ait :

$$OA' = OA, \qquad OB' = OB, \qquad AOA' = BOB' = n°.$$

En désignant par f_a, f_b, f'_a et f'_b les actions exercées par les extrémités A, B, A′, B′ sur la pointe nord de l'aiguille du compas; par m la masse magnétique

Fig. 198.



de l'extrémité nord de cette aiguille; par m' la masse magnétique des extrémités A et B et par m'' la masse magnétique des extrémités A′ et B′, on voit que l'on aura :

$$f_a = \frac{mm'}{\overline{OA}^2}, \qquad f_b = \frac{mm'}{\overline{OB}^2}, \qquad f'_a = \frac{mm''}{\overline{OA}^2}, \qquad f'_b = \frac{mm''}{\overline{OB}^2},$$

et, par suite,

$$\frac{f_a}{f'_a} = \frac{f_b}{f'_b}.$$

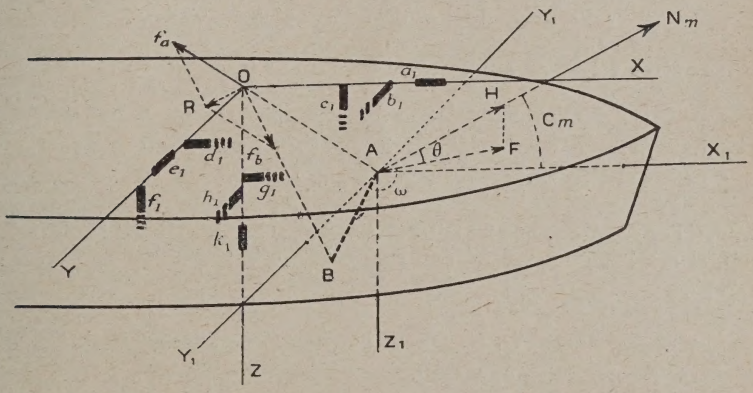
Comme, en outre, les angles f_a O f_b et f'_a O f'_b sont évidemment égaux, les deux parallélogrammes f_a O f_b R et f'_a O f'_b R′ sont semblables.

Il en résulte que, puisque f'_a et f'_b sont les directions que prendraient f_a et f_b après une rotation de n^o sur la droite, OR′ sera également la direction que prendrait OR après une rotation de n^o dans le même sens.

494. Théorème. — *Toute tige de fer doux située à bord d'un navire peut être remplacée, théoriquement, par neuf tiges de fer doux disposées une fois pour toutes : trois sur l'axe longitudinal, trois sur l'axe transversal et trois sur l'axe vertical, les tiges de chaque groupe étant parallèles aux trois axes* OX, OY *et* OZ *du navire.*

Soient O (*fig.* 199) le centre du compas, AB la tige de fer doux occupant une position quelconque à bord du navire, AF la direction de l'intensité magnétique

Fig. 199.



terrestre dans le lieu où se trouve le navire et ω l'angle que AF = $\mathcal{H}$ forme avec AB quand le cap magnétique est C_m.

Par l'extrémité A du barreau AB menons trois axes auxiliaires AX_1, AY_1, et AZ_1, respectivement parallèles à OX, OY, OZ et appelons :

α, β, γ les angles, *variables avec le cap*, que F forme avec AX_1, AY_1 et AZ_1;
α′, β′, γ′ les angles, *invariables à bord*, que AB forme avec AX_1, AY_1 et AZ_1.

Il est clair que si nous projetons la force AF sur le plan horizontal X_1AY_1, nous aurons en AH la force horizontale terrestre H et en A N_m la direction de la méridienne magnétique, de sorte que l'angle $N_m AX_1$ est égal au cap magnétique C_m.

Ceci posé, si OR est la résultante des actions combinées des extrémités A et B sur la pointe nord de l'aiguille du compas, en désignant par α, β, γ les

angles, *invariables à bord* (492), que OR forme avec OX, OY, OZ, on aura :

$$R_X = R\cos\alpha'', \qquad R_Y = R\cos\beta'', \qquad R_Z = R\cos\gamma'',$$

R_X, R_Y, R_Z étant les composantes de R suivant OX, OY, OZ.

D'ailleurs, comme on sait que le magnétisme induit développé aux extrémités A et B par l'action terrestre est proportionnel à F et à cos ω, R sera évidemment fonction de ces deux mêmes quantités et, par suite, nous pourrons poser :

$$R = m F\cos\omega,$$

m étant un paramètre caractérisant les dimensions du barreau AB et sa distance au point O.

Remplaçant R par sa valeur dans les expressions de R_X, R_Y et R_Z il vient :

$$(1)\qquad \begin{cases} R_X = m F\cos\omega\cos\alpha'', \\ R_Y = m F\cos\omega\cos\beta'', \\ R_Z = m F\cos\omega\cos\gamma''. \end{cases}$$

Or on sait que les angles α, β, γ, α′, β′, γ′ sont liés par la relation générale :

$$\cos\omega = \cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma'.$$

Portant cette valeur de cos ω dans les relations (1) il vient :

$$(2)\qquad \begin{cases} R_X = m F\cos\alpha\cos\alpha'\cos\alpha'' + m F\cos\beta\cos\beta'\cos\alpha'' + m F\cos\gamma\cos\gamma'\cos\alpha'', \\ R_Y = m F\cos\alpha\cos\alpha'\cos\beta'' + m F\cos\beta\cos\beta'\cos\beta'' + m F\cos\gamma\cos\gamma'\cos\beta'', \\ R_Z = m F\cos\alpha\cos\alpha'\cos\gamma'' + m F\cos\beta\cos\beta'\cos\gamma'' + m F\cos\gamma\cos\gamma'\cos\gamma''. \end{cases}$$

Enfin, si l'on remarque que les trièdres $AX_1 FN_m$ et $AY_1 FN_m$ ont le dièdre AN_m droit, et que l'angle $Z_1 AF$ est égal à 90° — θ, on voit que l'on peut poser :

$$\cos\alpha = \cos\theta\cos C_m,$$
$$\cos\beta = \cos\theta\cos(Y_1, N_m) = \cos\theta\cos(90° + C_m) = -\cos\theta\sin C_m,$$
$$\cos\gamma = \cos(90° - \theta) = \sin\theta.$$

Portant ces valeurs dans les relations (2) on obtient :

$$R_X = m F\cos\theta\cos\alpha'\cos\alpha''\cos C_m - m F\cos\theta\cos\beta'\cos\alpha''\sin C_m + m F\cos\gamma'\cos\alpha''\sin\theta,$$
$$R_Y = m F\cos\theta\cos\alpha'\cos\beta''\cos C_m - m F\cos\theta\cos\beta'\cos\beta''\sin C_m + m F\cos\gamma'\cos\beta''\sin\theta,$$
$$R_Z = m F\cos\theta\cos\alpha'\cos\gamma''\cos C_m - m F\cos\theta\cos\beta'\cos\gamma''\sin C_m + m F\cos\gamma'\cos\gamma''\sin\theta,$$

ou encore, en remplaçant $F\cos\theta$ par H et $F\sin\theta$, ou V, par $H\operatorname{tang}\theta$:

$$(3)\qquad \begin{cases} R_X = m H\cos\alpha'\cos\alpha''\cos C_m - m H\cos\beta'\cos\alpha''\sin C_m + m H\cos\gamma'\cos\alpha''\operatorname{tang}\theta, \\ R_Y = m H\cos\alpha'\cos\beta''\cos C_m - m H\cos\beta'\cos\beta''\sin C_m + m H\cos\gamma'\cos\beta''\operatorname{tang}\theta, \\ R_Z = m H\cos\alpha'\cos\gamma''\cos C_m - m H\cos\beta'\cos\gamma''\sin C_m + m H\cos\gamma'\cos\gamma''\operatorname{tang}\theta. \end{cases}$$

Ces trois dernières relations nous montrent :

1° que R_X peut être considérée comme la résultante de trois forces, agissant suivant OX, et ayant pour valeurs :

$$\begin{aligned} a_1 &= \quad m\,H\cos\alpha'\cos\alpha''\cos C_m, \\ b_1 &= -\,m\,H\cos\beta'\cos\alpha''\sin C_m, \\ c_1 &= \quad m\,H\cos\gamma'\cos\alpha''\operatorname{tang}\theta ; \end{aligned}$$

2° que R_Y peut être considérée comme la résultante de trois forces, agissant suivant OY, et ayant pour valeurs :

$$\begin{aligned} d_1 &= \quad m\,H\cos\alpha'\cos\beta''\cos C_m, \\ e_1 &= -\,m\,H\cos\beta'\cos\beta''\sin C_m, \\ f_1 &= \quad m\,H\cos\gamma'\cos\beta''\operatorname{tang}\theta ; \end{aligned}$$

3° que R_Z peut être considérée comme la résultante de trois forces, agissant suivant OZ, et ayant pour valeurs :

$$\begin{aligned} g_1 &= \quad m\,H\cos\alpha'\cos\gamma''\cos C_m, \\ h_1 &= -\,m\,H\cos\beta'\cos\gamma''\sin C_m, \\ k_1 &= \quad m\,H\cos\gamma'\cos\gamma''\operatorname{tang}\theta. \end{aligned}$$

Ceci posé, il est facile de voir que chacune des forces $a_1, b_1, \ldots, k_1$ peut être considérée comme représentant l'action d'une tige de fer doux convenablement choisie et disposée.

Considérons, tout d'abord, les composantes de R_X. La force a_1, étant proportionnelle à H et à cos C_m, il en résulte qu'une tige de fer doux ayant pour paramètre la quantité constante $m\cos\alpha'\cos\alpha''$ et disposée le long de OX, produirait sur l'extrémité nord de l'aiguille du compas, une action dont la valeur aurait précisément pour expression $m\,H\cos\alpha'\cos\alpha''\cos C_m$, c'est-à-dire a_1.

De même la force b_1 étant proportionnelle à H et à $-\sin C_m$, c'est-à-dire à H et à cos $(C_m + 90°)$, il en résulte qu'une tige de fer doux très longue ayant pour paramètre la quantité constante $m\cos\beta'\cos\alpha''$, et disposée parallèlement à OY, l'une de ses extrémités reposant sur OX, produirait sur l'extrémité nord de l'aiguille du compas une action ayant pour valeur :

$$m\,H\cos(90° + C_m)\cos\beta'\cos\alpha'' = -\,m\,H\cos\beta'\cos\alpha''\sin C_m,$$

c'est-à-dire égale à b_1.

Enfin la force c_1 étant proportionnelle à H et à tang θ, une tige de fer doux verticale et très longue, ayant pour paramètre la quantité constante $m\cos\gamma'\cos\alpha''$ et reposant sur OX par l'une de ses extrémités, produirait sur l'extrémité nord de l'aiguille du compas une action égale à $m\,H\operatorname{tang}\theta\cos\gamma'\cos\alpha''$, c'est-à-dire égale à c_1.

Les trois composantes de R_X peuvent donc bien être considérées comme représentant l'action magnétique de trois tiges de fer doux a_1, b_1, c_1, convenablement disposées sur l'axe OX.

Nous verrions exactement de même que les composantes de R_Y et de R_Z peuvent être considérées comme représentant l'action magnétique de six tiges

de fer doux d_1, e_1, f_1 et g_1, h_1, k_1 disposées convenablement, les trois premières sur OY et les trois dernières sur OZ, comme l'indique la figure 199.

Il nous reste maintenant à montrer que si les tiges a_1, b_1, ..., k_1 représentent, dans un certain lieu, le magnétisme induit résultant de l'action de la tige AB, elles le représenteront encore en tout autre lieu.

En effet, le navire se trouvant en un second lieu où la force horizontale a pour valeur H′ et l'inclinaison la valeur θ′, les composantes de l'action magnétique R′ de AB, calculées comme précédemment, auraient pour valeurs nouvelles :

$$R'_X = m H' \cos\alpha' \cos\alpha'' \cos C_m - m H' \cos\beta' \cos\alpha'' \sin C_m + m H' \cos\gamma' \cos\alpha'' \tan\theta',$$
$$R'_Y = m H' \cos\alpha' \cos\beta'' \cos C_m - m H' \cos\beta' \cos\beta'' \sin C_m + m H' \cos\gamma' \cos\beta'' \tan\theta',$$
$$R'_Z = m H' \cos\alpha' \cos\gamma'' \cos C_m - m H' \cos\beta' \cos\gamma'' \sin C_m + m H' \cos\gamma' \cos\gamma'' \tan\theta',$$

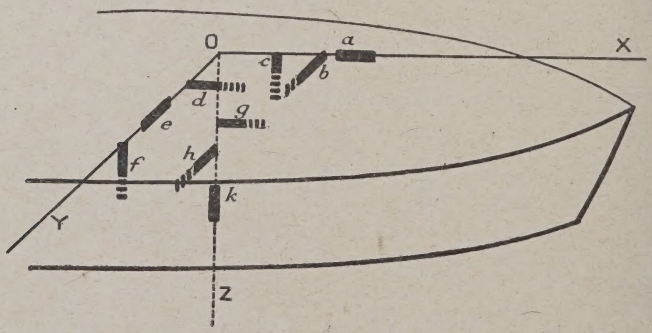
puisque m, α', α'', β', β'', γ', γ'' sont des quantités ne dépendant pas de la position du navire sur le Globe et puisque H et θ seules ont varié.

Les divers termes de R'_X, R'_Y, R'_Z représentent donc bien encore les actions produites par les tiges a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1, h_1, k_1 dans le second lieu puisque les paramètres de ces diverses tiges ne dépendent que de m, α', α'', β', β'', γ' et γ'', c'est-à-dire de quantités indépendantes de la position du navire sur le Globe.

495. Corollaire. — *Le magnétisme induit d'un navire peut être considéré comme produit uniquement par neuf tiges de fer doux a, b, c, d, e, f, g, h, k, parallèles aux axes* OX, OY, OZ *et disposés convenablement, une fois pour toutes, les trois premières sur l'axe* OX, *les trois suivantes sur l'axe* OY *et les trois dernières sur l'axe* OZ.

En appliquant en effet le théorème précédent à toutes les tiges de fer doux contenues dans le navire, on voit que le magnétisme induit du bord pourra

Fig. 200.



être considéré comme produit par un certain nombre de tiges a_1, a_2, a_3, ..., b_1 b_2, b_3, ..., c_1, c_2, c_3, ..., k_1, k_2, k_3, ..., disposées sur OX, OY et OZ.

Il est alors évident que l'action des tiges a_1, a_2, a_3, ... pourra être remplacée

par celle d'une tige unique a; celle des tiges b_1, b_2, b_3, ..., par l'action d'une tige unique b; et de même pour les tiges c_1, c_2, c_3 ....

496. *Remarque I.* — Les tiges b et c devant agir suivant OX, il s'ensuit nécessairement, que ces deux tiges doivent être considérées comme n'agissant que par celle de leurs extrémités qui repose sur OX, ce qui équivaut à regarder ces tiges comme ayant une longueur infinie. Il en est d'ailleurs de même des tiges d, f, g et h. Quant aux tiges a, e et k, elles ont évidemment des longueurs finies.

497. *Remarque II.* — Il résulte du corollaire et de la remarque qui précèdent que le magnétisme induit du navire peut être considéré comme produit par neuf tiges a, b, c, d, e, f, g, h, k disposées convenablement, et une fois pour toutes, comme l'indique la figure 200. Dans cette figure on a prolongé par un trait pointillé celles de ces tiges qui doivent être considérées comme infiniment longues.

498. *Remarque III.* — Tout fer doux horizontal, rayonnant vers le centre du compas, peut être considéré comme composé d'un ou de deux tronçons dont les extrémités sont symétriquement disposées par rapport au centre du compas.

Il est clair, en effet, que quel que soit le cap C_m du navire, l'action combinée des tiges symétriques M_1 et M'_1 (*fig.* 201) sera de même sens que l'action de la

Fig. 201.

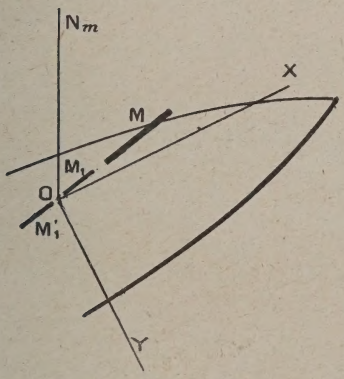
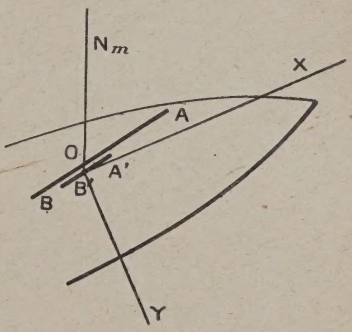


Fig. 202.



tige unique M et, par suite, en choisissant convenablement les dimensions et la distance des tiges M_1 et M'_1, au point O, ces tiges produiront sur la pointe nord de l'aiguille du compas la même déviation que M.

Si la tige, au lieu d'être tout entière d'un même coté du point O, passait en dessous en débordant la rose du compas (*fig.* 202), comme la tige AB par exemple, il est évident que si B est l'extrémité active, une tige A′ B′ de dimensions convenablement choisies, et dont les extrémités A′ et B′ seraient symétriquement disposées par rapport au point O, pourrait produire le même effet que AB.

D'ailleurs comme les tiges M, M′ et M'_1 (ou AB et A′ B′) ont la même orien-

tation, leurs orientations varient toujours dans le même sens, de sorte que si les tiges symétriques remplacent les tiges dissymétriques en un certain lieu et pour un certain cap, elles les remplaceront encore en tout autre lieu et à tout autre cap.

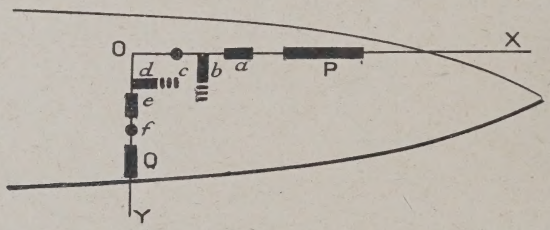
Il résulte de là que les tiges a, e, k peuvent, à volonté, être considérées comme tout entières d'un même côté du centre du compas ou comme formées de deux tronçons symétriques par rapport à ce centre.

499. *Remarque IV.* — Quand un navire est droit, ce qui est le cas habituel d'un navire à vapeur par temps calme, les tiges R, g, h, k n'ont d'autre effet que de donner à l'aiguille du compas une certaine inclinaison par rapport au plan XOY.

Comme cette inclinaison serait très gênante, on la fait habituellement disparaître en lestant convenablement la rose avec de petits contrepoids en cuivre.

Lorsqu'une rose est ainsi équilibrée elle n'obéit plus, évidemment, qu'aux seules forces horizontales provenant de l'action de la terre et des fers du navire. Autrement dit, la rose équilibrée s'orientera suivant la direction de la résultante de la force horizontale terrestre et des actions magnétiques horizontales provenant des fers du navire. Les seuls fers donnant lieu à des forces horizontales étant les tiges P, Q, a, b, c, d, e, f, on voit donc que, lorsque le navire est droit, son magnétisme permanent se réduit aux aimants P et Q, et son magnétisme induit, aux tiges a, b, c, d, e, f, ces tiges étant disposées comme l'indique la figure 203.

Fig. 203.



L'ensemble de tous ces fers représente donc la constitution du navire droit, au point de vue magnétique.

500. Théorème. — *Lorsque les fers doux d'un navire sont symétriquement disposés par rapport au plan* XZ *ou au plan* YZ *passant par le centre de la rose, les forces b, d, f, h dans le premier cas, b, d, c, g dans le second et, par suite, les tiges du même nom qui les remplacent, s'évanouissent.*

Il est évident, en effet, que si les fers doux sont symétriques par rapport au plan XZ (*fig.* 204) ou YZ (*fig.* 205) à toute tige pouvant être remplacée par les tiges $a_1, b_1, c_1, \ldots, k_1$, correspond une seconde tige identique mais symétrique par rapport à ce plan pouvant, par suite, être remplacée par des tiges $a'_1, b'_1, c'_1, \ldots, k'_1$, identiques aux précédentes, mais symétriquement disposées par rapport au plan de symétrie.

Il suffit alors d'examiner les figures 204 et 205 avec soin pour voir que les tiges b, et b'_1; d_1 et d'_1; f_1 et f'_1; h_1 et h'_1 se neutralisent, d'où il résulte bien que l'on a :

$$b = d = f = h = 0$$

Fig. 204.

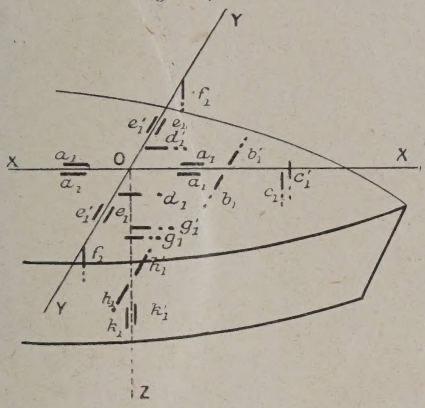
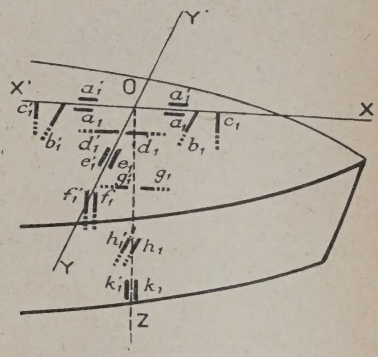


Fig. 205.



dans le cas de la première figure et

$$b = d = c = g = 0$$

dans le cas de la seconde.

501. *Définitions.* — On appelle *force directrice vers le nord* et l'on désigne par f_n la force qui, à bord d'un navire, tend à maintenir l'aiguille du compas parallèle à la méridienne magnétique.

On appelle *force déviatrice vers l'est* et l'on désigne par f_e la force qui sollicite l'aiguille aimantée perpendiculairement à la méridienne magnétique, c'est-à-dire parallèlement à la ligne EO magnétique.

Ces deux forces sont évidemment les composantes, parallèlement aux lignes NS et EO magnétiques, de la résultante de l'action combinée de la Terre et des fers du navire sur l'extrémité nord de l'aiguille du compas.

502. Théorème. — *La tangente de la déviation est égale au rapport de la force déviatrice vers l'est à la force directrice vers le nord.*

ON_m (*fig.* 206) étant la direction de la méridienne magnétique, ON celle de l'aiguille du compas et On la résultante de l'action combinée de la Terre et des fers sur la pointe nord de l'aiguille du compas, en abaissant du point n des perpendiculaires sur ON_m et OE_m nous aurons, d'après ce que nous venons de dire :

$$f_n = Of_n, \qquad f_e = Of_e$$

et

$$N_m ON = \delta,$$

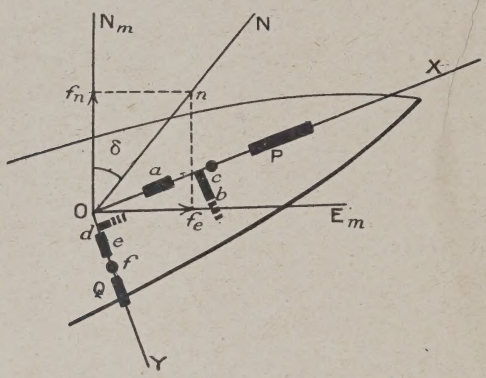
de sorte que le triangle rectangle $n\,O\,f_n$ donne :

$$nf_n = Of_n \tang \delta, \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad f_e = f_n \tang \delta.$$

On en déduit :

$$\tang \delta = \frac{f_e}{f_n}.$$

Fig. 206.



503. *Expressions algébriques de la force directrice vers le nord et de la force déviatrice vers l'est lorsque le navire est droit.* — Pour trouver les expressions algébriques des forces f_n et f_e soient O (*fig.* 206) la pointe nord de l'aiguille du compas, *cette aiguille étant supposée confondue avec le centre de la rose*; ON_m la ligne nord-sud magnétique; OE_m la ligne est-ouest magnétique et OnN la direction prise par l'aiguille du compas sous l'action combinée de la Terre et des fers du navire.

La figure montre que l'on a :

$$C_m = N_m OX = E_m OY, \qquad C_c = NOX, \qquad \delta = N_m ON.$$

Le navire étant supposé droit et sa rose équilibrée, de manière à rester horizontale, nous savons que la pointe nord de l'aiguille du compas sera soumise :

1° parallèlement à ON_m à l'action de la force horizontale terrestre H;

2° parallèlement à OX, à l'action simultanée des fers P, *a*, *b* et *c*, de sorte qu'en désignant par P la force constante produite par le fer P et par *a*, *b*, *c*, des paramètres caractérisant les dimensions des tiges *a*, *b*, *c* et leurs distances au point O, la force qui sollicite la pointe nord de l'aiguille dans la direction OX aura pour expression :

$$X = P + aH \cos C_m - bH \sin C_m + cH \tang \theta;$$

3° parallèlement à OY, à l'action simultanée des fers Q, *d*, *e*, *f*. Par conséquent, en désignant par Q la force constante produite par le fer Q et par *d*, *e*, *f* des paramètres caractérisant les dimensions des tiges *d*, *e*, *f* et leurs distances au point O,

la force qui sollicite la pointe nord de l'aiguille dans la direction OY aura pour expression :

$$Y = Q + d\,H\cos C_m - e\,H\sin C_m + f\,H\tang\theta.$$

Ceci posé, puisque ON est la direction prise par l'aiguille du compas et On la résultante des actions combinées du magnétisme terrestre et les forces X et Y, on aura, en projetant sur un axe horizontal quelconque :

$$\text{Proj.}\overrightarrow{On} = \text{Proj.}H + \text{Proj.}X + \text{Proj.}Y,$$

de sorte qu'en projetant successivement sur ON_m et sur OE_m, on a :

$$f_n = H + X\cos C_m + Y\cos(90^\circ + C_m) = H + X\cos C_m - Y\sin C_m,$$
$$f_e = X\cos(90^\circ - C_m) + Y\cos C_m = X\sin C_m + Y\cos C_m,$$

c'est-à-dire, en remplaçant X et Y par leurs valeurs :

$$f_n = H + P\cos C_m + a\,H\cos^2 C_m - b\,H\sin C_m\cos C_m + c\,H\tang\theta\cos C_m - Q\sin C_m - d\,H\cos C_m\sin C_m + e\,H\sin^2 C_m - f\,H\tang\theta\sin C_m,$$
$$f_e = P\sin C_m + a\,H\cos C_m\sin C_m - b\,H\sin^2 C_m + c\,H\tang\theta\sin C_m + Q\cos C_m + d\,H\cos^2 C_m - e\,H\sin C_m\cos C_m + f\,H\tang\theta\cos C_m,$$

ou encore :

$$f_n = H + (P + c\,H\tang\theta)\cos C_m - (Q + f\,H\tang\theta)\sin C_m - \frac{b+d}{2}H\sin 2C_m + a\,H(1 - \sin^2 C_m) + e\,H\sin^2 C_m,$$
$$f_e = (P + c\,H\tang\theta)\sin C_m + (Q + f\,H\tang\theta)\cos C_m + \frac{a+e}{2}H\sin 2C_m + d\,H - (b+d)\,H\sin^2 C_m,$$

ce qui peut s'écrire :

$$f_n = H + (P + c\,H\tang\theta)\cos C_m - (Q + f\,H\tang\theta)\sin C_m - \frac{b+d}{2}H\sin 2C_m + a\,H - (a-e)\,H\sin^2 C_m,$$
$$f_e = (P + c\,H\tang\theta)\sin C_m + (Q + f\,H\tang\theta)\cos C_m + \frac{a-e}{2}H\sin 2C_m + d\,H - (b+d)\,H\sin^2 C_m,$$

c'est-à-dire en remplaçant $\sin^2 C_m$ par $\frac{1 - \cos 2C_m}{2}$ et en simplifiant :

$$f_n = H\left(1 + \frac{a+e}{2}\right) + (P + c\,H\tang\theta)\cos C_m - (Q + f\,H\tang\theta)\sin C_m + \frac{a-e}{2}H\cos 2C_m - \frac{b+d}{2}H\sin 2C_m,$$
$$f_e = \frac{d-b}{2}H + (P + c\,H\tang\theta)\sin C_m + (Q + f\,H\tang\theta)\cos C_m + \frac{a-e}{2}H\sin 2C_m + \frac{b+d}{2}H\cos 2C_m.$$

Posant alors, selon l'usage,

$$\lambda = 1 + \frac{a+e}{2}, \qquad \lambda\mathfrak{A} = \frac{d-b}{2}, \qquad \lambda\mathfrak{B} = \frac{P + cH\tang\theta}{H},$$
$$\lambda\mathfrak{C} = \frac{Q + fH\tang\theta}{H}, \qquad \lambda\mathfrak{D} = \frac{a-e}{2}, \qquad \lambda\mathfrak{E} = \frac{b+d}{2},$$

il vient finalement :

$$f_n = \lambda H + \lambda H\mathfrak{B}\cos C_m - \lambda H\mathfrak{C}\sin C_m + \lambda H\mathfrak{D}\cos 2C_m - \lambda H\mathfrak{E}\sin 2C_m,$$
$$f_e = \lambda H\mathfrak{A} + \lambda H\mathfrak{B}\sin C_m + \lambda H\mathfrak{C}\cos C_m + \lambda H\mathfrak{D}\sin 2C_m + \lambda H\mathfrak{E}\cos 2C_m,$$

expressions très importantes à retenir, car elles nous seront fort utiles par la suite.

504. *Remarque.* — *Si les fers doux sont symétriquement disposés par rapport au plan* XZ, *ou au plan* XY, *les termes* $\mathfrak{A}$ *et* $\mathfrak{E}$ *s'évanouissent* puisque, dans les deux cas, $d = b = 0$. En outre, dans le premier cas, f étant nul, le coefficient $\mathfrak{C}$ devient :

$$\mathfrak{C} = \frac{Q}{\lambda H},$$

tandis que, dans le second, c s'annulant, le coefficient $\mathfrak{B}$ devient :

$$\mathfrak{B} = \frac{P}{\lambda H}.$$

Dans l'un et l'autre cas, les formules donnant f_n et f_e se simplifient donc et deviennent :

$$f_n = \lambda H + \lambda H\mathfrak{B}\cos C_m - \lambda H\mathfrak{C}\sin C_m + \lambda H\mathfrak{D}\cos 2C_m,$$
$$f_e = \lambda H\mathfrak{B}\sin C_m + \lambda H\mathfrak{C}\cos C_m + \lambda H\mathfrak{D}\sin 2C_m.$$

505. Théorème. — *La force directrice vers le nord et la force déviatrice vers l'est ont pour valeurs moyennes respectives* λH *et* $\lambda\mathfrak{A}H$ *quand on donne à* C_m *toutes les valeurs possibles, de degré en degré, depuis* 0° *jusqu'à* 360°.

En effet, si dans les expressions de f_n et de f_e on donne successivement à C_m toutes les valeurs, de 0° à 360°, à toute valeur positive de $\sin C_m$, $\cos C_m$, $\sin 2C_m$ et $\cos 2C_m$ correspondra, dans les tableaux de ces forces, une valeur négative et de même valeur absolue.

Il résulte de là que si l'on fait la somme des 360 valeurs $f_{n_1}, f_{n_2}, \ldots, f_{n_{360}}$ de f_n, et celle des 360 valeurs $f_{e_1}, f_{e_2}, \ldots, f_{e_{360}}$, de f_e, ces sommes ne contiendront que les seuls termes indépendants de C_m. On aura donc :

$$f_{n_1} + f_{n_2} + \ldots + f_{n_{360}} = 360 \times \lambda H,$$
$$f_{e_1} + f_{e_2} + \ldots + f_{e_{360}} = 360 \times \lambda\mathfrak{A}H,$$

d'où :

$$\lambda H = \frac{f_{n_1} + f_{n_2} + \ldots + f_{n_{360}}}{360} = \text{valeur moyenne de } f_n,$$

et

$$\lambda\,\mathfrak{H}\,H = \frac{f_{e_1} + f_{e_2} + \ldots + f_{e_{360}}}{360} = \text{valeur moyenne de } f_e.$$

506. *Remarque.* — La force λH a reçu le nom de *force moyenne vers le Nord* et la force $\lambda\,\mathfrak{H}\,H$ celui de *force moyenne vers l'Est.* L'expérience a montré que λ varie, habituellement, entre 0,85 et 0,95 : sa valeur moyenne est donc 0,90.

Dans certains cas, d'ailleurs très rares, on a trouvé pour λ des valeurs inférieures à 0,85. Quand le coefficient λ est trop faible, la force directrice vers le Nord est également trop faible, de sorte que le compas est paresseux : il dort.

Quand il en est ainsi, on doit changer le compas de place ou placer dans son voisinage, comme nous le verrons plus loin, des fers disposés de manière à faire reprendre à λ une valeur normale.

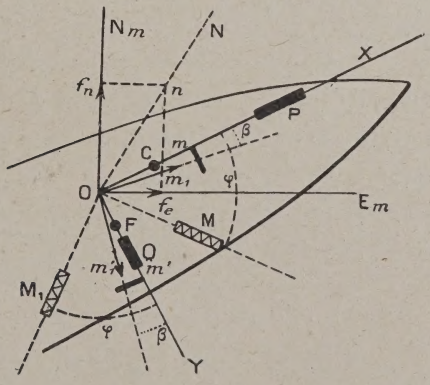
Nous montrerons, plus loin également, comment se calcule la valeur du coefficient λ qui joue un rôle considérable, comme on le voit, au point de vue de la sensibilité des compas.

507. Théorème. — *Quand un navire est droit, les fers doux horizontaux a, b, d, e, peuvent être considérés comme remplacés, au point de vue magnétique :* 1° *par deux tiges horizontales identiques de fer doux m et m', la tige m étant perpendiculaire sur l'axe* OX *et la tige m' occupant la position que prendrait m après une rotation de* 90° *sur tribord;* 2° *par une tige horizontale de fer doux* M, *rayonnant vers le centre du compas, et formant avec* OX *un angle* φ *tel que l'on ait*

$$\text{tang } 2\varphi = \frac{\mathcal{C}}{\mathfrak{D}}.$$

Il est clair que cet important théorème sera démontré si nous prouvons que les composantes f'_n et f'_e, vers le Nord et l'Est magnétiques de la résultante de

Fig. 207.



l'action des forces produites par les fers P, Q, C, F, m, m' et M peuvent être identifiées avec les composantes f_n et f_e calculées précédemment.

Soient donc (*fig.* 207) O m_1 et O m'_1 les forces provenant de l'action des tiges m

et m'. Nous savons (493) que si β est l'angle que O m_1 forme avec OX, l'angle que O m'_1 formera avec OX sera égal à $90^\circ + \beta$.

En désignant alors par m le paramètre des tiges m et m', paramètre qui est le même, puisque ces tiges sont identiques et équidistantes du point O; en désignant, en outre, par c, f et M les paramètres des tiges C, F, M, on voit que la pointe nord de l'aiguille du compas est sollicitée par les forces suivantes :

H	agissant dans le sens	ON_m,
$P + cH\tan\theta$	»	OX,
$mH\cos(90^\circ + C_m) = -mH\sin C_m$	»	Om_1,
$MH\cos(C_m + \varphi)$	»	OM,
$Q + fH\tan\theta$	»	OY,
$mH\cos(180^\circ + C_m) = -mH\cos C_m$	»	Om'_1.

Si donc O n est la résultante de toutes ces forces, c'est-à-dire la direction prise par l'aiguille du compas, on aura, en projetant sur un axe horizontal quelconque :

$$\begin{aligned}\text{Proj.}\overline{On} = {} & \text{Proj. H} + \text{Proj.}(P + cH\tan\theta) + \text{Proj.}(-mH\sin C_m) \\ & + \text{Proj.}MH\cos(C_m + \varphi) + \text{Proj.}(Q + fH\tan\theta) + \text{Proj.}(-mH\cos C_m),\end{aligned}$$

de sorte qu'en projetant successivement sur ON_m et OE_m, il vient :

$$\begin{aligned}f'_n = {} & H + (P + cH\tan\theta)\cos C_m - (Q + fH\tan\theta)\sin C_m \\ & - mH\sin C_m\cos(C_m + \beta) + MH\cos^2(C_m + \varphi) \\ & + mH\cos C_m\sin(C_m + \beta), \\ f'_e = {} & (P + cH\tan\theta)\sin C_m + (Q + fH\tan\theta)\cos C_m \\ & - mH\sin C_m\sin(C_m + \beta) + MH\cos(C_m + \varphi)\sin(C_m + \varphi) \\ & - mH\cos C_m\cos(C_m + \beta),\end{aligned}$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$\begin{aligned}f'_n = {} & H + (P + cH\tan\theta)\cos C_m - (Q + fH\tan\theta)\sin C_m \\ & + \frac{MH}{2}[1 + \cos(2C_m + 2\varphi)] \\ & + mH[\sin(C_m + \beta)\cos C_m - \cos(C_m + \beta)\sin C_m], \\ f'_e = {} & (P + cH\tan\theta)\sin C_m + (Q + fH\tan\theta)\cos C_m \\ & + \frac{MH}{2}\sin(2C_m + 2\varphi) \\ & - mH[\cos(C_m + \beta)\cos C_m + \sin(C_m + \beta)\sin C_m],\end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}f'_n = {} & H\left(1 + \frac{M}{2} + m\sin\beta\right) + (P + cH\tan\theta)\cos C_m \\ & - (Q + fH\tan\theta)\sin C_m + \frac{MH}{2}\cos 2\varphi\cos 2C_m - \frac{MH}{2}\sin 2\sin 2\varphi C_m, \\ f'_e = {} & -mH\cos\beta + (P + cH\tan\theta)\sin C_m + (Q + fH\tan\theta)\cos C_m \\ & + \frac{MH}{2}\cos 2\varphi\sin 2C_m + \frac{MH}{2}\sin 2\varphi\cos 2C_m.\end{aligned}$$

$\lambda\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$ étant les coefficients trouvés précédemment (503) on voit que, si l'on pose :

$$\lambda = 1 + \frac{M}{2} + m\sin\beta, \quad \lambda\mathfrak{A} = -m\cos\beta, \quad \lambda\mathfrak{D} = \frac{M\cos 2\varphi}{2}, \quad \lambda\mathfrak{E} = \frac{M\sin 2\varphi}{2},$$

ce qui est toujours possible puisque ces quatre équations permettent de déterminer M, m, β et φ en fonction de ces coefficients, c'est-à-dire en fonction de a, b, c, d, e, on aura également :

$$\lambda\mathfrak{B} = \frac{P + cH\tang\theta}{H} \qquad \text{et} \qquad \lambda\mathfrak{C} = \frac{Q + fH\tang\theta}{H},$$

de sorte que l'on a bien :

$$f'_n = \lambda H + \lambda H\mathfrak{B}\cos C_m - \lambda H\mathfrak{C}\sin C_m + \lambda H\mathfrak{D}\cos 2C_m - \lambda H\mathfrak{E}\sin 2C_m = f_n,$$
$$f'_e = \lambda H\mathfrak{A} + \lambda H\mathfrak{B}\sin C_m + \lambda H\mathfrak{C}\cos C_m + \lambda H\mathfrak{D}\sin 2C_m + \lambda H\mathfrak{E}\cos 2C_m = f_e.$$

Enfin, si l'on divise l'une par l'autre les valeurs de $\lambda\mathfrak{E}$ et de $\lambda\mathfrak{D}$, on obtient :

$$\tang 2\varphi = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}},$$

ce qui achève de justifier l'énoncé.

508. Corollaire. — *Si l'on adjoint aux tiges* P, Q, m, m', C, F *et* M, *qui représentent le magnétisme du navire, une tige* M_1, *ayant même paramètre que* M *mais orientée perpendiculairement à la tige* M, *les coefficients* $\mathfrak{D}$ *et* $\mathfrak{E}$ *s'évanouissent.*

En effet, lorsque l'aiguille a pris sa position d'équilibre (*fig.* 206) O n, elle est dirigée suivant la direction de la résultante de toutes les forces énumérées dans le théorème précédent et d'une force nouvelle, émanant de M_1 et ayant pour valeur :

$$MH\cos(90° + C_m + \varphi) \quad \text{ou} \quad -MH\sin(C_m + \varphi),$$

puisque la tige M_1 a, par hypothèse, le même paramètre que M.

On aura donc maintenant :

$$f_n = H + mH\sin\beta + (P + cH\tang\theta)\cos C_m - (Q + fH\tang\theta)\sin C_m + MH\cos^2(C_m + \varphi) + MH\sin^2(C_m + \varphi),$$

$$f_e = -mH\cos\beta + (P + cH\tang\theta)\sin C_m + (Q + fH\tang\theta)\cos C_m + MH\cos(C_m + \varphi)\sin(C_m + \varphi) - MH\sin(C_m + \varphi)\cos(C_m + \varphi),$$

ou, en simplifiant,

$$f_n = H(1 + M + m\sin\beta) + (P + cH\tang\theta)\cos C_m - (Q + fH\tang\theta)\sin C_m,$$
$$f_e = -mH\cos\beta + (P + cH\tang\theta)\sin C_m + (Q + fH\tang\theta)\cos C_m,$$

c'est-à-dire, en posant :

$$\lambda = 1 + M + m\sin\beta,$$

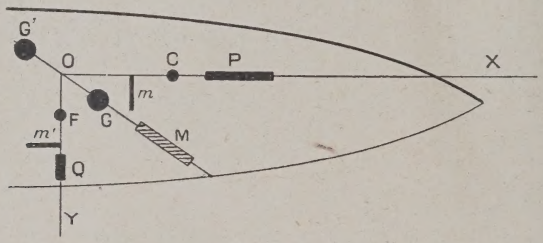
et en conservant les autres notations :

$$f_n = \lambda H + \lambda H \mathfrak{V} \cos C_m - \lambda H \mathfrak{S} \sin C_m,$$
$$f_e = \lambda \mathfrak{A} H + \lambda H \mathfrak{V} \sin C_m + \lambda H \mathfrak{S} \cos C_m,$$

ce qui montre bien que les coefficients $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{E}$ se sont évanouis ou, encore, que tout se passe comme s'il n'y avait plus de fers doux rayonnants, à bord du navire.

509. *Remarque I.* — Il est important de rappeler qu'au lieu de considérer tout le fer doux horizontal rayonnant situé, comme M, d'un même côté du compas, on peut le considérer comme remplacé par deux tiges, ou, ce qui revient au même, par deux globes identiques de fer doux G et G′ (*fig.* 208) ayant M pour

Fig. 208.



paramètre collectif, ces deux globes étant symétriques par rapport au centre du compas et disposés de telle sorte que le centre du globe G, situé à tribord, ait un gisement égal à φ par rapport à OX : il est visible sur la figure, en effet, que les globes G et G′ ont des actions qui s'ajoutent et qui agissent dans le même sens et dans la même direction que M car on peut considérer chaque globe comme constitué par un faisceau de petits barreaux parallèles à OM et deux à deux symétriques par rapport à cette droite.

510. *Remarque II.* — Il résulte du corollaire et de la remarque précédents que le magnétisme induit produit par le fer doux horizontal rayonnant sera neutralisé par deux globes de fer doux ayant même paramètre que M, ou que les globes G et G′, pourvu que la ligne des centres des globes compensateurs passe par le point O et soit perpendiculaire à OM. Si donc nous appelons γ le gisement, par rapport à OX, du centre du globe compensateur, situé à tribord, on aura :

$$\gamma = 90^\circ + \varphi,$$

et comme on a vu précédemment que :

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \frac{\sin 2\varphi}{\cos 2\varphi} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}},$$

il en résulte que l'on a aussi :

$$\operatorname{tang} 2\gamma = \frac{\sin 2\gamma}{\cos 2\gamma} = \frac{\sin(180^\circ + 2\varphi)}{\cos(180^\circ + 2\varphi)} = \frac{-\sin 2\varphi}{-\cos 2\varphi} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}}.$$

Les valeurs de tang 2φ et tang 2γ étant les mêmes, pour éviter toute confusion entre les valeurs de φ et de γ, on remarquera que l'angle 2φ est tel que sin 2φ a le même signe que $\mathfrak{C}$ et cos 2φ le même signe que $\mathfrak{D}$, tandis que sin 2γ a le signe contraire à $\mathfrak{C}$ et cos 2γ le signe contraire à $\mathfrak{D}$.

Ainsi par exemple si l'on avait $\mathfrak{D} = +0{,}45$ et $\mathfrak{C} = -0{,}35$, on aurait :

$$\text{tang}\,2\varphi = \text{tang}\,2\gamma = \frac{-0{,}35}{+0{,}45} = -0{,}777.$$

La plus petite valeur fournie par les tables pour l'arc ayant une tangente de 0,777 étant de 38° en chiffres ronds, nous devrons choisir 2φ de telle sorte que son sinus soit négatif et son cosinus positif : 2φ sera donc un angle du 4e quadrant ayant même tangente que l'angle de 38°. On aura, par suite,

$$2\varphi = 360° - 38° = 322°, \qquad \text{d'où} \qquad \varphi = 161°.$$

Quant à 2γ comme il doit être choisi de telle sorte que sin 2γ soit positif et cos 2γ négatif, cet angle sera du 2e quadrant et devra avoir même tangente que l'angle de 38°. On aura donc :

$$2\gamma = 180° - 38° = 142°, \qquad \text{d'où} \qquad \gamma = 71°.$$

511. *Remarque III.* — En comparant les valeurs de λ obtenues après et avant la mise en place de la tige M_1, ou des globes compensateurs qui la remplacent, on constate que la présence de M_1 a augmenté la valeur de λ puisqu'elle était :

$$\lambda = 1 + \frac{M}{2} + m \sin\beta,$$

avant la mise en place de ce fer (507), et

$$\lambda = 1 + M + m \sin\beta,$$

après (508).

La mise en place de M_1 (ou des globes compensateurs) a donc eu pour effet, non seulement d'annuler les coefficients $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$ qui figurent dans les expressions de f_n et de f_e, mais encore d'augmenter λ, c'est-à-dire la force directrice vers le Nord.

La compensation d'un compas est donc avantageuse, non seulement parce qu'elle rend ses déviations constantes à tous les caps, mais encore parce qu'elle augmente sa sensibilité d'une manière appréciable.

512. *Remarque IV.* — D'après ce que nous venons de voir, il est clair que si un compas dort, c'est-à-dire a un λ insuffisant, on pourra augmenter sa sensibilité, c'est-à-dire λ, en disposant autour du compas des paires de fers doux horizontaux rayonnants, chaque paire étant formée de barreaux identiques, également éloignés du centre du compas et placés sur des axes perpendiculaires entre eux.

Ce procédé a été utilisé avec succès par l'Amiral Perrin à bord du cuirassé « Carnot ».

513. *Constitution d'un navire au point de vue magnétique.* — Il résulte de tous les théorèmes qui précèdent que, au point de vue magnétique, un navire peut

être considéré comme renfermant uniquement les fers représentés sur la figure 207, les fers P et Q représentant le magnétisme permanent du navire et les fers m, m', M (ou G et G'), C et F le magnétisme induit, variable avec le cap.

Calcul de la déviation produite par les fers d'un navire droit.

514. *Valeur exacte de la déviation.* — Maintenant que nous connaissons la répartition théorique des fers durs et des fers doux à bord du navire, ainsi que les expressions des composantes vers le Nord et vers l'Est magnétiques de la résultante des actions combinées de la Terre et des fers du navire, il est facile de calculer la déviation du compas.

Nous avons vu, en effet, que l'on a toujours :

$$\operatorname{tang}\delta = \frac{f_e}{f_n},$$

de sorte qu'en remplaçant f_e et f_n par leurs valeurs, on obtient la formule rigoureuse :

$$\operatorname{tang}\delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\sin C_m + \mathfrak{C}\cos C_m + \mathfrak{D}\sin 2C_m + \mathfrak{E}\cos 2C_m}{1 + \mathfrak{B}\cos C_m - \mathfrak{C}\sin C_m + \mathfrak{D}\cos 2C_m - \mathfrak{E}\sin 2C_m}.$$

Il ne faut pas croire, d'ailleurs, que pour obtenir δ à l'aide de cette formule, il soit nécessaire de déterminer, au préalable, les valeurs de P, Q, c, f, m, m' et M, afin d'en déduire $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$.

Pour obtenir la valeur de ces coefficients il suffit, en effet, de donner au navire cinq caps magnétiques différents et de déterminer les cinq déviations correspondantes.

En portant dans la formule précédente les valeurs simultanées de δ et de C_m on obtiendra un système de cinq équations qui permettra, par conséquent, de déterminer les cinq inconnues $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{E}$.

L'expérience a montré que la valeur de ces cinq coefficients est toujours moindre que 1, *en valeur absolue.*

515. *Calcul pratique de la déviation d'un compas : Formule d'A. Smith.* — Le calcul de la déviation d'un compas, à l'aide de la formule précédente, étant assez long et compliqué, on détermine habituellement cet élément à l'aide d'une formule beaucoup plus simple et qui, bien qu'approchée, est cependant largement suffisante pour la pratique.

Pour établir cette formule, nous remarquerons que la formule trouvée au paragraphe précédent peut s'écrire :

$$\frac{\sin\delta}{\cos\delta} = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\sin C_m + \mathfrak{C}\cos C_m + \mathfrak{D}\sin 2C_m + \mathfrak{E}\cos 2C_m}{1 + \mathfrak{B}\cos C_m - \mathfrak{C}\sin C_m + \mathfrak{D}\cos 2C_m - \mathfrak{E}\sin 2C_m}.$$

Faisant le produit des extrêmes et des moyens, on obtient :

$$\sin\delta + \mathfrak{B}\sin\delta\cos C_m - \mathfrak{C}\sin\delta\sin C_m + \mathfrak{D}\sin\delta\cos 2C_m - \mathfrak{E}\sin\delta\sin 2C_{m2} = \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}\cos\delta\sin C_m + \mathfrak{C}\cos\delta\cos C_m + \mathfrak{D}\cos\delta\sin 2C_m + \mathfrak{E}\cos\delta\cos 2C_m,$$

ce qui peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\sin\delta = {} & \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}(\sin C_m\cos\delta - \cos C_m\sin\delta)\\ & + \mathfrak{C}(\cos C_m\cos\delta + \sin C_m\sin\delta)\\ & + \mathfrak{D}(\sin 2C_m\cos\delta - \cos 2C_m\sin\delta)\\ & + \mathfrak{E}(\cos 2C_m\cos\delta + \sin 2C_m\sin\delta),\end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}\sin\delta = {} & \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}\sin(C_m - \delta) + \mathfrak{C}\cos(C_m - \delta)\\ & + \mathfrak{D}\sin(2C_m - \delta) + \mathfrak{E}\cos(2C_m - \delta).\end{aligned}$$

Or, on sait que :

$$C_m = C_c + \delta \qquad \text{et} \qquad 2C_m = 2C_c + \delta + \delta.$$

On en déduit :

$$C_m - \delta = C_c \qquad \text{et} \qquad 2C_m - \delta = 2C_c + \delta.$$

La relation précédente peut donc s'écrire, successivement,

$$\begin{aligned}\sin\delta &= \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}\sin C_c + \mathfrak{C}\cos C_c + \mathfrak{D}\sin(2C_c + \delta) + \mathfrak{E}\cos(2C_c + \delta)\\ &= \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}\sin C_c + \mathfrak{C}\cos C_c + \mathfrak{D}\sin 2C_c\cos\delta + \mathfrak{E}\cos 2C_c\cos\delta\\ &\qquad + \sin\delta(\mathfrak{D}\cos 2C_c - \mathfrak{E}\sin 2C_c)\\ &= \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}\sin C_c + \mathfrak{C}\cos C_c + \mathfrak{D}\sin 2C_c\cos\delta + \mathfrak{E}\cos 2C_c\cos\delta\\ &\qquad + \sin\delta\,\mathfrak{D}\left(\cos 2C_c - \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}}\sin 2C_c\right).\end{aligned}$$

Remplaçant alors $\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}}$ par $\operatorname{tang} 2\varphi$ et $\cos 2\varphi$ par $\frac{\pm\mathfrak{D}}{\sqrt{\mathfrak{D}^2+\mathfrak{E}^2}}$, il vient :

$$\begin{aligned}\sin\delta = {} & \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}\sin C_c + \mathfrak{C}\cos C_c + \mathfrak{D}\sin 2C_c\cos\delta + \mathfrak{E}\cos 2C_c\cos\delta\\ & \pm\sin\delta\sqrt{\mathfrak{D}^2+\mathfrak{E}^2}\cos(2C_c + 2\varphi).\end{aligned}$$

Or, si les déviations sont inférieures à 20° à tous les caps, l'expérience montre que l'on peut, sans grande erreur, négliger le dernier terme et écrire plus simplement :

$$\sin\delta = \mathfrak{A}\cos\delta + \mathfrak{B}\sin C_c + \mathfrak{C}\cos C_c + \mathfrak{D}\sin 2C_c\cos\delta + \mathfrak{E}\cos 2C_c\cos\delta.$$

D'ailleurs, lorsque δ est inférieur à 20° on peut également remplacer $\sin\delta$ par $\delta\sin 1^\circ$ et $\cos\delta$ par 1 de sorte que l'on obtient :

$$\delta = \frac{\mathfrak{A}}{\sin 1^\circ} + \frac{\mathfrak{B}}{\sin 1^\circ}\sin C_c + \frac{\mathfrak{C}}{\sin 1^\circ}\cos C_c + \frac{\mathfrak{D}}{\sin 1^\circ}\sin 2C_c + \frac{\mathfrak{E}}{\sin 1^\circ}\cos 2C_c.$$

Posant enfin :

$$\frac{\mathfrak{A}}{\sin 1^\circ} = A, \qquad \frac{\mathfrak{B}}{\sin 1^\circ} = B, \qquad \frac{\mathfrak{C}}{\sin 1^\circ} = C, \qquad \frac{\mathfrak{D}}{\sin 1^\circ} = D, \qquad \frac{\mathfrak{E}}{\sin 1^\circ} = E,$$

on obtient :

$$\delta = A + B\sin C_c + C\cos C_c + D\sin 2C_c + E\cos 2C_c,$$

A, B, C, D, E étant des coefficients exprimés en degrés.

Telle est la formule usuelle de calcul de δ, formule connue sous le nom de formule d'Archibald Smith.

Dans le cas particulier où les fers doux sont symétriques par rapport au plan longitudinal, ou au plan transversal passant par le centre de la rose, nous avons vu (504) que les coefficients $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{C}$ s'évanouissent. Il en est donc de même des coefficients A et E de sorte que, dans ce cas, la formule d'A. Smith se réduit à :

$$\delta = B \sin C_c + C \cos C_c + \mathfrak{D} \sin 2 C_c.$$

516. *Remarque I.* — Les relations :

$$\frac{\mathfrak{A}}{\sin 1^\circ} = A, \qquad \frac{\mathfrak{B}}{\sin 1^\circ} = B, \qquad \frac{\mathfrak{C}}{\sin 1^\circ} = C, \qquad \frac{\mathfrak{D}}{\sin 1^\circ} = D, \qquad \frac{\mathfrak{E}}{\sin 1^\circ} = E,$$

peuvent s'écrire :

$$\mathfrak{A} = A \sin 1^\circ, \qquad \mathfrak{B} = B \sin 1^\circ, \qquad \mathfrak{C} = C \sin 1^\circ, \qquad \mathfrak{D} = D \sin 1^\circ, \qquad \mathfrak{E} = E \sin 1^\circ,$$

ou encore, puisque $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$ sont toujours inférieurs à 1 :

$$\mathfrak{A} = \sin A, \qquad \mathfrak{B} = \sin B, \qquad \mathfrak{C} = \sin C, \qquad \mathfrak{D} = \sin D, \qquad \mathfrak{E} = \sin E.$$

517. *Remarque II.* — Nous avons trouvé précédemment que le gisement φ des globes représentant le fer doux rayonnant et le gisement γ des globes compensateurs étaient donnés par les formules :

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang} 2\gamma = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}}.$$

On aura donc aussi, en remplaçant $\mathfrak{E}$ et $\mathfrak{D}$ par E sin 1° et D sin 1° :

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \frac{E}{D} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang} 2\gamma = \frac{E}{D},$$

et l'on verrait, comme précédemment, que 2γ doit être choisi de telle sorte que $\sin 2\varphi$ soit de même signe que E et $\cos 2\varphi$ de même signe que E, tandis que 2γ *doit être tel que* $\sin 2\gamma$ *et* $\cos 2\gamma$ *soient de signes contraires, respectivement, à* E *et à* D.

518. *Déviation semi-circulaire.* — *Déviation quadrantale.* — La formule d'A. Smith peut s'écrire :

$$\delta = A + (B \sin C_c + C \cos C_c) + (D \sin 2 C_c + E \cos 2 C_c) = A + \delta' + \delta'',$$

en posant :

$$\delta' = B \sin C_c + C \cos C_c \qquad \text{et} \qquad \delta'' = D \sin 2 C_c + E \cos 2 C_c.$$

La partie δ' de la déviation δ a reçu le nom de *déviation semi-circulaire* et la partie δ'' celle de *déviation quadrantale.*

Ces dénominations proviennent de ce que δ' et δ'' changent de signe, mais

non de valeur absolue, la première quand C_c varie de 180° ou d'une demi-circonférence, la deuxième lorsque C_c varie de 90° ou d'un quadrant.

Si, en effet, dans l'expression de δ' nous remplaçons successivement C_c par α et par $\alpha \pm \pi$ on constate aisément que l'on obtient deux valeurs de signes contraires. On verrait qu'il en est de même pour δ'', quand on remplace C_c par α puis par $\alpha \pm \frac{\pi}{2}$.

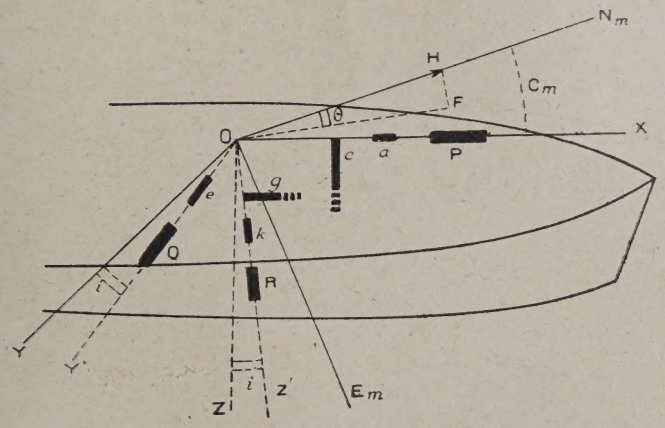
Calcul de la déviation produite par les fers d'un navire incliné.

519. Pour calculer la déviation occasionnée par les fers du navire lorsque celui-ci est incliné, nous supposerons le compas placé dans l'axe et les fers doux symétriques par rapport au plan XZ ou au plan YZ. On sait que, dans ce cas, $b = d = 0$ et, tantôt $f = h = 0$, tantôt $c = g = 0$. Nous admettrons donc que la formule d'A. Smith applicable à ce compas, le navire droit, est (515) :

$$\delta = B \sin C_c + C \cos C_c + D \sin 2C_c.$$

De plus, pour fixer les idées, nous supposerons les fers doux symétriques par rapport au plan XZ, ce qui est, d'ailleurs, le cas de beaucoup le plus fréquent.

Fig. 209.



Les fers b, d, f, h n'existant plus, les composantes vers le Nord et vers l'Est quand le navire est droit, ont donc pour valeurs (503) :

$$f_n = \left(1 + \frac{a+e}{2}\right) H + (P + cH \tang \theta) \cos C_m - Q \sin C_m + \frac{a-e}{2} H \cos 2C_m,$$

$$f_e = (P + cH \tang \theta) \sin C_m + Q \cos C_m + \frac{a-e}{2} \sin 2C_m.$$

Ceci posé, soient OX, OY, OZ les trois axes (*fig.* 209) passant par le centre O du compas quand le navire est droit; soient OX, OY′ et OZ′ ces mêmes axes quand

le navire s'est incliné de i^0 sur tribord par exemple; enfin soit $F = \mathcal{H}$ l'intensité magnétique terrestre dans le lieu et $OH = H$ sa composante horizontale.

On reconnaît aisément que, lorsque le navire est incliné, la pointe nord de l'aiguille du compas est soumise à l'action des fers :

P, a, c	agissant suivant	OX,
e, Q	»	OY',
g, k, R	»	OZ'.

Or, par suite de l'inclinaison du navire, l'influence de ces fers sur le compas a varié. Calculons donc les actions nouvelles P_i, a_i, ..., R_i de ces diverses tiges quand le navire est incliné de i^0 sur tribord. On aura évidemment :

$$P_i = P, \qquad Q_i = Q, \qquad R_i = R,$$
$$a_i = aF\cos(X, F), \qquad e_i = eF\cos(Y', F), \qquad g_i = gF\cos(X, F),$$
$$c_i = cF\cos(Z', F), \qquad k_i = kF\cos(Z', F),$$

de sorte qu'en désignant par X_i et Y_i les forces provenant du magnétisme induit et qui solliciteront l'aiguille suivant OX et OY, on aura :

$$X_i = P_i + a_i + c_i = P + aF\cos(X, F) + cF\cos(Z', F),$$
$$Y_i = eF\cos(Y', F)\cos i + Q\cos i + gF\cos(X, F)\cos(Y, Z') + kF\cos(Z', F)\cos(Y, Z') + R\cos(Y, Z'),$$

ou encore, en remarquant que $Y, Z' = 90^0 + i$:

$$X_i = P + aF\cos(X, F) + cF\cos(Z', F),$$
$$Y_i = eF\cos(Y', F)\cos i + Q\cos i - gF\cos(X, F)\sin i - kF\cos(Z', F)\sin i - R\sin i.$$

Pour transformer ces deux expressions, nous remarquerons que les deux trièdres rectangles $OXN_m F$ et $OYN_m F$ donnent :

$$\cos X, F = \cos\theta\cos C_m,$$
$$\cos Y, F = \cos\theta\cos(90^0 + C_m) = -\cos\theta\sin C_m,$$
$$\cos Z, F = \cos(90^0 - \theta) = \sin\theta.$$

Enfin on sait que l'on a :

$$\cos(Y', F) = \cos(X, F)\cos(X, Y') + \cos(Y, F)\cos(Y, Y') + \cos(Z, F)\cos(Z, Y'),$$
$$\cos(Z', F) = \cos(X, F)\cos(X, Z') + \cos(Y, F)\cos(Y, Z') + \cos(Z, F)\cos(Z, Z'),$$

c'est-à-dire, puisque $X, Y' = X, Z' = 90^0$:

$$\cos(Y', F) = -\cos\theta\sin C_m\cos i + \sin\theta\sin i,$$
$$\cos(Z', F) = \cos\theta\sin C_m\sin i + \sin\theta\cos i.$$

Portant ces diverses valeurs dans les expressions de X_i et Y_i il vient :

$$X_i = P + aF\cos\theta\cos C_m + cF\cos\theta\sin C_m\sin i + cF\sin\theta\cos i,$$

$$\begin{aligned} Y_i = &- eF\cos\theta\sin C_m\cos^2 i + eF\sin\theta\sin i\cos i + Q\cos i, \\ &- gF\cos\theta\cos C_m\sin i - kF\sin i\cos\theta\sin C_m\sin i \\ &+ kF\sin i\sin\theta\cos i - R\sin i, \end{aligned}$$

ou encore, en supposant i assez petit pour que l'on puisse remplacer cos i par 1, sin i par $i\sin 1^\circ$ et $\sin^2 i$ par 0 :

$$X_i = P + aH\cos C_m + cHi\sin 1^\circ\sin C_m + cH\tan\theta,$$

$$\begin{aligned} Y_i = &- eH\sin C_m + eHi\sin 1^\circ\tan\theta - Q - gHi\sin 1^\circ\cos C_m \\ &- kHi\sin 1^\circ\tan\theta - Ri\sin 1^\circ, \end{aligned}$$

car $F\cos\theta = H$ et $F\sin\theta = V = H\tan\theta$.

Les composantes f_{ni} et f_{ei} de la résultante des actions de la terre et des fers du navire sur la pointe nord de l'aiguille du compas auront donc pour valeur :

$$f_{n_i} = H + X_i\cos C_m + Y_i\cos(90^\circ + C_m) = H + X_i\cos C_m - Y_i\sin C_m,$$
$$f_{e_i} = X_i\sin C_m + Y_i\cos C_m,$$

c'est-à-dire en remplaçant X_i et Y_i par leurs valeurs :

$$\begin{aligned} f_{n_i} = &H + P\cos C_m + aH\cos^2 C_m + cHi\sin 1^\circ\sin C_m\cos C_m + cH\tan\theta\cos C_m \\ &+ eH\sin^2 C_m - eHi\sin 1^\circ\tan\theta\sin C_m - Q\sin C_m \\ &+ gHi\sin 1^\circ\cos C_m\sin C_m + kHi\sin 1^\circ\tan\theta\sin C_m \\ &+ Ri\sin 1^\circ\sin C_m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{e_i} = &P\sin C_m + aH\cos C_m\sin C_m + cHi\sin 1^\circ\sin^2 C_m + cH\tan\theta\sin C_m \\ &- eH\sin C_m\cos C_m + eH\tan\theta i\sin 1^\circ\cos C_m + Q\cos C_m \\ &- gHi\sin 1^\circ\cos^2 C_m - kHi\sin 1^\circ\tan\theta\cos C_m \\ &- Ri\sin 1^\circ\cos C_m, \end{aligned}$$

ce qui peut s'écrire :

$$\begin{aligned} f_{n_i} = &H + (P + cH\tan\theta)\cos C_m \\ &- (Q + eHi\sin 1^\circ\tan\theta - kHi\sin 1^\circ\tan\theta - Ri\sin 1^\circ)\sin C_m \\ &+ aH\cos^2 C_m + eH\sin^2 C_m + \frac{c+g}{2}Hi\sin 1^\circ\sin 2C_m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{e_i} = &(P + cH\tan\theta)\sin C_m \\ &+ (Q + eHi\sin 1^\circ\tan\theta - kHi\sin 1^\circ\tan\theta - Ri\sin 1^\circ)\cos C_m \\ &+ \frac{a-e}{2}H\sin 2C_m + cHi\sin 1^\circ\sin^2 C_m - gHi\sin 1^\circ\cos^2 C_m, \end{aligned}$$

ou encore :

$$f_{n_i} = H\left(1 + \frac{a+e}{2}\right) + (P + cH\tan\theta)\cos C_m$$
$$- (Q + eHi\sin 1^\circ\tan\theta - kHi\sin 1^\circ\tan\theta - Ri\sin 1^\circ)\sin C_m$$
$$+ \frac{c+g}{2} Hi\sin 1^\circ\sin 2C_m + \frac{a-e}{2} H\cos 2C_m,$$

$$f_{e_i} = \frac{c-g}{2} Hi\sin 1^\circ + (P + cH\tan\theta)\sin C_m$$
$$+ (Q + eHi\sin 1^\circ\tan\theta - kHi\sin 1^\circ\tan\theta - Ri\sin 1^\circ)\cos C_m$$
$$+ \frac{a-e}{2} H\sin 2C_m - \frac{c+g}{2} Hi\sin 1^\circ\cos 2C_m,$$

et, enfin,

$$f_{n_i} = H\left(1 + \frac{a+e}{2}\right) + (P + cH\tan\theta)\cos C_m$$
$$- [Q + (eH\tan\theta - kH\tan\theta - R)i\sin 1^\circ]\sin C_m$$
$$+ \frac{a-e}{2} H\cos 2C_m + \frac{c+g}{2} Hi\sin 1^\circ\sin 2C_m,$$

$$f_{e_i} = \frac{c-g}{2} Hi\sin 1^\circ + (P + cH\tan\theta)\sin C_m$$
$$+ [Q + (eH\tan\theta - kH\tan\theta - R)i\sin 1^\circ]\cos C_m$$
$$+ \frac{a-e}{2} H\sin 2C_m - \frac{c+g}{2} Hi\sin 1^\circ\cos 2C_m,$$

de sorte que si nous posons :

$$\lambda_i = 1 + \frac{a+e}{2} = \lambda, \qquad \lambda\mathfrak{A}_i = \frac{c-g}{2} i\sin 1^\circ, \qquad \lambda\mathfrak{B}_i = \frac{P + cH\tan\theta}{H} = \lambda\mathfrak{B},$$

$$\lambda\mathfrak{C}_i = \frac{Q}{H} + \frac{eH\tan\theta - kH\tan\theta - R}{H} i\sin 1^\circ,$$
$$= \lambda\mathfrak{C} + \frac{eH\tan\theta - kH\tan\theta - R}{H} i\sin 1^\circ,$$

$$\lambda\mathfrak{D}_i = \frac{a-e}{2H} = \lambda\mathfrak{D}, \qquad \lambda\mathfrak{E}_i = -\frac{c+g}{2} i\sin 1^\circ,$$

on obtient :

$$f_{n_i} = \lambda H + \lambda\mathfrak{B}\cos C_m - \lambda\mathfrak{C}_i\sin C_m + \lambda\mathfrak{D}\cos 2C_m + \lambda\mathfrak{E}_i\sin 2C_m,$$
$$f_{e_i} = \lambda\mathfrak{A}_i + \lambda\mathfrak{B}\sin C_m + \lambda\mathfrak{C}_i\cos C_m + \lambda\mathfrak{D}\sin 2C_m + \lambda\mathfrak{E}_i\cos 2C_m,$$

et, par suite,

$$\tan\delta_i = \frac{\lambda\mathfrak{A}_i + \lambda\mathfrak{B}\sin C_m + \lambda\mathfrak{C}_i\cos C_m + \lambda\mathfrak{D}\sin 2C_m + \lambda\mathfrak{E}_i\cos 2C_m}{\lambda H + \lambda\mathfrak{B}\cos C_m - \lambda\mathfrak{C}_i\sin C_m + \lambda\mathfrak{D}\cos 2C_m - \lambda\mathfrak{E}_i\sin 2C_m},$$

formule qui ne diffère de celle qui donne la déviation, quand le navire est droit, que par le remplacement de $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{E}$ par $\mathfrak{A}_i$, $\mathfrak{C}_i$ et $\mathfrak{E}_i$.

Une transformation absolument pareille à celle qui a permis d'écrire la formule d'A. Smith nous donnerait :

$$\delta_i = A_i + B \sin C_c + C_i \cos C_c + D \sin 2 C_c + E_i \cos 2 C_c,$$

en posant :

$$A_i = \frac{\mathfrak{A}_i}{\sin 1^\circ} = \frac{c - g}{2\lambda} i, \qquad B = \frac{\mathfrak{B}}{\sin 1^\circ},$$

$$C_i = \frac{\mathfrak{C}_i}{\sin 1^\circ} = C + \frac{e H \operatorname{tang} \theta - k H \operatorname{tang} \theta - R}{\lambda H} i = C + J i,$$

$$D = \frac{\mathfrak{D}}{\sin 1^\circ}, \qquad E_i = \frac{\mathfrak{E}_i}{\sin 1^\circ} = - \frac{c + g}{2\lambda} i.$$

D'ailleurs comme la déviation serait, le navire droit :

$$\delta = B \sin C_c + C \cos C_c + D \sin 2 C_c,$$

on voit que l'on a :

$$\begin{aligned} \delta_i &= \delta + A_i + J i \cos C_c + E_i \cos 2 C_c \\ &= \delta + \left[\frac{c - g}{2\lambda} i + J i \cos C_c - \frac{c + g}{2\lambda} i \cos 2 C_c \right]. \end{aligned}$$

Lorsque le navire s'incline on voit donc que les déviations s'accroissent d'une quantité :

$$\delta'_i = \frac{c - g}{2\lambda} i + J i \cos C_c - \frac{c + g}{2\lambda} i \cos 2 C_c$$

se composant d'une partie $\frac{c - g}{2\lambda} i$ constante pour une valeur donnée de i ; d'une partie $J i \cos C_c$ semi-circulaire ; et d'une quantité $- \frac{c + g}{2\lambda} i \cos 2 C_c$ quadrantale. L'expérience a d'ailleurs montré que, pratiquement, δ'_i pouvait être considérée comme se réduisant au seul terme $J i \cos C_c$, les deux autres ayant toujours une valeur négligeable.

520. *Remarque.* — On verrait exactement comme précédemment que, lorsque le navire est incliné, les fers *a*, *b*, *d*, *e* peuvent être remplacés par les deux tiges *m* et *m'* et par les globes G et G' dont il a été question aux paragraphes 211 et 509.

521. *Pouvoir déviateur maximum du fer doux horizontal rayonnant.* — La partie de la formule d'A. Smith qui se rapporte au fer doux horizontal rayonnant est la déviation quadrantale :

$$\delta'' = D \sin 2 C_c + E \cos 2 C_c,$$

car les coefficients D et E sont les seuls qui dépendent de ces fers.

En rendant cette expression calculable par logarithmes nous obtenons :

$$\delta'' = D\left(\sin 2C_c + \frac{E}{D}\cos 2C_c\right)$$
$$= D\,\frac{\sin 2C_c \cos 2\varphi + \cos 2C_c \sin 2\varphi}{\cos 2\varphi} = \frac{D\sin(2C_c + 2\varphi)}{\cos 2\varphi},$$

c'est-à-dire, en remplaçant $\cos 2\varphi$ par sa valeur en fonction de D et de E :

$$\delta'' = \pm\sqrt{D^2 + E^2}\sin(2C_c + 2\varphi).$$

Sous cette forme on voit alors que δ'' sera maximum, en valeur absolue, quand l'angle $2C_c + 2\varphi$ sera égal à 90°, c'est-à-dire quand on aura $C_c = 45° - \varphi$. La valeur de ce maximum, que nous désignerons par Δ, sera donc :

$$\Delta = \pm\sqrt{D^2 + E^2}.$$

D'ailleurs, si nous remarquons que :

$$D = \frac{\mathfrak{D}}{\sin 1°} = \frac{M\cos 2\varphi}{2\lambda \sin 1°} \quad \text{et} \quad E = \frac{\mathfrak{E}}{\sin 1°} = \frac{M\sin 2\varphi}{2\lambda \sin 1°},$$

on voit que la valeur de Δ devient :

$$\Delta = \pm\frac{M}{2\lambda \sin 1°}.$$

La valeur de Δ est ce que l'on appelle le *pouvoir déviateur maximum* du fer doux rayonnant du navire et l'on voit que sa valeur ne dépend que de M et de λ.

522. *Détermination du pouvoir déviateur maximum d'une tige rayonnante de fer doux représentée par deux globes de fer doux symétriques par rapport au centre du compas.* — Imaginons que l'on place deux globes identiques de fer doux G_1 et G'_1 (*fig.* 210) dans des positions symétriques par rapport au centre d'un compas dépourvu d'autres fers et donnons à ce navire un cap quelconque C_c.

Le compas d'un tel navire n'étant soumis qu'à la seule action de la Terre et des globes G_1 et G'_1, sa déviation se réduira à :

$$\delta = D_1 \sin 2C_c + E_1 \cos 2C_c,$$

en posant :

$$D_1 = \frac{M\cos 2\varphi_1}{2\lambda_1 \sin 1°}, \qquad E_1 = \frac{M\sin 2\varphi_1}{2\lambda_1 \sin 1°},$$

φ_1 étant le gisement de la sphère tribord par rapport à l'avant du navire et $\lambda_1 H_1$ la force directrice moyenne vers le nord à bord de ce navire.

Le pouvoir déviateur maximum de G_1 et G'_1, sera donc, dans ce cas particulier :

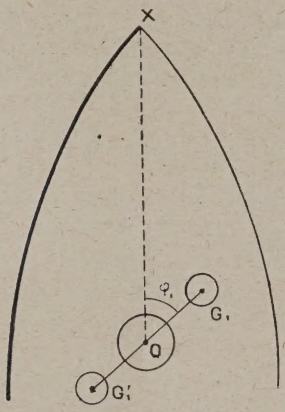
$$\Delta_1 = \frac{\pm M}{2\lambda_1 \sin 1°},$$

c'est-à-dire, pratiquement, le même qu'à bord d'un navire quelconque puisque nous savons que λ diffère fort peu d'un navire à l'autre.

Or, à bord du navire théorique considéré, il est facile de mesurer directement le pouvoir déviateur maximum des globes G_1 et G'_1 : il suffit pour cela, en effet, de faire tourner les globes autour du centre du compas, sans modifier leur distance ni le cap, jusqu'à ce que l'on constate que la déviation produite est maximum.

En faisant varier la distance de globes de grosseurs diverses au centre du compas et en mesurant, chaque fois, la déviation maximum produite, on pourra dresser une table donnant, en fonction du diamètre des globes et de leur distance au centre du compas, le pouvoir déviateur maximum correspondant.

Fig. 210.



On obtiendra ainsi une table analogue à la Table XXVI de Friocourt. Il faut remarquer d'ailleurs que Δ étant indépendant du cap, la détermination de ce pouvoir déviateur maximum peut être faite — et est faite — en plaçant un compas à terre, sa ligne de foi orientée suivant la méridienne magnétique : on peut toujours imaginer, en effet, par une fiction, que le compas ainsi placé à terre se trouve sur un navire exempt de fers autres que G_1 et G'_1 et ayant le cap au Nord magnétique.

523. *Remarque.* — Quand on possède la Table XXVI de Friocourt, ou une table analogue, il devient très simple de matérialiser le fer doux rayonnant d'un navire. Les coefficients D et E étant déterminés au préalable en donnant au navire cinq caps différents et en calculant les déviations correspondantes (223) il suffit, en effet, de calculer la valeur :

$$\Delta = \sqrt{D^2 + E^2}.$$

En entrant alors dans la Table XXVI avec le diamètre d'une paire de globes de fer doux donnée et Δ, on verra immédiatement à quelle distance du centre du compas ces deux globes devront être placés pour avoir un pouvoir déviateur maximum égal à Δ. Si donc ces globes étaient placés dans le gisement donné par la formule $\operatorname{tang} 2\varphi = \frac{E}{D}$, ils représenteraient les fers doux

remplaçant tous les fers doux rayonnants du bord. Par conséquent, en faisant tourner de 90° la ligne des centres de ces deux globes, l'action des fers doux rayonnants du navire sera détruite.

Pratique de la compensation.

524. L'étude qui précède ayant mis en lumière tout ce qui concerne l'action des fers du navire sur le compas, ce que nous avons dit au sujet de la pratique de la compensation se trouve complètement justifié.

Nous terminerons donc cette étude en démontrant, par le calcul, les propriétés, déduites de l'expérience, qui nous avaient été nécessaires pour doser le Flinders (229); en expliquant le mode de détermination du coefficient λ, et en mettant en relief quelques détails relatifs à la mise en place des correcteurs.

525. *Dosage du Flinders.*— Soient δ_1 et δ_2 les déviations, cap à l'Est magnétique, constatées en deux lieux différents. Soient H_1 et H_2 les forces horizontales terrestres en ces deux lieux, θ_1 et θ_2 les inclinaisons magnétiques correspondantes.

Comme le dosage du Flinders ne se fait qu'après une première compensation, il en résulte que, lorsque le compas est déshabillé uniquement de ses correcteurs longitudinaux, la déviation est fournie, à un cap quelconque, par la formule :

$$\delta = B \sin C_c,$$

puisque tous les autres coefficients de la formule d'A. Smith ont été annulés. Or comme on a trouvé que la valeur de B est:

$$B = \frac{\mathfrak{B}}{\lambda \sin 1^\circ} = \frac{P + cH \tang \theta}{\lambda H \sin 1^\circ},$$

on voit que, à un cap quelconque, après enlèvement des correcteurs longitudinaux, on aura :

$$\delta = \frac{P + cH \tang \theta}{\lambda H \sin 1^\circ} \sin C_c = \frac{P}{\lambda H \sin 1^\circ} \sin C_c + \frac{c \tang \theta}{\lambda \sin 1^\circ} \sin C_c,$$

expression qui nous montre que la déviation trouvée est la somme algébrique de la déviation produite par le fer P et de la déviation produite par le fer C.

Si donc on met le navire cap à l'Est magnétique, comme $\sin C_m$ diffère peu de $\sin C_c$, c'est-à-dire de 1, on aura, dans le premier lieu :

$$\delta_1 = B_1 = \frac{P}{\lambda H_1 \sin 1^\circ} + \frac{c \tang \theta_1}{\lambda \sin 1^\circ} = x_1 + y_1,$$

et, dans le second,

$$\delta_2 = B_2 = \frac{P}{\lambda H_2 \sin 1^\circ} + \frac{c \tang \theta_2}{\lambda \sin 1^\circ} = x_2 + y_2,$$

en posant :

$$x_1 = \frac{P}{\lambda H_1 \sin 1^\circ}, \qquad y_1 = \frac{c \tang \theta_1}{\lambda \sin 1^\circ},$$

et

$$x_2 = \frac{P}{\lambda H_2 \sin 1^\circ}, \qquad y_2 = \frac{c \operatorname{tang} \theta_2}{\lambda \sin 1^\circ}.$$

De ces quatre dernières relations on déduit :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{H_2}{H_1} \qquad \text{et} \qquad \frac{y_1}{y_2} = \frac{\operatorname{tang} \theta_1}{\operatorname{tang} \theta_2},$$

ce qui justifie les résultats expérimentaux trouvés aux nos 215, 216, 217 et 218. Pour doser le Flinders, nous sommes donc conduits à résoudre le système :

$$\begin{aligned} B_1 &= x_1 + y_1, \\ B_2 &= x_2 + y_2, \\ \frac{x_1}{x_2} &= \frac{H_2}{H_1}, \\ \frac{y_1}{y_2} &= \frac{\operatorname{tang} \theta_1}{\operatorname{tang} \theta_2}, \end{aligned}$$

problème déjà résolu (228).

526. *Détermination du coefficient* λ. — Le coefficient λ a, comme nous l'avons vu, une importance capitale puisque, s'il était trop faible, le compas manquerait de sensibilité. Il est donc très important, lors de la première compensation, de déterminer la valeur de ce coefficient, afin d'en augmenter la valeur, par les moyens indiqués précédemment (511), si cette valeur était trop faible.

Pour faire cette détermination nous remarquerons que, si l'on appelle R la résultante de f_n et de f_e, c'est-à-dire la force qui, à bord, oriente l'aiguille du compas, on a :

$$f_n = R \cos \delta,$$

et comme on a vu (496) que :

$$f_n = \lambda H + \lambda H \mathfrak{B} \cos C_m - \lambda H \mathfrak{S} \sin C_m + \lambda H \mathfrak{D} \cos 2 C_m - \lambda H \mathfrak{E} \sin 2 C_m,$$

il en résulte que l'on a :

$$\lambda = \frac{R}{H} \times \frac{\cos \delta}{1 + \mathfrak{B} \cos C_m - \mathfrak{S} \sin C_m + \mathfrak{D} \cos 2 C_m - \mathfrak{E} \sin 2 C_m}.$$

Pour calculer λ on déterminera donc les coefficients A, B, C, D, E de la formule de A. Smith, puis on en déduira (516) :

$$\mathfrak{B} = \sin B, \qquad \mathfrak{S} = \sin C, \qquad \mathfrak{D} = \sin D, \qquad \mathfrak{E} = \sin E,$$

et enfin, on déterminera avec soin δ ainsi que le rapport $\frac{R}{H}$.

Pour cette dernière détermination on remarquera que si l'on enlevait la rose du compas pour la remplacer par une aiguille aimantée de petites dimensions, cette aiguille, écartée de sa position d'équilibre, se comporterait, dans le plan horizontal, comme un pendule soumis à l'action de la force R. Placée de même à terre, de façon à ce qu'elle ne soit soumise qu'à la seule action magnétique du Globe, elle oscillerait sous la seule influence de la force H.

Or on démontre en Physique que les carrés des durées des oscillations d'un même pendule, placé en deux lieux différents, sont inversement proportionnels aux intensités de la pesanteur en ces deux lieux : pour l'aiguille oscillant successivement à terre et à bord, il en sera donc de même.

Si donc nous désignons par T et T′ les durées respectives des oscillations d'une petite aiguille (dont on aura vérifié soigneusement le pivot et la chape) à terre et à la place occupée par la rose, on aura :

$$\frac{R}{H} = \frac{T^2}{T'^2}.$$

Pour obtenir le rapport $\frac{R}{H}$ avec précision, on écartera l'aiguille à 30° environ de sa position d'équilibre et l'on comptera la durée de 10 oscillations doubles par exemple : cette durée, divisée par 10, donnera la valeur de la durée d'une oscillation. On aura soin, d'ailleurs, de recommencer plusieurs fois l'opération et d'en faire la moyenne.

Il serait mauvais d'employer la rose pour déterminer $\frac{R}{H}$ parce que, l'amortissement des oscillations, par suite du frottement de la couronne de papier dans l'air, est très variable.

527. *Mise en place des aimants.* — Chaque compas Thomson est accompagné d'une boîte en bois contenant 12 aimants de 10^{mm} de diamètre et 6 aimants de 5^{mm} de diamètre. Les aimants sont groupés deux par deux : chaque paire est composée d'aimants de même puissance placés côte à côte, avec leurs pôles inversés. On aura soin d'éviter de placer la boîte à aimants dans un compartiment à température élevée et on les manœuvrera avec précaution, de façon à les préserver de tout choc qui serait susceptible de modifier leur aimantation.

Pendant les opérations de compensation, les aimants seront tenus très éloignés du compas. On ne s'approchera du compas qu'en tenant les aimants assemblés par paires et avec leurs pôles inversés jusqu'au moment de la mise en place, afin d'éviter qu'ils aient un effet sur la rose.

On agira le plus rapidement possible pour mettre les aimants en place : l'expérience a montré qu'il est préférable d'employer de gros barreaux placés le plus bas possible au lieu de petits barreaux placés dans les cases supérieures.

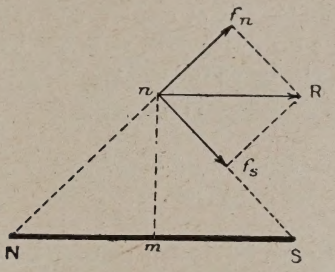
Pour diminuer la puissance de l'action de barreaux déjà en place on ne doit jamais placer au-dessus ou au-dessous des aimants ayant leurs pôles disposés en sens inverse : il faut, ou changer les aimants trop forts, ou les baisser.

L'habitacle du compas Thomson porte 11 cases numérotées de bas en haut : 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 20. Les distances de ces cases à la rose sont telles que les nombres inscrits en regard sont proportionnels aux déviations produites par un même barreau. Ainsi un même aimant placé dans la case 12 produit deux fois plus d'effet que s'il est placé dans la case 6.

Pour nous rendr ecompte du mode d'action d'un aimant, placé horizontalement sous la rose, sur l'aiguille de celle-ci, soit NS (*fig.* 211) le barreau et n la pointe nord de l'aiguille du compas, supposée confondue avec le centre même du pivot. Le point n étant équidistant de N et de S, f_n sera égale à f_s de sorte que la résul-

tante des actions de N et de S sera une force horizontale R dirigée vers l'extrémité sud du barreau NS.

Fig. 211.



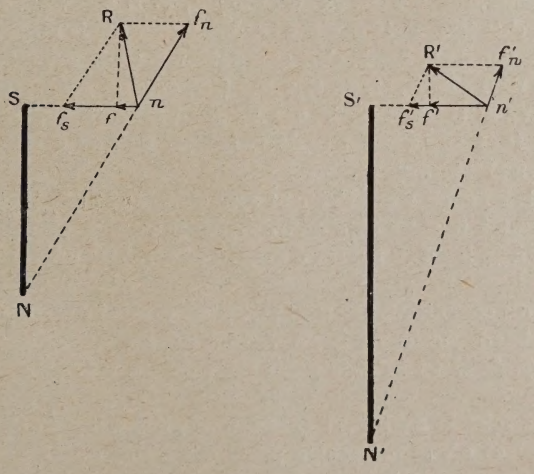
528. *Mise en place du Flinders.* — Le Flinders se compose de six tronçons cylindriques de même diamètre (60mm ou 76mm) et de longueurs différentes. Comme le pôle supérieur du Flinders doit être dans le plan des aiguilles de la rose, on aura soin de placer l'extrémité supérieure de telle sorte qu'elle dépasse ce plan de $\frac{1}{7}$ de la longueur totale du barreau : l'expérience montre qu'en effet le pôle d'une tige de fer doux n'est pas à l'extrémité de la tige mais à $\frac{1}{7}$ de la longueur de cette tige à partir de son extrémité.

On place toujours les tronçons les plus petits en bas et, s'il y a lieu, on place au-dessous des rondelles en bois.

Avant de mettre le Flinders en place, on doit toujours s'assurer qu'il n'est pas aimanté : s'il en était autrement, on le ferait recuire en le portant au rouge sombre et en le laissant refroidir lentement dans un bain de sable.

Pour comprendre comment une modification de longueur du Flinders peut

Fig. 212.



entraîner une modification de son influence, supposons-nous dans l'hémisphère nord magnétique et soient (*fig.* 212) NS et N′ S′ deux Flinders de même

diamètre, de longueurs différentes, et agissant sur la pointe nord de l'aiguille du compas placée à la même distance des extrémités supérieures des barreaux : $n\,S = n'\,S'$.

La figure montre immédiatement que les résultantes R et R′ sont inégales et inégalement inclinées sur l'horizon de sorte que leurs composantes horizontales nf et $n'f'$ sont inégales et l'on voit que :

$$n'f' > nf.$$

En allongeant le barreau, on augmente donc son pouvoir déviateur; en le raccourcissant, on diminue ce pouvoir.

529. *Globes compensateurs.* — On doit toujours les choisir de telle sorte que, une fois mis en place, il reste de la marge pour les rapprocher éventuellement du centre du compas.

Il est essentiel que les centres des deux globes soient exactement symétriques et dans le plan contenant les aiguilles de la rose; il faut aussi s'assurer que ces globes n'ont pas acquis du magnétisme permanent : s'il en était autrement, il faudrait les recuire comme le Flinders.

Quand les globes ont été mis en place, il ne faut pas les faire tourner sur eux-mêmes autour d'un axe vertical : il est donc nécessaire de tracer des repères pour s'assurer qu'ils sont bien toujours dans la même position sur leurs potences.

Enfin il est bon de se rappeler que, lorsqu'on présente les globes sur leurs supports, ils tendent toujours à attirer l'aiguille vers la ligne de leurs centres par l'angle aigu.

530. *Mise en place de l'aimant correcteur de bande.* — Nous avons vu (236) que la compensation de la déviation due à la bande s'obtient au moyen d'un aimant placé sous la rose, sur l'axe du compas, mais que cette compensation doit être retouchée lorsque le navire se déplace en latitude magnétique.

La compensation de la bande s'effectue toujours après avoir procédé à celle du compas, le navire droit, et, pratiquement, la mise en place du correcteur de bande se fait en mettant le navire cap au Nord magnétique, en lui donnant une bande de i^0 et en annulant la déviation qui naît avec la bande comme nous l'avons vu précédemment.

Il y a lieu de remarquer que l'aimant correcteur de bande étant peu éloigné du Flinders peut influencer notablement celui-ci : après compensation de la déviation due à la bande il faudra donc toujours refaire celle des coefficients B et C.

A cause de ces complications on ne met généralement pas en place l'aimant correcteur de bande sur les navires à vapeur, car ces bâtiments sont habituellement pourvus de water-ballasts permettant de les redresser s'ils prenaient une gîte constante.

Toutefois, lorsque le navire est gros rouleur, il y a lieu de mettre l'aimant de bande en place car sa présence a pour effet d'augmenter notablement la stabilité de la rose au roulis.

NOTE IV.

NAVISPHÈRE. SON USAGE.

531. Les *navisphères* sont une représentation matérielle de la sphère étoilée et des cercles principaux de la sphère céleste qui l'enveloppe : ils sont construits et disposés de façon à permettre d'évaluer facilement les coordonnées des astres. Ces instruments sont donc précieux pour permettre de résoudre facilement, rapidement et sans calculs, un certain nombre de problèmes de pratique courante n'exigeant pas une très grande précision, savoir : reconnaître un astre dont on connaît simplement la hauteur vraie et le relèvement; choisir les astres à observer pour que les droites de hauteur correspondantes se coupent sous des angles satisfaisants; calcul de l'instant du lever ou du coucher vrai d'un astre quelconque et relèvement correspondant; calcul de l'instant des circonstances favorables à un calcul d'heure et hauteur vraie correspondante.

Les navisphères ne donnent guère que la précision du demi-degré, c'est-à-dire de deux minutes d'heure, mais cette précision est suffisante, à la mer, pour les problèmes que nous venons d'énumérer.

Il existe plusieurs modèles de navisphères ne différant guère les uns des autres que par des détails de construction destinés à rendre leur maniement plus commode : les plus pratiques et les plus répandus sont celui de l'amiral Perrin et celui de mon Collègue M. Lecoq, Professeur d'hydrographie de 1re classe

532. *Description.* — Les navisphères se composent tous d'un globe matériel représentant la sphère étoilée, cette sphère étant maintenue à l'intérieur de cercles en cuivre, gradués en degrés, et représentant l'horizon vrai d'un lieu, son méridien et un vertical, mobile autour du zénith.

Sur la sphère étoilée sont tracés l'équateur, l'écliptique et 24 méridiens marqués 0^h, 1^h, 2^h, ..., 24^h, à partir du point vernal et dans le sens inverse du mouvement diurne apparent : il résulte de cette disposition que si l'on dispose la sphère étoilée de telle sorte que le méridien marqué 3^h par exemple se trouve confondu avec le méridien supérieur du lieu, cette sphère étoilée sera orientée comme le sera la sphère céleste réelle pour l'heure $Tsg = 3^h$. Si donc l'axe du monde est incliné sur l'horizon d'un nombre de degrés égal à la latitude du lieu où se trouve l'observateur, le navisphère donnera l'apparence qu'aura la route étoilée, dans ce lieu, à $Tsg = 3^h$.

Pour permettre de faire tourner la sphère étoilée du navisphère autour de la ligne de ses pôles, et d'incliner celle-ci sur l'horizon d'un angle égal à la latitude, diverses dispositions ont été adoptées : dans le navisphère Perrin l'axe du monde est constitué par une tige métallique, qui traverse la sphère étoilée de part en part,

à frottement doux, et les deux extrémités de cette tige sont fixées sur le cercle méridien que l'on peut faire glisser à l'intérieur du cercle d'horizon de façon à donner à l'axe une inclinaison quelconque; dans le navisphère Lecoq l'axe du monde n'est pas matérialisé, mais la sphère étoilée peut tourner sur elle-même en glissant à frottement doux dans un anneau en cuivre confondu avec l'équateur : cet anneau porte deux tourillons engagés dans deux petites crapaudines fixées sur le cercle d'horizon, aux points E et W, ce qui permet, par suite, d'incliner également l'axe du monde d'un angle quelconque dans le plan du méridien du lieu.

533. *Usage du navisphère pour la résolution des problèmes de pratique courante* — Le mode d'emploi du navisphère est tellement simple, que nous nous contenterons d'énoncer ci-après les règles à suivre pour résoudre les problèmes énumérés plus haut. La justification de ces règles découle immédiatement de la description de ces instruments et de l'étude théorique que nous avons faite précédemment de ces diverses questions.

I. *Reconnaître un astre connaissant sa hauteur* H_v *et son relèvement* Z_v. — Avec l'heure Tvg de l'observation et la longitude estimée, on calculera Tvp et Ⱥv. On aura ensuite :

$$Tsg = Tvg + Ⱥv,$$

ce qui permettra d'orienter la sphère étoilée par rapport au méridien.

On inclinera ensuite l'axe du monde de telle sorte que le pôle élevé soit à L degrés au-dessus de l'horizon vrai, puis on fera tourner le vertical mobile jusqu'à ce que son pied coïncide avec la graduation correspondant à Z_v. L'astre observé sera celui que l'on trouvera, sous ce vertical, en regard de la graduation qui correspond à H_v. Si aucun astre ne se trouvait en ce point, on en lirait les coordonnées équatoriales sur la sphère étoilée et l'on chercherait dans la *Connaissanc des Temps* la planète correspondant à ces deux coordonnées.

II. *Choisir les astres à observer pour avoir des droites de hauteur donnant une bonne intersection.* — Ayant calculé l'heure Tsg = Tvg + Ⱥv des observations simultanées projetées, on orientera la sphère étoilée comme dans le cas précédent puis on cherchera des astres dont les relèvements fassent entre eux un angle voisin de 90°, si l'on ne veut en observer que deux, ou dont les relèvements diffèrent entre eux de 60° environ, si l'on veut faire un point par trois étoiles : on sait, en effet, que l'angle des droites de hauteur est égal à celui des relèvements.

On aura soin, d'ailleurs, de choisir ces astres de telle sorte que leurs hauteurs soient supérieures à 10° et inférieures à 80°.

Si l'on voulait utiliser pour les calculs la Lune ou des planètes, on aurait soin de placer ces astres sur la sphère étoilée au moyen de leurs coordonnées équatoriales calculées à vue pour l'instant où l'on se propose d'observer.

III. *Heures du lever ou du coucher vrais et relèvements correspondants.* On orientera l'axe de rotation de la sphère étoilée de telle sorte qu'il soit incliné de L degrés sur l'horizon, puis on fera tourner la sphère étoilée jusqu'à ce que l'astre dont on s'occupe soit sur l'horizon : s'il s'agissait d'un astre autre qu'une étoile, on aurait

commencé par le reporter sur la sphère étoilée au moyen de ses coordonnées équatoriales prises à vue pour l'instant présumé du lever ou du coucher vrais.

Il suffira alors de lire sur l'équateur, sous le méridien supérieur, depuis combien d'heures le point vernal sera passé au méridien, ce qui fournira Tsg. On aura ensuite :

$$Tvg = Tsg - Æv.$$

Quant au relèvement, on le lira directement sur le cercle d'horizon.

IV. *Heure et hauteur au moment des circonstances favorables au calcul d'heure.* — On inclinera l'axe du monde de L degrés sur l'horizon, puis l'on disposera le cercle vertical mobile de façon que son pied soit confondu avec le point E ou W, si D $<$ L. On fera alors tourner la sphère étoilée. jusqu'à ce que l'astre dont on s'occupe soit sous le premier vertical : on lira alors H_v directement sur le cercle vertical et l'on aura Tvg en le déduisant de Tsg, en procédant comme dans les cas précédent.

Si D $>$ L on fera tourner la sphère étoilée et, par tâtonnements, on disposera le vertical mobile de telle sorte qu'il corresponde au point où se trouve l'astre quand son parallèle diurne est tangent au vertical mobile : on lira alors H_v sur le cercle vertical et, de la position occupée par le point vernal, on déduira ensuite Tsg, puis Tvg.

NOTE V.

DÉTERMINATION DE LA POSITION DU NAVIRE, PAR TEMPS DE BRUME, A L'AIDE DE SIGNAUX PHONIQUES SOUS-MARINS.

534. On sait que, par temps de brume, il est très difficile, souvent même impossible, d'évaluer avec exactitude l'intensité et la direction d'un signal sonore aérien tel que sifflet, cloche, cornes, sirènes, etc. Il est donc pratiquement inutile de songer à déterminer la position d'un navire par le relèvement d'un poste émetteur de signaux phoniques aériens.

La difficulté disparaît, au contraire, si l'on emploie les signaux phoniques sous-marins car, à partir d'une certaine profondeur, les agitations de surface ne se font plus sentir de sorte que, à partir d'une profondeur de 6 à 8^m, on peut considérer les eaux de la mer comme formant un milieu de densité constante, homogène, susceptible par conséquent, de transmettre les sons dans d'excellentes conditions.

Actuellement, à la suite de nombreuses expériences, on peut dire que l'emploi des signaux phoniques sous-marins est entré dans la pratique courante et est susceptible de faciliter beaucoup l'atterrissage, ainsi que l'entrée des ports, dans le voisinage desquels sont installés des postes émetteurs de signaux de ce genre.

C'est surtout sur les côtes d'Amérique, où les brumes sont fréquentes, très épaisses et persistantes, que les installations de postes émetteurs de signaux phoniques sous-marins sont les plus nombreuses; depuis quelques années, un certain nombre de postes français et étrangers ont été munis également d'installations analogues.

535. *Appareil émetteur.* — L'appareil émetteur qui a donné les meilleurs résultats est constitué par une cloche d'environ 70^{kg}, à bords très épais, suspendue dans l'eau, à l'aide d'une chaîne, à une profondeur de 6 à 8^m. Le battant de la cloche est actionné, suivant un rythme spécial caractéristique de chaque poste émetteur, à l'aide de dispositifs pneumatiques, hydrauliques ou électriques.

Les ondes sonores ainsi émises se propagent librement et uniformément en tous sens, avec une vitesse de 1400^m à la seconde, et peuvent se percevoir à des distances variant de 6 à 12 milles.

536. *Appareil récepteur.* — L'appareil récepteur, installé à bord des navires, se compose de deux réservoirs de forme légèrement tronconique, placés symétriquement l'un à tribord, l'autre à bâbord, vers le milieu du bâtiment.

Ces réservoirs, fermés extérieurement par une plaque vibrante, sont fixés sur la coque, à l'intérieur de la cale, au tournant des formes : leurs axes doivent être horizontaux et perpendiculaires au plan longitudinal du navire. Ces réservoirs sont parfaitement clos et remplis d'un liquide de composition spéciale : dans chacun d'eux sont installés un ou deux microphones très sensibles reliés, par un circuit électrique comprenant une pile, à des écouteurs téléphoniques

placés dans le voisinage de la passerelle. Un commutateur permet, au besoin, d'isoler les écouteurs de l'un ou l'autre des réservoirs.

537. *Réception des ondes sonores et détermination du relèvement du poste émetteur.* — L'expérience a montré que lorsqu'un navire, muni des appareils récepteurs que nous venons de décrire, arrive dans le champ d'action d'un poste émetteur, les ondes sonores font vibrer d'autant plus fortement le milieu élastique constitué par les réservoirs, que l'axe de ceux-ci a une orientation plus voisine du gisement du poste émetteur.

Théoriquement, il suffirait donc, lorsque l'on perçoit le son caractéristique du poste émetteur, par tribord par exemple, de modifier le cap du navire jusqu'à ce que le son atteigne son intensité maximum, le poste émetteur se trouvant alors sur l'axe du réservoir tribord; mais on a reconnu qu'on obtenait plus de précision en faisant évoluer le navire soit vers le poste émetteur, soit à l'opposé, jusqu'à ce que l'on entende la même intensité de son des deux bords : à ce moment le navire aura le cap sur le poste émetteur ou un cap diamétralement opposé et il sera, par suite, facile de déduire de ce cap le relèvement vrai du poste émetteur.

L'expérience a montré que, par ce procédé, le relèvement du poste émetteur peut être obtenu à 1°,5 environ.

538. *Détermination de la position du navire à l'aide des signaux phoniques sous-marins.* — Il résulte de ce qui précède qu'à bord d'un navire muni de récepteurs pour signaux phoniques sous-marins on peut déterminer le relèvement vrai des postes émetteurs à 1°,5 près : ce relèvement étant un premier lieu géométrique du navire, il suffira d'en obtenir un second pour que sa position soit déterminée.

Ce second lieu géométrique pourra donc être, suivant les cas, une sonde ou le relèvement d'un second poste émetteur.

La position d'un navire muni d'appareils récepteurs pour signaux phoniques sous-marins pourra donc, en temps de brume, être connue d'une manière suffisamment précise pour permettre d'atterrir en toute sécurité, et même d'entrer dans un port pourvu de postes émetteurs : c'est ainsi que l'on peut actuellement entrer dans le port de New-York avec la plus grande facilité, par les brumes les plus épaisses, grâce aux cloches sous-marines installées à bord du bateau-feu de Nantucket et de celui de Fire-Island.

539. *Remarque I.* — Les *Instructions nautiques* indiquent les ports aux abords desquels sont installées des cloches sous-marines, ainsi que la position géographique de ces postes émetteurs, leur portée normale et le rythme qui les caractérise.

540. *Remarque II.* — Il est à souhaiter que l'usage des signaux phoniques sous-marins se répande de plus en plus et que les navires soient munis, non seulement d'appareils récepteurs, mais encore de cloches sous-marines : on conçoit, en effet que, par temps de brume, les risques d'abordage entre bâtiments ainsi équipés soient considérablement diminués, ces navires pouvant connaître leurs relèvements réciproques et manœuvrer, par suite, avec beaucoup plus de sûreté.

NOTE VI.

APPLICATION DE LA TÉLÉGRAPHIE SANS FIL DIRIGÉE A LA DÉTERMINATION DE LA POSITION D'UN NAVIRE. — RADIOCOMPAS BELLINI ET TOSI. — RADIOPHARES.

541. La T. S. F. D. a pour but de transmettre un message de T. S. F. dans une direction déterminée et, inversement, de permettre de déterminer dans quel gisement se trouve le poste émetteur.

Nous ne nous occuperons ici que de la résolution pratique de ce second problème dont l'importance est capitale pour le Navigateur puisqu'elle permet de déterminer la position du navire par relèvements simultanés à grande distance et cela malgré le vent, la pluie et la brume, les ondes hertziennes n'étant aucunement déviées par ces causes, comme le sont les signaux optiques et les signaux phoniques aériens.

La détermination du relèvement d'un poste émetteur d'ondes hertziennes est basée sur les faits suivants, dûment étudiés et vérifiés : E (*fig.* 213) étant une antenne d'émission d'ondes hertziennes, imaginons que A et A′, A_1 et A'_1 soient les pieds de deux paires d'antennes réceptrices situées deux à deux dans un même plan vertical, les pieds de deux antennes opposées étant reliés à des bobines B et B_1 dont les plans coïncident respectivement avec le plan des antennes correspondantes, ces deux plans étant d'ailleurs orientés à 90° l'un de l'autre.

L'expérience montre que si le poste E émet des ondes hertziennes, les paires d'antennes et leurs bobines ne sont aucunement actionnées lorsque leur plan est perpendiculaire au gisement de E, tandis qu'au contraire leur excitation croît d'autant plus que leur plan se rapproche davantage du vertical du poste émetteur.

L'excitation des bobines B et B_1 dépend donc uniquement de leur orientation par rapport à la direction dans laquelle se trouve le poste E.

Or si l'on dispose au centre des cadres des bobines B et B′ une troisième bobine mobile M, l'expérience et la théorie montrent que l'excitation de cette dernière bobine par les deux autres est d'autant plus forte que le plan de la bobine mobile est plus voisin du vertical du poste émetteur E.

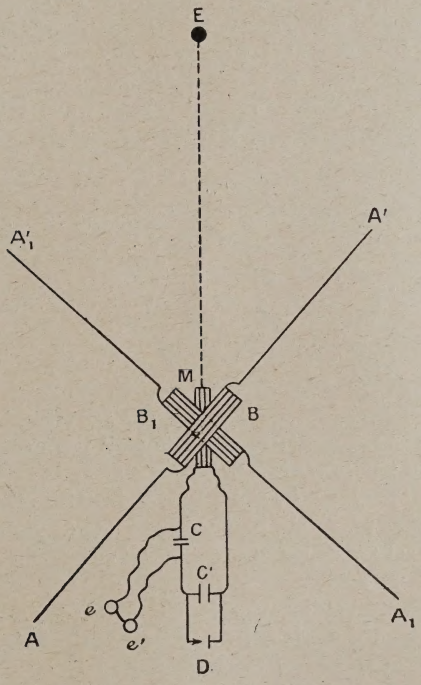
L'excitation de la bobine M s'observe au moyen d'écouteurs téléphoniques *ee′* disposés dans le circuit de cette bobine, en même temps qu'un détecteur D et deux condensateurs, l'un fixe C, l'autre variable C′, l'ensemble étant disposé, en projection horizontale, comme l'indique le schéma qui constitue la figure.

Il résulte de là que, lorsque le poste E fait une émission, l'observateur qui est aux écouteurs peut, en faisant tourner le cadre de la bobine M, arriver à l'orienter dans la direction du poste émetteur : M sera orientée sur E au moment où l'émission de ce poste sera entendue avec le maximum d'intensité.

Comme le bruit de l'émission cesse très brusquement lorsque la bobine M s'écarte trop du gisement de E, soit sur la droite, soit sur la gauche; comme, en outre, l'expérience montre que cette brusque cessation de l'audition correspond à des positions symétriques de M de part et d'autre du vertical du poste émetteur, on a reconnu que, pour obtenir la plus grande précision dans l'évaluation du gisement de E, il est préférable de noter les positions de la bobine qui correspondent à l'extinction brusque du bruit de l'émission et de prendre, pour gisement du poste émetteur, la direction qui correspond à la moyenne de ces deux positions.

Pour faciliter les opérations de repérage du point E le cadre mobile est relié par son axe à une aiguille qui se déplace sur un cercle gradué en degrés.

Fig. 213.



L'expérience a démontré que, par le procédé que nous venons de faire connaître, dû à MM. Bellini et Tosi, on peut évaluer le gisement de E à 1° près et cela jusqu'à une distance d'environ 150^{km} du poste émetteur.

Si donc un navire est muni du dispositif Bellini et Tosi on peut, à l'aide de ce *radiocompas*, déterminer sa position par relèvements simultanés ou successifs de postes émetteurs d'ondes hertziennes.

Les *radiocompas*, *radiogoniomètres* ou *compas azimutaux hertziens* Bellini et Tosi sont déjà installés à bord de plusieurs navires où ils donnent d'excellents résultats.

542. *Radiophares.* — Pour une bonne utilisation des radiocompas, il est nécessaire d'installer sur les côtes, des *radiophares*, c'est-à-dire des postes émetteurs très puissants.

Pour éviter toute confusion entre les ondes émises par tel ou tel radiophare, ceux-ci sont disposés de façon à émettre automatiquement des trains d'ondes de longueurs différentes se succédant dans un ordre et à des intervalles déterminés.

Il est permis d'espérer que, dans un avenir relativement prochain, le réseau actuel des phares lumineux sera doublé d'un réseau de phares hertziens qui, d'après ce qui vient d'être dit, sera susceptible de rendre les plus grande services au Navigateur, notamment en cas de brume.

543. *Remarque.* — On peut très bien déterminer la position d'un bâtiment muni simplement d'appareils récepteurs de T. S. F. ordinaire par le moyen des radiophares, pourvu que ceux-ci soient munis de radiocompas. Il suffira en effet, de demander aux radiophares voisins de déterminer les relèvements du navire et de les faire connaître par T. S. F. Les positions géographiques des radiophares étant connues et reportées sur la carte, on pourra alors tracer, par ces points, les directions correspondant aux relèvements signalés et en déduire la position du navire, tout comme si celui-ci avait été muni d'un radiocompas.

544. — *Utilisation des relèvements radiogoniométriques : correction Givry.* — Les radiogoniomètres permettant de prendre le relèvement d'un poste émetteur situé à grande distance, il s'agit de reporter, sur la carte marine, la direction dans laquelle se trouvait le poste émetteur, cette direction fournissant un lieu géométrique du navire.

Mais ici se présente une difficulté : tandis que, pour utiliser le relèvement d'un point visible, donc peu éloigné, il suffit de tracer, par le point relevé, une droite faisant avec les méridiens un angle égal au relèvement obtenu, pour utiliser un relèvement radiogoniométrique, on ne peut pas procéder de même car le lieu géométrique du navire est la représentation, sur la carte marine, de l'arc de grand cercle passant par le navire et par le poste émetteur. Or, vu l'éloignement de ces deux points, on ne peut plus, comme dans le cas du relèvement d'un point peu éloigné, regarder cet arc de grand cercle comme confondu avec l'arc de loxodromie joignant les deux points.

Pour utiliser le relèvement radiogoniométrique il faut donc trouver la correction à lui faire subir pour en déduire le *relèvement loxodromique* correspondant, c'est-à-dire l'orientation de la droite qui, sur la carte de Mercator, représentera l'arc de loxodromie passant par le navire et par le poste émetteur.

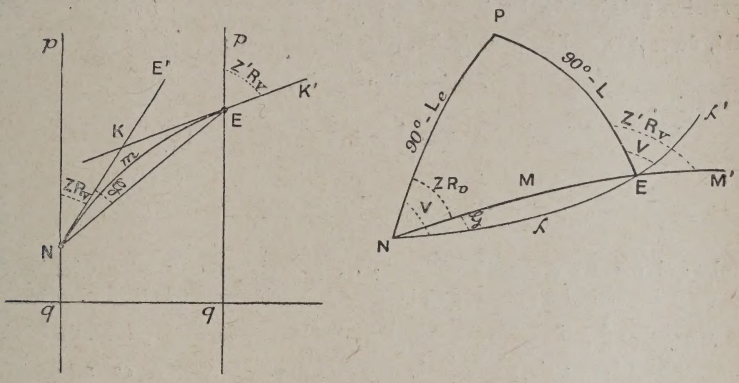
Pour calculer cette correction, soient (*fig.* 214, figure de gauche) N le navire, E le poste émetteur et N*m*E la courbe qui, sur la carte, représente l'arc de grand cercle NME (figure de droite) joignant ces deux points sur le Globe. En traçant la droite NE, sur la carte, nous savons que cette droite représentera l'arc de loxodromie NλE qui passe par ces deux points, de sorte que le problème sera résolu si nous trouvons la valeur de la correction $E'NE = G$ à faire subir au relèvement radiogoniométrique $ZR_\rho = PNE$ qui, puisque la carte marine conserve les angles, est représenté sur celle-ci par l'angle p NE' que le méridien du point N forme avec la tangente NE' à la courbe N *m* E.

En désignant par V l'angle PN λ, sur le Globe, ou son égal p NE, sur la carte, on voit alors que l'on a :

$$(1) \qquad V = ZR_p + \mathcal{G}.$$

Il est d'ailleurs important de remarquer que si les angles V et ZR_p sont comptés de 0° à 180°, à partir du pôle qui a le nom de la latitude de N, l'arc de grand

Fig. 214.



cercle NME sur le Globe, et la courbe NmE qui le représente sur la carte, auront toujours leur concavité tournée vers l'équateur, de sorte que *la correction* $\mathcal{G}$ *doit toujours s'ajouter à* ZR_p.

De la relation (1) on tire :

$$\mathcal{G} = V - ZR_p.$$

Or, si l'on mène par le point E, sur la carte, la tangente KEK′ à la courbe N m E on constate que, lorsque les points N et E ne sont pas trop éloignés, la courbe N m E se confond très sensiblement avec le cercle tangent, en N et en E, aux droites NE′ et EK. Dans ces conditions, le triangle EKN étant isoscèle, on a :

$$2\mathcal{G} = EKE' = Z'R_p - ZR_p$$

en désignant par $Z'R_p$ l'angle p EK′ ou son égal PEM′. On en déduit :

$$\mathcal{G} = \frac{Z'R_p - ZR_p}{2}.$$

D'autre part, le triangle sphérique PNE donne (Analogies de Néper) :

$$\operatorname{tang}\frac{PNE + PEN}{2} = \frac{\cos\dfrac{PN - PE}{2}}{\cos\dfrac{PN + PE}{2}} \cot\frac{NPE}{2},$$

c'est-à-dire en désignant par L_e et L les latitudes du navire et du poste émetteur, par l leur changement en latitude, par g leur changement en longitude et par L_m leur latitude moyenne :

$$\operatorname{tang}\frac{ZR_p + 180° - Z'R_p}{2} = \cot\frac{Z'R_p - ZR_p}{2} = \frac{\cos\dfrac{l}{2}}{\sin L_m} \operatorname{tang}\frac{g}{2}$$

ou encore :

$$\operatorname{tang}\frac{Z'R_\rho - ZR_\rho}{2} = \frac{\sin L_m}{\cos\dfrac{l}{2}}\operatorname{tang}\frac{g}{2}.$$

Or, si l'on ne considère que le seul cas où les points N et E ne sont pas éloignés de plus de 360 milles on peut, sans erreur sensible, remplacer à la fois, dans l'expression précédente, les tangentes par les arcs correspondants et $\cos\dfrac{l}{2}$ par l'unité, de sorte que l'on peut écrire, plus simplement :

$$Z'R_\rho - ZR_\rho = g \sin L_m,$$

et, par suite,

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} g \sin L_m,$$

d'où :

$$V = ZR_\rho + \frac{1}{2} g \sin L_m,$$

formule qui permet d'obtenir aisément V, connaissant ZR_ρ, en déduisant g et L_m du point estimé à l'instant où l'on a pris le relèvement radiogoniométrique.

La correction $\frac{1}{2} g \sin L_m$ a été calculée pour la première fois par M. l'Ingénieur Hydrographe Givry : c'est pour cela que l'on donne le nom de *correction Givry* à la correction à faire subir à un relèvement radiogoniométrique pour en déduire le relèvement loxodromique correspondant.

545. *Remarque.* — L'expérience a montré qu'il est toujours préférable et plus précis, quand cela se peut, d'utiliser les stations radiogoniométriques installées à terre — dont le nombre devient d'ailleurs de plus en plus grand — au lieu de se servir du radiogoniomètre du bord.

Quand un navire, situé à 360 ou 400 milles d'une station radiogoniométrique, désire obtenir de celle-ci son relèvement, il l'attaque par T. S. F. pour entrer en communication. Lorsque celle-ci est obtenue, la station signale au navire son relèvement radiogoniométrique ; le relèvement transmis par la station est toujours le relèvement compté de 0° à 360°, à partir du pôle élevé de la station, par l'Est.

Il résulte évidemment de là que l'on a, dans ce cas :

$$V = ZR_\rho \pm \mathcal{G},$$

le signe + correspondant à un relèvement radiogoniométrique inférieur à 180°, le signe — correspondant à un relèvement plus grand que 180°.

546. *Remarque II.* — Il est préférable de n'utiliser un relèvement radiogoniométrique, pour déterminer le point, que lorsque le navire n'est pas à plus de 300 ou 360 milles du poste radiogoniométrique : d'abord parce que c'est là la condition pour que la correction Givry puisse être calculée dans de bonnes conditions et, ensuite, parce que c'est jusqu'à cette distance qu'une erreur de 1° dans le tracé d'un relèvement donne une erreur de point comparable à celle que l'on obtiendrait en déterminant la position du navire à l'aide de droites de hauteur déduites d'observations faites dans des conditions normales.

NOTE VII.

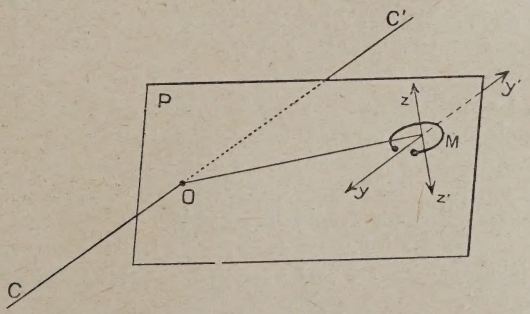
CABLES-GUIDE LOTH.

547. Les câbles-guide Loth sont une application très curieuse et pratique des phénomènes magnétiques et électriques qui se produisent dans le voisinage d'un câble parcouru par un puissant courant alternatif; ils ont pour but de permettre à un navire de suivre très exactement, et avec une sécurité complète, un chemin parallèle à un câble immergé dans une passe de façon à en indiquer la ligne axiale.

Par temps de brume les câbles-guide Loth permettent en effet, ainsi que l'expérience l'a montré, de suivre une passe, quelque difficile qu'elle soit, avec la même facilité que si la visibilité était parfaite. Il est donc à souhaiter, que leur emploi se généralise pour faciliter l'atterrissage ou l'accès des ports dans les parages desquels la brume est fréquente.

Pour comprendre le mode d'utilisation des câbles-guide Loth, il est indispensable d'étudier, tout d'abord, les phénomènes magnétiques et électriques, qui se développent dans le voisinage d'un câble parcouru par un courant alternatif.

Fig. 215.



Soient donc CC′ (*fig.* 215) un élément rectiligne de câble et M un point situé dans son voisinage.

Par le point M menons un plan P normal à CC′ et soit O le point d'intersection de ce plan avec CC′. Traçons OM puis, dans le plan P, menons zz' perpendiculaire à OM; enfin traçons yy' parallèle à CC′.

Si on lance dans CC′ un puissant courant alternatif, ce courant va déterminer dans son voisinage un champ magnétique et, au point M, d'après la règle d'Ampère,

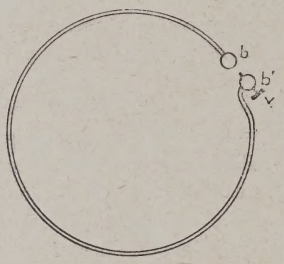
ce champ sera normal à CC′, c'est-à-dire dirigé suivant M z ou M z' selon que le courant va de C vers C′ ou inversement.

Donc, aussitôt que CC′ est parcouru par un courant alternatif, il se produit au point M *un champ magnétique oscillant* dirigé suivant M z ou M z'.

Mais, d'autre part, les extrémités C′ et C pouvant être considérées comme chargées, alternativement, de quantités d'électricité égales et contraires, si l'on place au point M un corps conducteur, celui-ci sera chargé, par influence et parallèlement à CC′, de quantités d'électricité de signes contraires, ces quantités d'électricité étant accumulées aux points les plus voisins de C et de C′ : il règne donc aussi, au point M, comme conséquence de la présence du conducteur CC′ *un champ électrique oscillant*, orienté alternativement vers M y' ou M y.

Pour mettre en évidence l'existence simultanée des deux champs au point M nous nous servirons de l'appareil, extrêmement simple, connu sous le nom de *résonateur de Hertz :* cet instrument se compose (*fig.* 216), comme on le sait, d'un

Fig. 216.



fil de cuivre courbé en forme de cercle et terminé, à chacune de ses extrémités, par une petite boule b ou b', l'une d'elles b' servant d'écrou à une petite vis micrométrique v dont la pointe peut être, à volonté, plus ou moins rapprochée de la surface de la boule b et servir, par suite, de micromètre pour mesurer les étincelles qui pourront jaillir entre b et b'.

Si nous disposons ce résonateur dans le plan OM y, comme le représente la figure 215, les variations de flux qui se produiront à travers cette boucle ou cadre y détermineront des courants induits dont l'intensité se mesurera d'après la longueur des étincelles jaillissant entre b et b' : l'expérience montre que ces étincelles sont d'autant plus longues que le résonateur est plus voisin de CC′.

Si l'on a soin d'orienter la coupure suivant M y ou M y', comme les quantités d'électricité refoulées par influence dans les boules sont de mêmes signes, les étincelles qui jailliront entre ces boules seront dues uniquement au champ magnétique parallèle à zz'.

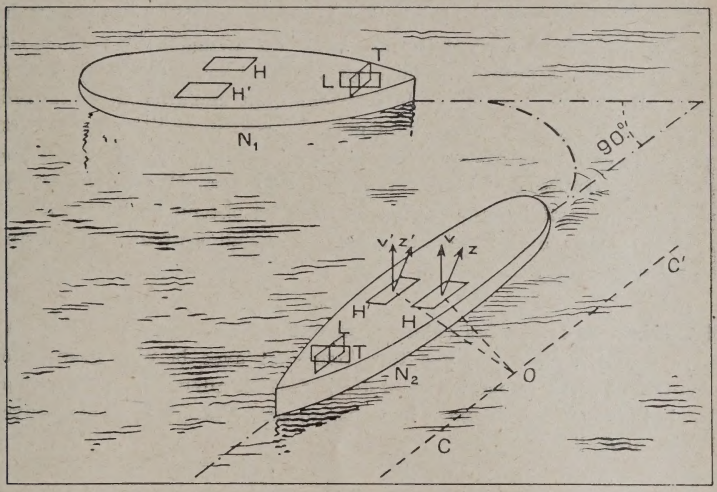
Si nous plaçons maintenant le résonateur dans le plan y M z, de telle sorte que la coupure soit orientée suivant M z, le champ magnétique sera sans effet puisque aucun flux ne traverse le cadre mais, à chaque alternance les extrémités de la coupure étant chargées d'électricités de signes contraires, il y aura des étincelles.

Enfin si nous plaçons le résonateur dans le plan OM z, la coupure ne sera évidemment franchie par aucune étincelle car le résonateur ne sera soumis ni à l'influence du champ magnétique, ni à celle du champ électrique.

Ceci posé, imaginons que CC′ (*fig.* 217) soit un câble immergé dans une passe et supposons qu'un navire soit muni :

1° A l'*avant*, de deux cadres verticaux, l'un longitudinal L, l'autre transversal T, constitués par un cadre en bois sur lequel est enroulé un fil isolé dont les extrémités vont aboutir aux bornes d'un écouteur téléphonique ;

Fig. 217.



2° De deux cadres horizontaux H et H′, placés symétriquement à tribord, et à bâbord de la passerelle, ces cadres étant constitués comme les précédents et, comme eux, mis dans le circuit d'un écouteur téléphonique.

Il est clair que si un navire muni d'un pareil dispositif se présente en N_1, perpendiculairement à la direction de CC′, dès qu'il pénétrera dans le champ électrique produit par le courant alternatif qui parcourt le câble, le cadre T se mettra à chanter tandis que le cadre L restera muet.

Si donc après avoir entendu CC′ sur le cadre T on réduit le nombre de spires des cadres T et L à ce qui est nécessaire pour qu'ils commencent à être impressionnés quand ils se trouvent à 300^m du câble, il suffira de continuer la même route jusqu'à ce que l'on entende de nouveau le câble sur le cadre T pour être certain qu'à ce moment, on sera à 300^m de CC′ et l'on viendra alors sur tribord de 90° de façon à faire route parallèlement au câble : on sera averti que l'on suit une route parallèle au câble lorsque l'audition aura cessé sur le cadre T et sera devenue maximum sur le cadre L.

Afin de se maintenir parallèlement à CC′ et à une distance de 50^m, par exemple, on ne gardera sur les cadres H et H′ que le nombre de spires nécessaire pour accorder H et H′ sur le câble à cette distance et l'on écoutera ces deux cadres.

Comme ces cadres sont influencés par les composantes verticales v et v' des champs magnétiques z et z' qui les traversent, et comme les intensités de ces champs magnétiques diminuent très rapidement avec la distance, il est clair que l'on sera en bonne route et à la distance voulue, le câble par bâbord, quand

l'écoute sera très forte sur L et H, moins forte sur H′, nulle sur T et ne variera pas d'intensité.

On sera averti que l'on se rapproche de CC′ si le son sur H et H′ augmente d'intensité ; on s'éloignera au contraire de CC′ si le son sur H et H′ diminue d'intensité et l'expérience a montré qu'on se rend très aisément compte ainsi d'une variation de distance d'une dizaine de mètres.

548. *Remarque I.* — Un câble-guide Loth est constitué par un conducteur métallique isolé dont l'extrémité du large est dénudée et soudée sur une plaque de cuivre. L'autre extrémité du câble est reliée à l'un des pôles d'un puissant alternateur, tandis que le deuxième pôle de l'alternateur est relié à la mer par une plaque de cuivre immergée. Le circuit de l'alternateur est alors fermé par la mer et le courant alternatif parcourt le câble exactement comme si ses deux extrémités étaient directement reliées aux pôles de l'alternateur.

Le rythme caractéristique de chaque câble est obtenu au moyen d'un interrupteur automatique actionné par le moteur de l'alternateur ou par un petit moteur indépendant.

549. *Remarque II.* — Les câbles Loth ont été expérimentés à Brest avec le plus grand succès. On a pu, par tous temps et avec la plus grande facilité, faire entrer et sortir un navire muni des cadres récepteurs dont nous venons de parler, le Commandant donnant la route, au son, d'un poste de manœuvre isolé optiquement de l'extérieur.

NOTE VIII.

TÉLÉMÈTRES.

550. On appelle *télémètres* des instruments d'optique permettant de mesurer rapidement, simplement et avec précision la distance à laquelle on se trouve d'un objet éloigné.

Les télémètres permettent donc de connaître le plus rapidement et le plus simplement possible la position d'un navire en atterrissage ou naviguant en vue des côtes : il suffit, en effet, de tracer sur la carte le relèvement vrai de l'objet observé, puis de porter sur ce relèvement la distance indiquée par le télémètre.

Si l'on est en atterrissage par temps de brume, une éclaircie de quelques instants peut ainsi permettre de faire le point avec une très grande exactitude; si l'on navigue à grande vitesse à proximité d'une côte dangereuse, l'on peut, de même, connaître la position exacte du navire aussi fréquemment qu'on le désire : en pareilles circonstances, l'usage du télémètre est, par suite, un facteur de sécurité des plus importants que l'on ne saurait trop recommander l'emploi.

Nous avons déjà vu dans ce Cours (454) comment on peut, à l'aide du sextant et de la Table XIV de Friocourt, connaître la distance à laquelle on se trouve d'un objet de hauteur connue : le sextant est donc le télémètre normal du Marin, mais la détermination de la distance exige une lecture d'angle, suivie d'un calcul, ce qui demande un certain temps et multiplie les chances d'erreurs.

C'est pour cela que l'on a cherché à réaliser des instruments très maniables, d'emploi facile, donnant instantanément la distance par simple lecture sur une graduation appropriée.

Nous allons, dans cette dernière Note, donner succinctement le principe des télémètres qui sont le plus fréquemment employés à bord des navires.

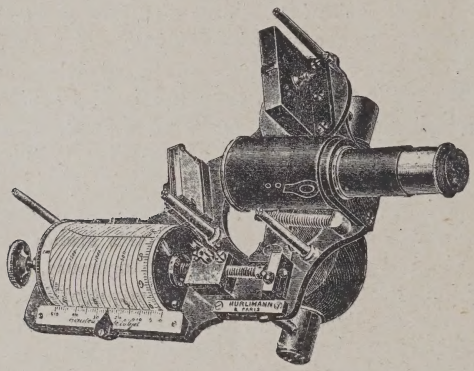
551. *Télémètre Fleuriais-Guyou.* — Cet instrument (*fig.* 218) est un véritable petit sextant dans lequel l'alidade du grand miroir est conduite par une vis micrométrique qui remplace la vis de rappel du sextant ordinaire. Sur cette vis est monté un tambour cylindrique (*fig.* 218) sur lequel sont tracés les diagrammes télémétriques correspondant aux diverses hauteurs des objets visés : ce tambour se déplace donc parallèlement à son axe et il est clair que son déplacement est fonction de l'angle sous lequel on voit la hauteur de l'objet.

Une échelle en ivoire, fixée sur le châssis de l'instrument, parallèlement à l'axe du tambour, porte une graduation indiquant la hauteur de l'objet que l'on veut observer et, pour éviter toute confusion, un petit index, mobile à frottement doux sur l'échelle en ivoire, peut se placer en regard de la graduation qui correspond à la hauteur de l'objet.

Ceci posé, pour obtenir la distance à laquelle on se trouve de l'objet observé, on vise directement sa base puis on manœuvre l'alidade du grand miroir, en agissant sur le bouton qui termine l'axe du tambour, jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie du sommet de l'objet vienne coïncider avec l'image directe de sa base : la distance se lit immédiatement sur le tambour; elle est indiquée par le diagramme hélicoïdal dont le trait coïncide avec la division de l'échelle qui correspond à la hauteur de l'objet visé.

L'emploi de cet instrument est, comme on le voit, extrêmement simple et ne comporte d'autres rectifications que la vérification de la perpendicularité du petit miroir et la réduction à zéro de l'erreur instrumentale.

Fig. 218.



La première rectification se fait exactement comme pour le sextant; pour opérer la seconde, on place le tambour à zéro et l'on desserre l'écrou d'une vis qui sert de butée à l'alidade du grand miroir. On agit ensuite sur la tête de cette vis de façon à amener en coïncidence parfaite les deux images d'un objet éloigné d'au moins 1000^{m}, puis l'on serre de nouveau l'écrou de la vis-butée.

Bien que l'instrument soit gradué pour donner les distances jusqu'à 4000^{m}, on peut l'utiliser pour obtenir des distances supérieures à ce chiffre; il suffit pour cela, de placer l'index mobile sur une hauteur égale à la moitié de la hauteur de l'objet visé : le tambour indique alors la moitié de la distance.

Le télémètre Fleuriais-Guyou, adopté par la Marine militaire française, a été inventé par l'Amiral Fleuriais et perfectionné par le Commandant Guyou, Membre de l'Institut, Chef du service des Instruments nautiques au Ministère de la Marine. Il est construit par MM. Ponthus et Thérodde (Successeurs de l'ancienne et célèbre Maison Lorieux-Hurlimann), Constructeurs des excellents sextants que l'on trouve entre les mains de la plupart des Navigateurs français.

532. *Lunette télémétrique Guyou, ou télémètre de direction de tir.* — Cet instrument, imaginé par le Commandant Guyou, et construit par la maison Ponthus et Therodde, est également adopté par la Marine militaire française. Son principe est exactement le même que celui de l'héliomètre de Bouguer (*Astronomie*, 188).

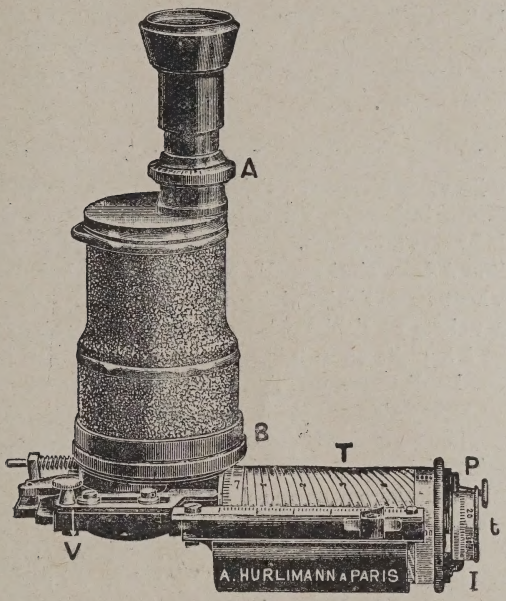
Il se compose d'une lunette à prisme AB (*fig.* 219) permettant de voir les objets non renversés, et ayant un fort grossissement et une grande clarté sous un

petit volume : la longueur totale de la lunette est de 16^{cm} et peut donner deux grossissements différents car l'instrument est livré avec deux oculaires, l'un donnant un grossissement de 11 fois, l'autre de 8 fois.

La mise au point s'obtient en imprimant un mouvement de rotation à la bague A.

L'objectif est scié en deux et la partie mobile, montée sur une coulisse, reçoit son mouvement par le moyen d'une vis micrométrique servant d'axe à un tam-

Fig. 219.



bour T, disposé comme celui du télémètre Fleuriais-Guyou, c'est-à-dire portant les diagrammes telémétriques correspondant aux hauteurs des objets visés et se déplaçant devant une règle en ivoire dont la graduation indique les hauteurs des objets observés.

Lorsque le tambour indique zéro, on ne voit qu'une seule et même image et l'instrument peut être utilisé comme une excellente lunette. mais, si l'on fait tourner le tambour, le demi-objectif mobile se déplace, ainsi que l'image qui se forme non loin de son foyer.

On pourra donc amener ainsi en coïncidence les images du sommet et de la base de l'objet visé : pour avoir la distance, il suffira alors de lire, sur le tambour, la graduation du diagramme qui coïncide avec celle de l'échelle des hauteurs correspondant à la hauteur indiquée. D'ailleurs, pour éviter toute chance de confusion, on aura soin de placer, en regard de cette dernière graduation, le curseur-index de l'échelle en ivoire.

Les diagrammes hélicoïdaux tracés sur le tambour donnent les distances jusqu'à 7000^{m}, mais l'instrument permet, néanmoins, de mesurer des distances

supérieures : il suffira, en effet, de placer l'index sur une hauteur moitié de celle de l'objet observé et de doubler la distance lue sur le tambour.

De même, si la hauteur de l'objet dépassait celle inscrite sur la réglette des hauteurs, on placerait l'index sur la division correspondant à la moitié de la hauteur réelle et l'on doublerait la distance lue sur le tambour.

Pour rectifier l'instrument, on met les tambours T et t à zéro et l'on serre la vis d'immobilisation du tambour t.

On met ensuite la lunette au point à l'aide de l'anneau A puis l'on vise l'horizon de la mer en ayant soin de placer le tambour T verticalement et en bas : si les deux images de la ligne d'horizon coïncident, l'instrument est rectifié; dans le cas contraire, on introduit dans la tête de la vis de butée une broche fournie avec l'instrument et l'on tourne cette vis jusqu'à ce que la coïncidence parfaite des deux images soit obtenue.

553. *Télémètres à base et à coïncidence.*— La détermination du point par le relèvement vrai d'un objet et sa distance, à l'aide des instruments que nous venons d'étudier, suppose que la hauteur des objets visés est connue et que l'on en aperçoit à la fois la base et le sommet.

Dans les *télémètres à base*, ainsi appelés parce que c'est la longueur de l'instrument et non la hauteur de l'objet visé qui sert de base, il suffit, au contraire, de viser un point unique de l'objet pour obtenir immédiatement, par simple lecture, la distance à laquelle on se trouve de cet objet.

Il est évident que les distances que l'on pourra mesurer avec précision, avec un télémètre à base, seront d'autant plus grandes que la longueur de l'instrument sera elle-même plus grande puisque la mesure de la distance est fonction de l'angle sous lequel, du point visé, on apercevrait la base télémétrique, en supposant celle-ci orientée perpendiculairement au relèvement de ce point.

Réduit à ses organes essentiels un *télémètre à base et à coïncidence* se compose d'un tube métallique parfaitement rigide TT′ (*fig.* 220) aux extrémités duquel sont fixés deux miroirs M et M′ inclinés de 45° sur l'axe du tube et tous deux perpendiculaires au plan de la figure, c'est-à-dire au plan contenant à la fois l'axe du tube et le point visé : la partie MM′ de l'axe du tube comprise entre les centres des deux miroirs est la *base télémétrique* de l'instrument.

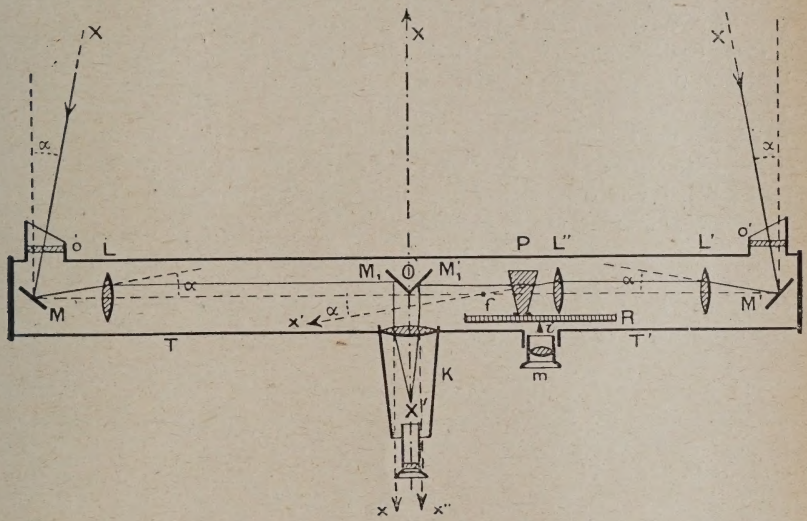
Deux lentilles convergentes L et L′, de même distance focale, sont fixées dans le tube, sur l'axe MM′ et dans des positions telles que leurs foyers coïncident exactement avec les points M et M′. Il résulte de là que si l'on oriente MM′ de telle sorte que la perpendiculaire OX, élevée en son milieu, vienne passer par le point éloigné X, les rayons symétriques XM et XM′, qui viennent rencontrer les miroirs M et M′ en leurs centres, se réfléchiront toujours suivant un axe secondaire des lentilles L et L′ et en sortiront, par suite, parallèlement à MM′, pour venir se réfléchir sur les miroirs M_1 et M'_1, parallèles à M et à M′, mais fixés au milieu O de la base, comme l'indique la figure.

Ces deux rayons se réfléchiront donc sur les miroirs M_1 et M'_1, parallèlement à OX, pour venir donner une image unique X′ du point X, un peu au delà du foyer de l'objectif de la lunette terrestre K, qui est munie d'un véhicule, non représenté sur la figure, afin de donner des images réelles et droites.

Tel quel, l'instrument serait donc une véritable lunette terrestre coudée, de très grande clarté, à fort grossissement, mais à champ peu étendu, et il résulte

de tout ce qui vient d'être dit que lorsque nous apercevrons l'image X′ du point X sur l'axe optique de la lunette K, c'est que celui-ci sera exactement pointé sur le point X, les rayons XM et XM′ étant alors symétriques par rapport à OX et faisant entre eux un angle 2 α égal à l'angle parallactique sous lequel un observateur, placé au point X, apercevrait la base télémétrique MM′.

Fig. 220.



Pour mesurer cet angle parallactique ou, plus exactement, sa moitié, on ne laisse pas le rayon refléchi sur M′ et redressé par la lentille L′ venir frapper directement le miroir M'_1 mais on le dévie de l'angle α au moyen d'une seconde lentille L″ identique à la lentille L′ de sorte que, si f est le foyer principal de L″, le rayon XM′, après avoir touché M′ et traversé L′ et L″, sortira de cette dernière lentille suivant la direction fx', formant avec MM′ un angle $M\,fx' = \alpha$.

Par conséquent, pour que ce rayon soit de nouveau redressé parallèlement à MM′ il faudra le dévier d'un angle α : cette déviation est obtenue au moyen d'un prisme P, fixé sur une réglette R, qu'un bouton de manœuvre permet de faire glisser parallèlement à MM′ et il est évident qu'à chaque valeur de α correspond une position et une seule du prisme P permettant de faire sortir le rayon fx' suivant une direction $M'_1 x''$, parallèle à $M_1 x$.

Si donc l'on a repéré sur la réglette R les positions successivement occupées par l'index i quand on a visé des points $X_1, X_2, X_3, \ldots$, situés à des distances exactement connues, il est clair que pour obtenir la distance inconnue d'un point quelconque X, il suffira de viser ce point par les miroirs M_1 et M, puis de manœuvrer le prisme P de telle sorte que l'on amène l'image provenant des miroirs M′ et M'_1 en coïncidence parfaite avec celle fournie par les miroirs M et M_1. Quand ce résultat aura été obtenu, il n'y aura plus qu'à lire la distance sur la réglette R, en face de l'index i. Comme le microscope m est toujours à très fort grossissement, la lecture de la distance se fait très facilement et avec une grande précision. On démontre, d'ailleurs, que la justesse de la mesure est

fonction de la puissance de l'instrument, c'est-à-dire du produit de la demi-base télémétrique par le grossissement du microscope *m*.

La *Société d'Optique et de Mécanique de haute précision* (S. O. M.), 125, boulevard Davout, à Paris, a, pendant et depuis la guerre, considérablement perfectionné la construction des télémètres à base.

Ses instruments, très appréciés par l'Armée, par la Marine militaire, et que l'on commence à trouver à bord de plusieurs paquebots de nos grandes Compagnies de navigation, ont atteint un très grand degré de précision.

Cette Société construit des télémètres à base et à coïncidence de différentes longueurs permettant de mesurer les distances comprises entre 960^m et 30000^m avec une précision telle que, à la distance de 2^{km}, l'erreur pratiquement à craindre ne dépasse pas 15^m pour une base de 2^m, et 8^m pour une base de 3^m.

Des télémètres de bord de 5^m, 6^m de base et plus, de très grande puissance, sont à l'étude : avec ces instruments, l'erreur pratiquement à craindre ne devra pas dépasser 3^m pour une distance de 2^{km}.

554. *Remarque I.* — Les *télémètres à base* étant longs et d'un poids assez élevé, sont fixés, à bord, sur des supports articulés permettant de les orienter et manœuvrer avec une très grande facilité.

555. *Remarque II.* — Les télémètres à base de la S. O. M., bien que basés sur le principe indiqué par le schéma de la figure, ont un système optique différent. Les différences proviennent de ce que les miroirs M_1 et M'_1 ont été reportés aux extrémités de l'instrument de façon à former, à chaque bout, des systèmes optiques redresseurs. En outre, les miroirs M, M', M_1 et M'_1 sont remplacés par des prismes à réflexion totale.

Grâce à cette disposition, la lunette K peut être remplacée par une excellente lunette à prismes dont les deux objectifs sont placés à l'intérieur du tube TT', sur la base télémétrique elle-même, ce qui permet d'augmenter considérablement la clarté et la puissance, en supprimant presque complètement le corps de la lunette K; de cette façon, il n'y a guère que l'oculaire de la lunette et les parasoleils des ouvertures de visée O et O' qui fassent saillie sur la tube TT'.

Il va sans dire que les ouvertures de visée O et O' sont, sur tous les télémètres à base, fermées par des glaces à faces rigoureusement parallèles qui ne produisent, par suite, aucune déviation des rayons provenant de l'objet visé.

556. *Télémètres stéréoscopiques S. O. M.* — La Société S. O. M. construit également des télémètres stéréoscopiques à base dont le principe est toujours le même mais qui sont encore plus commodes.

Dans ces télémètres, il y a deux oculaires au moyen desquels on voit l'objet visé en stéréoscopie, comme dans une excellente jumelle à prismes.

Les télémètres stéréoscopiques sont de deux modèles : à échelle fixe ou à index mobile.

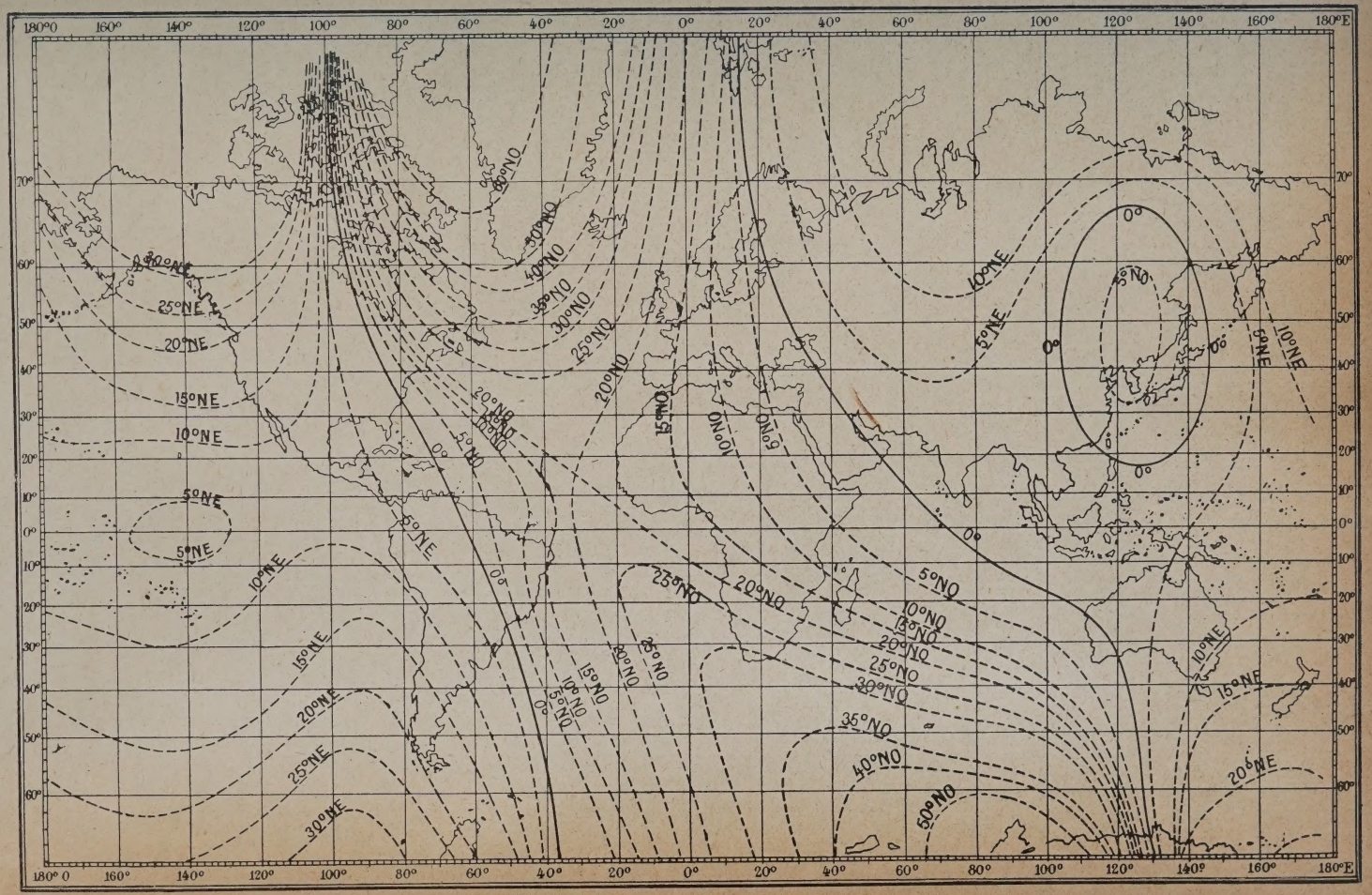
Grâce à des dispositifs spéciaux très ingénieux, mais dont la description nous entraînerait trop loin, ces instruments donnent les distances avec une très grande facilité.

Dans le *modèle à échelle fixe* des repères fixes, sur chacun desquels une distance est inscrite, apparaissent automatiquement dans le champ, en même temps que

s'opère la visée, de sorte que la distance cherchée est lue sur celui des repères qui apparaît comme suspendu exactement au-dessus de l'objet visé, sans qu'il y ait aucun organe de lecture à manœuvrer.

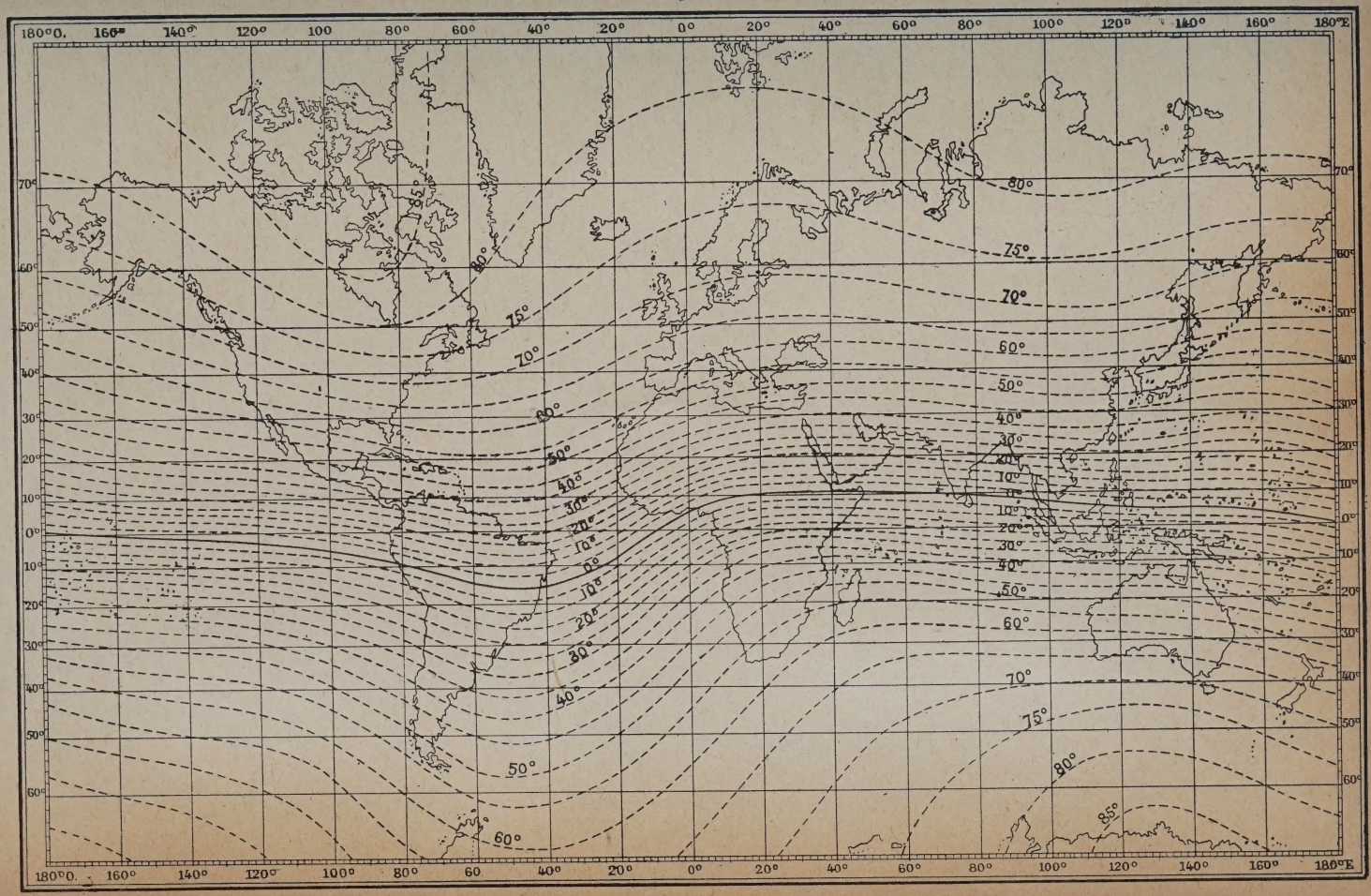
Dans le *modèle à index mobile* un seul repère ou index est aperçu dans le champ de l'instrument, en même temps que l'objet visé. Par la manœuvre d'un bouton approprié, cet index paraît s'éloigner ou se rapprocher dans l'espace : l'opération de mesure consiste, dans ce cas, à déplacer l'index jusqu'à ce qu'il paraisse être à la même distance que le but; on lit alors la distance sur une échelle disposée à cet effet à l'intérieur de l'instrument.

FIN.


180°O 160° 140° 120° 100° 80° 60° 40° 20° 0° 20° 40° 60° 80° 100° 120° 140° 160° 180°E
70° 60° 50° 40° 30° 20° 10° 0° 10° 20° 30° 40° 50° 60°
0°
5°NE
10°NE
15°NE
20°NE
25°NE
30°NE
5°NO
10°NO
15°NO
20°NO
25°NO
30°NO
35°NO
40°NO
60°NO

LIGNES D'ÉGALE INCLINAISON MAGNÉTIQUE

1924



1924

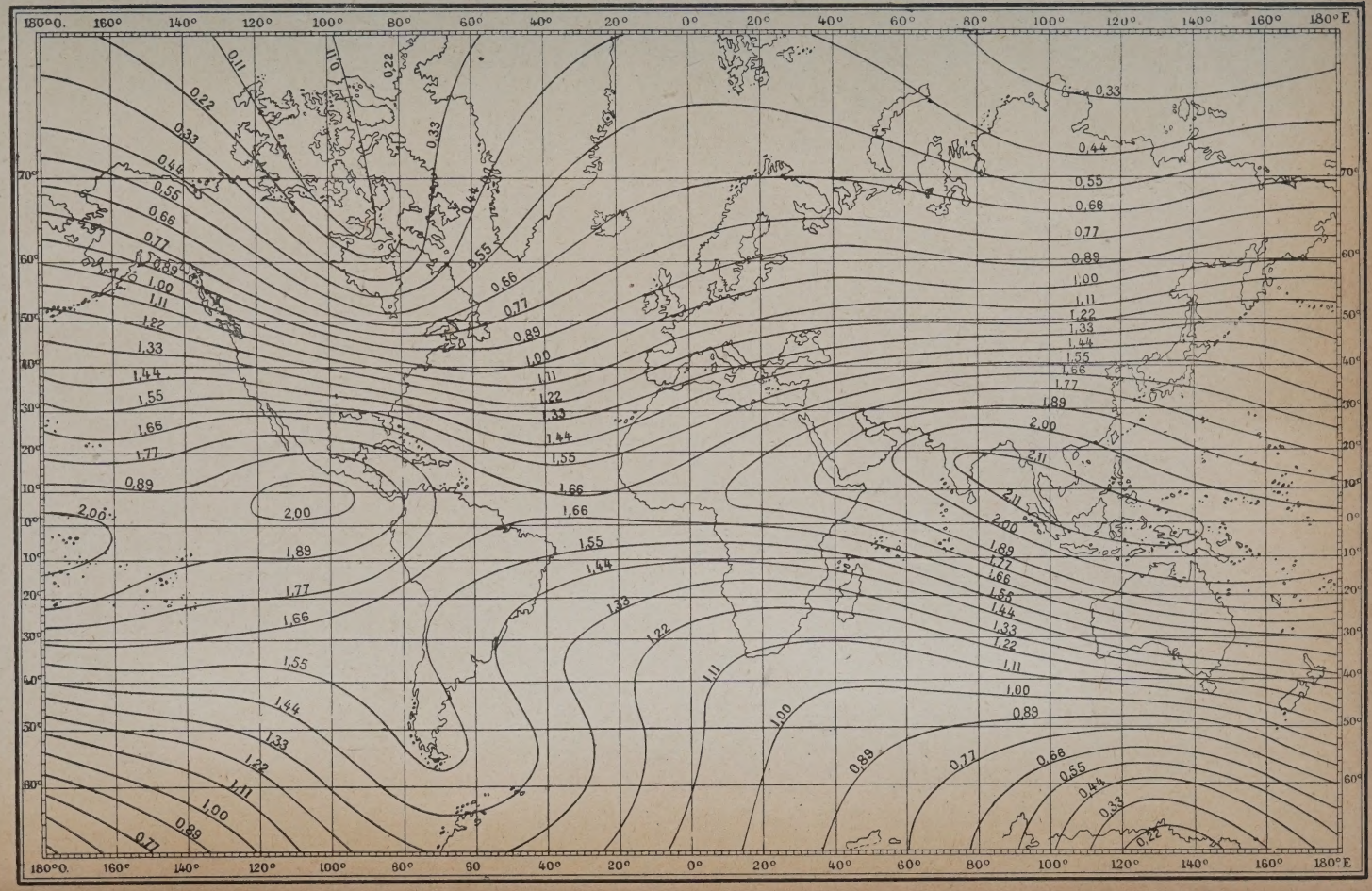

180°O. 160° 140° 120° 100° 80° 60° 40° 20° 0° 20° 40° 60° 80° 100° 120° 140° 160° 180°E
70° 60° 50° 40° 30° 20° 10° 0° 10° 20° 30° 40° 50° 60°
0.11 0.22 0.33 0.44 0.55 0.66 0.77 0.89 1.00 1.11 1.22 1.33 1.44 1.55 1.66 1.77 2.00 2.11

TABLE DES MATIÈRES.

INTRODUCTION.

Pages.

Définition. Énoncé des problèmes qu'un Capitaine doit savoir résoudre.... 1

CHAPITRE I.

MESURE DES HAUTEURS ET DU TEMPS A LA MER.

I. — *Sextant.*

Principe du sextant..... 2
Collimation et parallélisme..... 4
Point de collimation. Point de parallélisme. Distance minima à laquelle doit se trouver un objet pour qu'il permette d'obtenir un bon parallélisme..... 5
Description d'un sextant Lorieux-Hurlimann..... 6

Rectifications du sextant.

Rectification de l'axe optique et du grand miroir..... 9
Rectification du petit miroir..... 10
Erreur instrumentale..... 11
Lire une erreur instrumentale positive..... 12
Détermination de l'erreur instrumentale..... 13
Réduire l'erreur instrumentale..... 14

Usage du sextant.

Distance angulaire de deux points éloignés..... 15
Mesure de la hauteur d'un astre..... 16
Positions relatives de l'horizon et de l'astre au moment du contact..... 17
Égalisation des images. Observations de nuit..... 18
Instruments de nuit. Instrument Laurent..... 19
Instruments Fleuriais..... 20

Horizons artificiels.

Horizons artificiels à mercure..... 20
Horizons artificiels à huile..... 21
Horizons artificiels à glace. Niveau à bulle d'air. Vérification de l'horizontalité d'une ligne..... 22
Caler l'horizon à glace..... 23

Pages.

Principe de la mesure des hauteurs à l'horizon artificiel. Observation du Soleil à l'horizon artificiel 24
Moyen pratique d'obtenir de bons contacts 26

II. — *Correction des hauteurs.*

Correction des hauteurs prises à l'horizon de la mer : deux méthodes 27
Correction des hauteurs prises à l'horizon artificiel 30

Calcul des éléments qui figurent dans les formules de correction des hauteurs.

Dépression 31
Réfraction 33
Parallaxe en hauteur. Demi-diamètres 34
Correction pratique des hauteurs à la mer 35
Passer de la hauteur vraie du centre à la hauteur instrumentale d'un bord 37

III. — *Chronomètres et montres marines.*

Chronomètres 38
Compteurs. Montre d'habitacle 39

Notions sur le mécanisme des chronomètres.

Moteur 39
Régulateur 40
Échappement 41
Balancier compensateur 42
Remontage 43

Usage des chronomètres.

Déterminer l'heure du compteur qui correspond à l'instant d'une observation 44
Passer de l'heure du compteur à l'heure correspondante du chronomètre. Comparaison. Prendre une comparaison, méthode courante 46
Méthode des coïncidences 47
Usage de la montre de comparaison 49
Passer de l'heure du chronomètre à l'heure Tmp : état absolu 50
Marche diurne. Calculer l'heure Tmp qui correspond à une heure donnée d'un chronomètre 51
Calculer l'heure du chronomètre qui correspond à une heure de Greenwich 52
Convertir un intervalle chronométrique en intervalle de temps moyen et inversement. Variation des marches 53
Influence de la température 54
Influence du temps 55
Conduite des montres. Contrôle réciproque des chronomètres. Marches relatives 56

Pages.
Registre chronométrique..... 58
Carnet matricule..... 59

IV. — *Réglage de la montre d'habitacle et des chronomètres.*

Réglage de la montre d'habitacle.

Régler la montre d'habitacle au moment du lever ou du coucher vrai du Soleil..... 60
Régler la montre d'habitacle au moment du lever ou du coucher apparent du nord supérieur du Soleil (couleurs)..... 63
Régler la montre d'habitacle à midi vrai..... 64
Régler la montre d'habitacle à l'aide d'une hauteur prise à l'instant favorable au calcul d'heure. Réglage de la montre d'habitacle à l'aide d'un chronomètre..... 65
Passer de l'heure de la montre à l'heure du lieu et inversement..... 66

Régler un chronomètre.

Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par sa comparaison avec une pendule ou un chronomètre réglé..... 67
Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par l'observation de la chute d'un signal horaire..... 68
Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par l'observation de hauteurs correspondantes..... 69
Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par l'observation de hauteurs prises à l'horizon artificiel..... 73
Déterminer l'instant des circonstances favorables à l'observation des hauteurs pour un calcul d'heure..... 74
Déterminer l'état absolu d'un chronomètre par les signaux horaires de T. S. F. émis par la Tour Eiffel..... 78
Détermination de la marche diurne d'un chronomètre. Ramener l'état absolu calculé au midi moyen qui précède ou qui suit l'observation..... 80

CHAPITRE II.

PREMIER PROBLÈME DE NAVIGATION : MOYENS DE S'ORIENTER ET DE SE DIRIGER EN MER.

I. — *Propriétés de l'aiguille aimantée.*

Aimants naturels. Substances magnétiques et non magnétiques. Aiguille aimantée. Aimants artificiels..... 82
Propriétés de l'aiguille aimantée. Extrémité nord. Extrémité sud. 83
Méridien magnétique. Méridienne magnétique. Déclinaison. Inclinaison. Interprétation de l'action magnétique de la Terre sur l'aiguille aimantée..... 84
Pôles d'un aimant..... 85
Pôles de même nom. Pôles de noms contraires. Action des aimants sur les aimants. Nature des pôles de l'aiguille aimantée..... 86

Pages.

Unité de magnétisme. Intensité magnétique terrestre en un lieu donné. Force horizontale. Force verticale. Mode d'action de la Terre sur l'aiguille aimantée 87
Cartes magnétiques de la Terre. Cartes isogoniques 89
Cartes isoclines. Cartes d'égale force horizontale 90

II. — *Compas. Correction des routes.*

Compas. Rose des vents 91
Compas ordinaires 92
Compas Thomson 93
Compas étalon. Compas de route 94
Compas à liquide 96
Taximètres 97

Correction des routes.

Déviation 97
Variation. Caps et azimuts vrais, magnétiques, au compas ... 98
Conventions de signes. $C_v = C_c + W$ 99
$W = D + \delta$ 100
$C_v = C_m + D$; $Z_v = Z_m + D$; $C_m = C_c + \delta$ 101
$Z_m = Z_c + \delta$. Dérive. Route vraie. Route au compas 102
$R_v = V_v = C_v = \partial$ 103
Connaissant C_c, W et ∂, calculer V et inversement 104
Relèvements. Correction des relèvements 105

III. — *Détermination de la variation du compas.*

Détermination de l'azimut d'un astre ou d'un objet terrestre.

Azimut vrai d'un astre par la hauteur et la latitude 107
Azimut vrai d'un astre au moment de son lever ou de son coucher vrai 108
Azimut vrai d'un astre au moment de son lever ou de son coucher apparent 110
Azimut vrai d'un astre par l'heure du lieu et la latitude 111
Azimut vrai de la polaire 112
Azimut d'un astre quelconque à l'aide des Tables de Perrin 115
Autres Tables d'azimuts 116
Azimut vrai d'un objet terrestre 117
Circonstances favorables au calcul d'azimut. Erreur provenant d'une erreur sur L 118
Erreur provenant d'une erreur sur P 119
» » H 120
» » Δ 121

Régulation du compas.

Dresser un tableau de déviations au mouillage 123
Diagramme de Napier 124
Diagramme de Napier modifié 127
Dresser un tableau de déviations en mer 128

IV. — *Compensation des compas.*

Pages.

Fers doux. Fers durs. Propriétés magnétiques du fer doux..... 130
Propriétés magnétiques du fer dur. Intensité de l'action d'un fer magnétique sur l'aiguille aimantée. Loi de Coulomb..... 133
Constitution d'un navire au point de vue magnétique..... 134
Rotation d'un aimant autour du compas..... 136
» fer doux vertical ou horizontal autour du compas. 137
Déviation semi-circulaire. Déviation quadrantale..... 141
Théorèmes relatifs aux déviations en divers lieux..... 142
Principe de la compensation des compas..... 143

Pratique de la compensation.

Formules d'A. Smith..... 144
Détermination des coefficients de la formule d'A. Smith..... 145
Compensation d'un compas lorsque A et E sont nuls ou de valeurs négligeables..... 147
Dosage du Flinders..... 150
Donner au navire un cap magnétique déterminé..... 153
Compensation d'un compas lorsque A et E ne sont pas négligeables. 154
Correction de la déviation due à la bande..... 157
Peinture des aimants. Erreur Gaussin. Précautions à prendre à bord des navires qui ont des installations électriques..... 158
Remarques générales. Surveillance du compas..... 159

CHAPITRE III.

DEUXIÈME PROBLÈME DE NAVIGATION : DÉTERMINER LA ROUTE A SUIVRE ET LA DISTANCE A PARCOURIR POUR SE RENDRE D'UN LIEU DONNÉ DANS UN AUTRE LIEU DONNÉ.

I. — *Loxodromie. Étude de ses propriétés.*

Définition. La loxodromie n'est pas, en général, une courbe plane. 161
Latitude croissante..... 162
Déterminer l'angle de route loxodromique à suivre pour aller d'un lieu donné dans un autre lieu donné..... 163
Distance de deux points situés sur un même arc de loxodromie.... 164
Représentation graphique des formules loxodromiques..... 168
Quartier de réduction..... 169
Table de point..... 171

II. — *Cartes marines.*

Cartes marines : mode de construction..... 171
La longueur du mille va en croissant à mesure que l'on se rapproche des pôles..... 174
Disposition des cartes marines..... 176

Usage des cartes marines.

Porter un point sur la carte connaissant ses coordonnées géogra-

Pages.

phiques. Trouver les coordonnées géographiques d'un point porté sur la carte..... 176
Déterminer l'angle de route à suivre pour se rendre d'un lieu à un autre. Distance loxodromique de deux points..... 177
Mener une droite passant par un point donné et faisant avec les méridiens un angle V..... 180
Lecture des cartes françaises..... 181
Lecture des cartes anglaises..... 182

III. — *Marées.*

Définition..... 183
Description du phénomène..... 184
Explication du phénomène des marées..... 185
Influence simultanée de la Lune et du Soleil sur le phénomène des marées..... 186
Phénomènes particuliers que présentent les marées en certains parages..... 188
Niveau moyen. Marée totale. Unité de hauteur. Coefficient de la marée..... 189
Zéro des cartes..... 190
Hauteur d'une pleine mer. Hauteur d'une basse mer..... 191
Établissement d'un port. Annuaire des marées..... 192

Problèmes sur les marées.

Trouver l'heure de la PM pour une localité et une époque déterminées..... 193
Trouver l'heure de la BM pour une localité et une époque déterminées..... 194
Calculer, au moment d'une PM ou d'une BM, la hauteur d'eau, ou brassiage, qui se trouve sur un point dont la sonde est connue. 195
Calculer l'heure d'une BM dans un port pour lequel l'*Annuaire des Marées* indique seulement les heures des PM..... 197
Quelle est la sonde de la carte qui correspond à une profondeur trouvée en sondant au moment d'une PM ou d'une BM ?.... 198
Calcul des corrections TA ou TA_1..... 199
Trouver, pour un instant quelconque, la hauteur de l'eau au-dessus du niveau moyen, en un lieu donné. Graphique circulaire. Règle des douzièmes..... 200
Signaux de marée. Courants de marée. Cartes du Pilote Hédouin. 204

IV. — *Navigation orthodromique.*

Définition..... 205
Angle de route orthodromique..... 206
Distance orthodromique de deux points..... 208
Déterminer les coordonnées géographiques d'un certain nombre de points situés sur un arc de grand cercle..... 210
Calculer les coordonnées du vertex..... 212

Pages.

Déterminer la route la plus courte à suivre lorsqu'on ne veut pas dépasser un parallèle donné 213
Cartes Hilleret : construction et usage 214

CHAPITRE IV.

TROISIÈME PROBLÈME DE NAVIGATION : FAIRE LE POINT.

I. — *Point estimé.*

Loch. Nœud. Sablier 220
Sillomètres ou lochs constants 222
Problèmes relatifs au point estimé 223
Détermination d'un courant. Journal de bord 228
Avantages et inconvénients du point estimé 229

I. — *Point par relèvements.*

Déterminer la position du navire à l'aide des relèvements de deux points connus 230
Déterminer la position du navire connaissant le relèvement d'un point en vue et la distance à laquelle on se trouve de ce point.
Déterminer la position du navire à l'aide de deux alignements.
Déterminer la position du navire à l'aide de deux segments capables 231
Déterminer la position du navire par deux relèvements d'un même point et la route suivie dans l'intervalle avec ou sans courant.. 235
Déterminer par le calcul à quelle distance d'un point de la côte passera le navire, avec ou sans courant 239

III. — *Point observé par rectifications successives.*

Détermination de la latitude.

Latitude par l'observation de hauteurs méridiennes 242
Observation d'une hauteur méridienne. Latitude par l'observation de hauteurs circumméridiennes 246
Calcul de l'angle au pôle correspondant à une hauteur circumméridienne 250
Limite des circumméridiennes 251
Séries de hauteurs circumméridiennes 252
Latitude par deux circumméridiennes sans calcul d'heure préalable 253
Latitude par l'observation de la polaire 256

Détermination de la longitude.

Calcul de longitude 259
Point à midi à l'aide d'un angle horaire de Soleil pris dans la matinée et d'une hauteur méridienne ou circumméridienne 260
Point par une hauteur méridienne ou circumméridienne de Soleil et une hauteur horaire prise dans l'après-midi 261
Point à l'aide d'une hauteur horaire de Soleil et une hauteur cré-

Pages.

pusculaire de la polaire. Point à l'aide d'une hauteur crépusculaire de la polaire et d'une hauteur horaire de Soleil, prise dans la matinée..... 262

IV. — *Point observé. Méthode des droites de hauteur.*

Cercles, courbes et droites de hauteur.

Cercle de hauteur..... 263
Détermination du cercle de hauteur d'un astre..... 264
Courbes et droites de hauteur..... 265
Points déterminatifs d'une droite de hauteur..... 266
Direction d'une droite de hauteur par l'azimut..... 267
Direction d'une droite de hauteur par le coefficient Pagel..... 268
Notations usuelles. Calcul du point déterminatif d'une droite de hauteur (méthode Marcq de Saint-Hilaire)..... 270
Tracé de la droite de hauteur..... 272
Calcul du point déterminatif d'une droite de hauteur (méthode Lalande)..... 273
Tracé de la droite de hauteur..... 274
Calcul du point déterminatif d'une droite de hauteur (méthode Borda)..... 275
Tracé de la droite de hauteur..... 276
Calcul du point déterminatif Borda dans le cas d'une hauteur circumméridienne et tracé de la droite de hauteur correspondante..... 277
Comparaison des trois points déterminatifs..... 279

Légitimité de la substitution de la droite de hauteur à la courbe de hauteur.

Forme des courbes de hauteur..... 283
Cercle osculateur. Rayon de courbure d'une courbe de hauteur.. 287
Calcul du rayon de courbure d'une courbe de hauteur en un point donné..... 288
Calcul de l'écart entre un point de la courbe de hauteur et la droite de hauteur qu'on lui substitue..... 291
Circonstances favorables à l'emploi de la méthode des droites de hauteur. Tracé par points d'une courbe de hauteur..... 292

Application de la méthode des droites de hauteur à la détermination de la position du navire sur le Globe.

Détermination de la position du navire à l'aide de deux droites de hauteur..... 293
Conditions pour que le point obtenu à l'aide de deux droites de hauteur soit bien déterminé..... 294
Transport d'une droite de hauteur..... 295
Détermination graphique des coordonnées du point observé..... 296

Points Marcq.

Pages.
Point à midi par une hauteur de Soleil, prise dans la matinée et une hauteur méridienne de Soleil 298
Point par deux hauteurs quelconques, simultanées ou non simultanées 299
Point par une hauteur quelconque de Soleil, prise dans la matinée, et une circumméridienne 300
Point par la polaire et une hauteur d'astre quelconque. Point par trois hauteurs 302

Points Lalande-Pagel.

Point à midi par une hauteur de Soleil prise au moment des circonstances favorables au calcul de longitude et une hauteur méridienne de Soleil 300
Point à midi par une hauteur horaire de Soleil, prise dans la matinée et une circumméridienne. Point par la hauteur de la polaire et celle d'un autre astre 304
Point par deux hauteurs quelconques, simultanées ou non simultanées (méthode Lalande) 305

V. — *Détermination rapide du point observé.*

Détermination rapide du point observé par le calcul : Tables F. Souillagouët. Calcul rapide de la hauteur d'un astre 309
Point auxiliaire 310
Détermination de l'azimut et vérification du calcul de la hauteur. 311
Détermination rapide du point observé par la méthode graphique : Abaque Favé et Rollet de l'Isle 314
Tables graphiques d'azimut et de point observé 319

CHAPITRE V.

APPLICATION DU COURS DE NAVIGATION AUX DIVERSES CIRCONSTANCES DANS LESQUELLES PEUT SE TROUVER LE NAVIGATEUR. — PROBLÈMES DE PRATIQUE COURANTE. — QUESTIONS THÉORIQUES COMPLÉMENTAIRES.

I. — *Application du Cours de navigation aux diverses circonstances dans lesquelles peut se trouver le Navigateur.*

Navigation côtière 321
Navigation par l'estime seule 322
Navigation avec le sextant et une bonne montre d'habitacle. Atterrissage 324
Emploi d'une bonne montre à secondes 325
Navigation avec les chronomètres. Atterrissage 326
Navigation par temps de brume : exemples divers 328

II. — *Problèmes de pratique courante.*

Reconnaître un astre que l'on a observé dans une éclaircie, mais dont on n'a pu déterminer le nom 333

Pages

Tableau des astres passant au méridien entre deux heures données Tvg′ et Tvg″ 338
Choix des astres devant servir à un point Marcq et à un point Lalande 342
Pendant une traversée on a laissé s'arrêter l'un des chronomètres du bord. Comment doit-on s'y prendre pour le remettre en marche et déterminer son nouvel état absolu. Arrêt de tous les chronomètres du bord 343
Vérifier l'état absolu d'un chronomètre lorsque le navire passe en vue d'une côte 344
Méthode de Tessan 345
Dépression dans le voisinage d'une côte 347
Calculer la distance exacte de l'horizon visible 350
Calculer à quelle distance on se trouve d'un objet connaissant l'angle de sa flottaison avec l'horizon visible 353
Calculer la distance à laquelle on se trouve d'un objet de hauteur connue, situé en deçà de l'horizon visible 354
Calculer la distance à laquelle on se trouve d'un objet de hauteur connue, situé au delà de l'horizon visible 355
Franchir une passe ou doubler une pointe bordée de dangers. Vérification d'un sextant 358

III. — *Questions théoriques complémentaires.*

Notions succinctes sur les erreurs du sextant.

Erreur provenant d'une rectification défectueuse de l'axe optique de la lunette 360
Erreur provenant d'un centrage défectueux de l'alidade 362

Séries de hauteurs.

Erreurs sur les observations : systématiques, accidentelles 365
Atténuation des erreurs accidentelles par l'emploi des séries. Légitimité de l'emploi des séries de hauteurs 366

Influence des erreurs des données sur le calcul du point observé.

Influence d'une erreur sur l'heure 368
Influence d'une erreur sur la hauteur 370
Influence de l'erreur d'estime 371
Influence totale des erreurs sur les données du point observé ... 372
Circonstances favorables à la détermination du point observé 373
Choix des méthodes de calcul. Atterrissages 375

NOTE I. — *Tables graphiques d'azimut :* leur usage 377

NOTE II. — *Relation entre l'angle de deux demi-droites concourantes et les angles qu'elles forment avec trois axes rectangulaires passant par leur point de concours* 385

NOTE III. — *Compléments théoriques sur la compensation des compas.*

Considérations générales 387

Pages.

Représentation du magnétisme permanent par trois aimants P, Q, R disposés sur trois axes rectangulaires passant par le centre de la rose 388
Théorèmes sur les fers doux 389
Représentation du magnétisme induit par neuf tiges de fer doux. 391
Cas particulier où les fers doux sont symétriques par rapport au plan longitudinal ou transversal passant par le centre de la rose 396
Force directrice vers le Nord. Force déviatrice vers l'Est.

$$\text{Tang } \delta = \frac{f_e}{f_n} \quad \ldots\ldots 397$$

Expressions de f_e et f_n 398
Force moyenne vers le Nord. Force moyenne vers l'Est 400
Remplacement des fers doux horizontaux par un fer doux rayonnant et deux tiges produisant une déviation constante. 401
Moyen d'annuler l'effet d'une tige horizontale de fer doux rayonnant : gisement du fer doux rayonnant et de sa tige compensatrice 404
Constitution du navire au point de vue magnétique 405
Calcul de la déviation produite par les fers d'un navire droit à formule exacte. Formule d'A. Smith 406
Déviation semi-circulaire. Déviation quadrantale 408
Calcul de la déviation produite par les fers d'un navire incliné 409
Pouvoir déviateur maximum du fer doux rayonnant : sa détermination à l'aide de globes de fer doux 414
Pratique de la compensation. Dosage du Flinders 416
Détermination du coefficient λ 417
Mise en place des aimants 418
Mise en place du Flinders 419
Globes compensateurs. Mise en place de l'aimant correcteur de bande 420

NOTE IV. — *Navisphère : son usage.*

Description 421
Résolution des problèmes de pratique courante relatifs à la reconnaissance des astres, au choix des astres à utiliser dans un calcul, à la détermination du lever ou du coucher vrais, à la détermination de l'instant des circonstances favorables aux calculs d'heure 422

NOTE V. — *Détermination de la position du navire, par temps de brume, à l'aide de signaux phoniques sous-marins* 424

NOTE VI. — *Application de la Télégraphie sans fil dirigé à la détermination de la position d'un navire. Radiocompas Bellini et Tosi* 426

Radiophares. Utilisation des relèvements radiogoniométriques : correction Givry 428

Pages.

NOTE VII. — *Câbles-guide Loth*..... 431

NOTE VIII. — *Télémètres.*

Télémètres Fleuriais-Guyou..... 435
Lunette télémétrique Guyou..... 436
Télémètres à base et à coïncidence..... 438
Télémètres stéréoscopiques S.O.M..... 440

PLANCHE I. — Lignes d'égale déclinaison magnétique (1924).

PLANCHE II. — Lignes d'égale inclinaison magnétique (1924).

PLANCHE III. — Lignes d'égale force magnétique horizontale (1924).

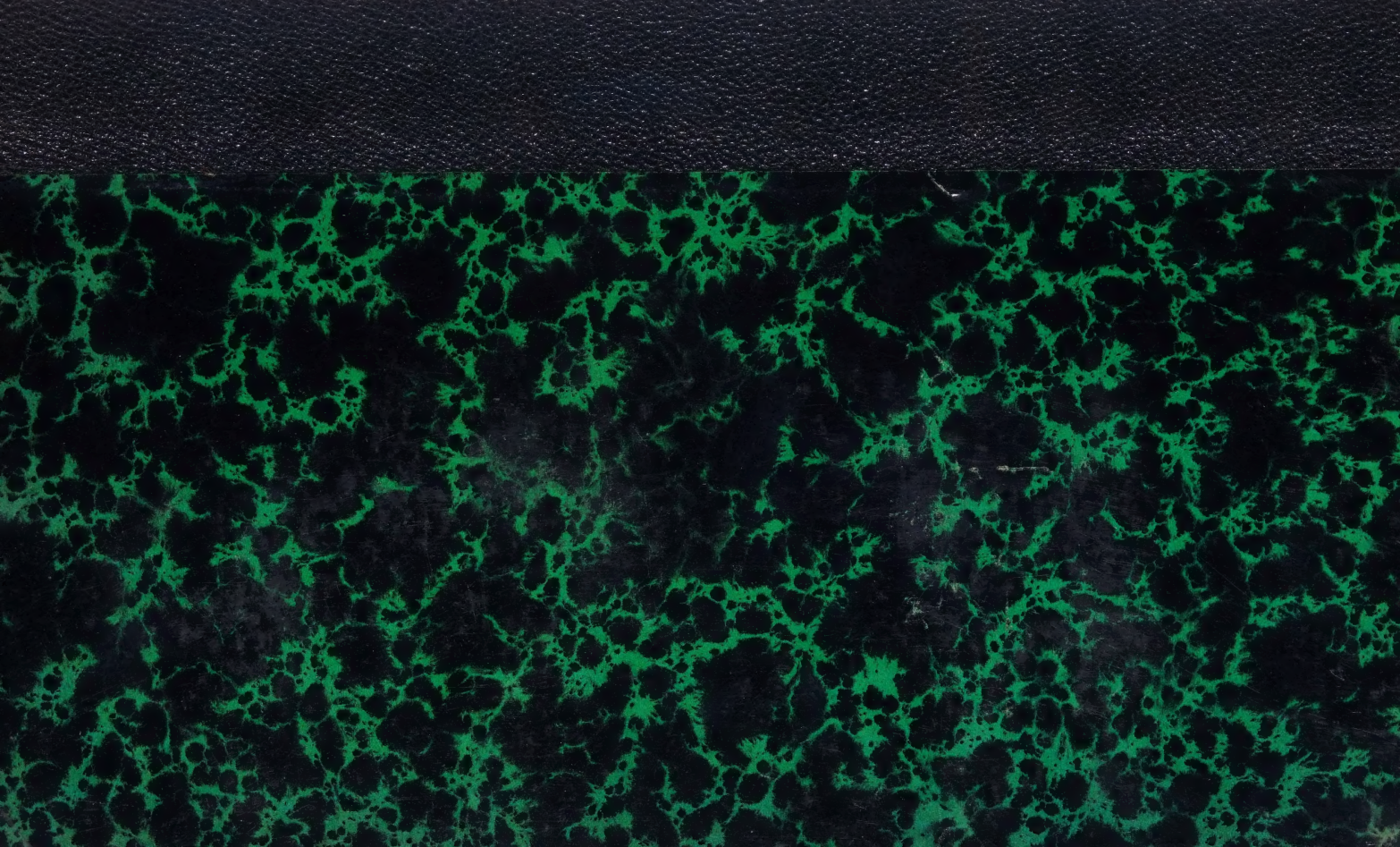
PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie,
Quai des Grands-Augustins, 55.
71651

202472 Astron. C.

Author Constan, P.

Title Cours d'astronomie et de navigation. Vol.2

University of Toronto Library

DO NOT REMOVE THE CARD FROM THIS POCKET

Acme Library Card Pocket
Under Pat. "Ref. Index File"
Made by LIBRARY BUREAU